



2021 北京海淀初三二模

数 学

2021.05

学校_____姓名_____准考证号_____

考 生 须 知	<p>1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。</p> <p>2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。</p> <p>3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。</p> <p>4. 在答题卡上，选择题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。</p> <p>5. 考试结束，请将本试卷、答案卡和草稿纸一并交回。</p>
------------------	---

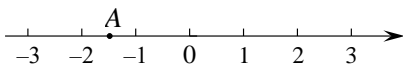
一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 下列图形中，是圆锥侧面展开图的是

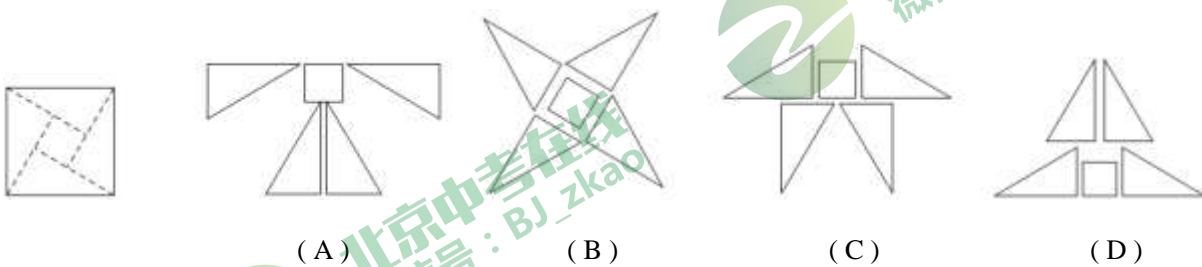
- (A) 三角形 (B) 圆 (C) 扇形 (D) 矩形

2. 如图，点 A 是数轴上一点，点 A, B 表示的数互为相反数，则点 B 表示的数可能是



- (A) 0 (B) 1 (C) 1.5 (D) 2.5

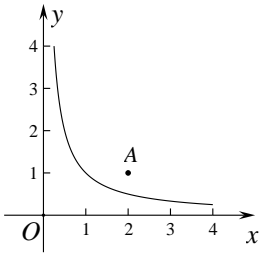
3. 如图，将一个正方形纸片沿图中虚线剪开，能拼成下列四个图形，其中是中心对称图形的是



4. 下列运算正确的是

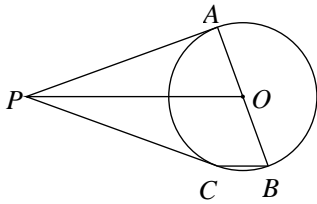
- (A) $2a + 3a = 5a$ (B) $a^2 + a^3 = a^5$
- (C) $\frac{2}{a} + \frac{3}{a} = \frac{5}{2a}$ (D) $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$

5. 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为正整数) 在第一象限的图象如图所示，已知图中点 A 的坐标为 (2, 1)，则 k 的值是



- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

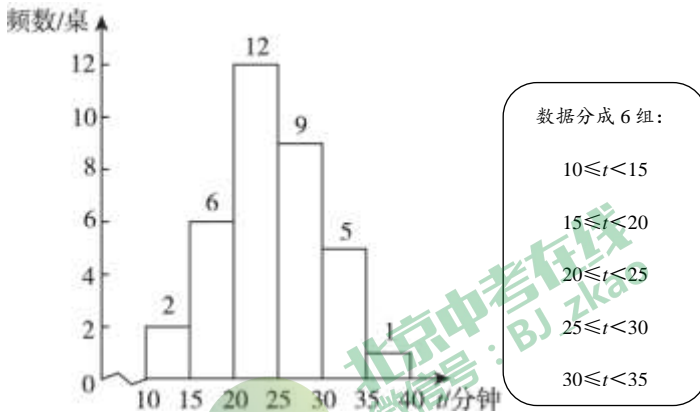
6. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, PA 与 $\odot O$ 相切于点 A , $BC \parallel OP$ 交 $\odot O$ 于点 C . 若 $\angle B = 70^\circ$, 则 $\angle OPC$ 的度数为



- (A) 10° (B) 20° (C) 30° (D) 40°

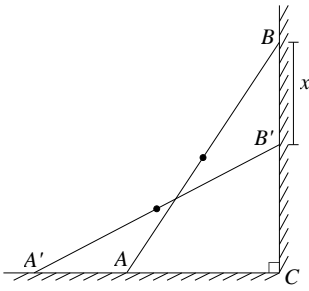
7. 某餐厅规定等位时间达到 30 分钟 (包括 30 分钟) 可享受优惠. 现统计了某时段顾客的等位时间 t (分钟), 右图是根据数据绘制的统计图. 下列说法正确的是

- (A) 此时段有 1 桌顾客等位时间是 40 分钟
 (B) 此时段平均等位时间小于 20 分钟
 (C) 此时段等位时间的中位数可能是 27
 (D) 此时段有 6 桌顾客可享受优惠



8. 如图, 一架梯子 AB 靠墙而立, 梯子顶端 B 到地面的距离 BC 为 2 m, 梯子中点处有一个标记, 在梯子顶端 B 竖直下滑的过程中, 该标记到地面的距离 y 与顶端下滑的距离 x 满足的函数关系是

- (A) 正比例函数关系 (B) 一次函数关系
 (C) 二次函数关系 (D) 反比例函数关系



二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

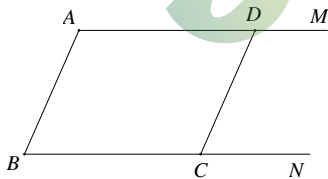
9. 若代数式 $\frac{1}{4-x}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是_____.

10. 分解因式： $a^2b - b =$ _____.

11. 比较大小： $\sqrt{7}$ _____ 3（填“>”，“=”或“<”）.

12. 盒中有 1 枚白色棋子和 1 枚黑色棋子，这两枚棋子除颜色外无其他差别，从中随机摸出一枚棋子，记录其颜色，放回后，再从中随机摸出一枚棋子，记录其颜色，那么两次记录的颜色都是黑色的概率是_____.

13. 如图，两条射线 $AM \parallel BN$ ，点 C, D 分别在射线 BN, AM 上，只需添加一个条件，即可证明四边形 $ABCD$ 是平行四边形，这个条件可以是_____（写出一个即可）.



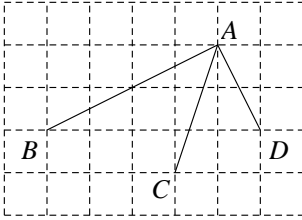
14. 《孙子算经》是中国南北朝时期重要的数学专著，其中包含了“鸡兔同笼”“物不知数”等许多有趣的数学问题.



《孙子算经》中记载：“今有木，不知长短。引绳度之，余绳四尺五寸；屈绳量之，不足一尺。木长几何？”其译文为：“用一根绳子去量一根长木，绳子还剩余 4.5 尺。将绳子对折再量长木，长木还剩余 1 尺，问木长多少尺？”

设木长 x 尺，绳子长 y 尺，可列方程组为_____.

15. 如图所示的网格是正方形网格， A, B, C, D 是网格线交点，则 $\angle BAC$ 与 $\angle DAC$ 的大小关系为： $\angle BAC$ _____ $\angle DAC$ （填“>”，“=”或“<”）.



16. 小云计划户外徒步锻炼，每天有“低强度”“高强度”“休息”三种方案，下表对应了每天不同方案的徒步距离（单位：km）。若选择“高强度”要求前一天必须“休息”（第一天可选择“高强度”）。则小云5天户外徒步锻炼的最远距离为_____ km.

日期	第1天	第2天	第3天	第4天	第5天
低强度	8	6	6	5	4
高强度	12	13	15	12	8
休息	0	0	0	0	0

三、解答题（本题共68分，第17-20题，每小题5分，第21-22题，每小题6分，第23题5分，第24题6分，第25题5分，第26题6分，第27-28题，每小题7分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

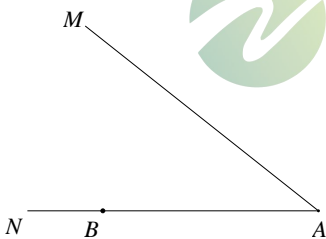
17. 计算： $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \sqrt{8} + |\sqrt{3} - 1| - 2\sin 60^\circ$.

18. 解分式方程： $\frac{x-3}{x-2} + 1 = \frac{3}{x-2}$.

19. 先化简再求值： $(a-1)^2 - 2a(a-1)$ ，其中 $a = \sqrt{3}$.

20. 已知： $\angle MAN$ ， B 为射线 AN 上一点.

求作： $\triangle ABC$ ，使得点 C 在射线 AM 上，且 $\angle ABC = \frac{1}{2} \angle CAB$.



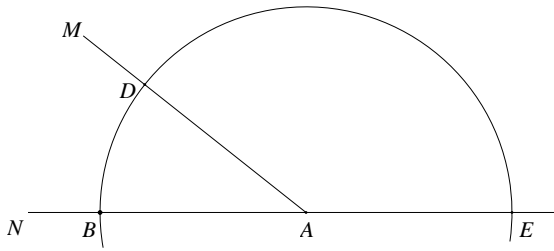
作法：① 以点 A 为圆心， AB 长为半径画弧，交射线 AM 于点 D ，交射线 AN 的反向延长线于点 E ；

② 以点 E 为圆心， BD 长为半径画弧，交 \widehat{DE} 于点 F ；

③ 连接 FB ，交射线 AM 于点 C 。

$\triangle ABC$ 就是所求作的三角形。

(1) 使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；



(2) 完成下面的证明：

证明：连接 BD ， EF ， AF ，

\because 点 B ， E ， F 在 $\odot A$ 上，

$\therefore \angle EBF = \frac{1}{2} \angle EAF$ () (填写推理的依据)。

\because 在 $\odot A$ 中， $BD=EF$ ，

$\therefore \angle DAB =$ _____。

$\therefore \angle ABC = \frac{1}{2} \angle CAB$ 。

21. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - mx + 2m - 4 = 0$ 。

(1) 求证：方程总有两个实数根；

(2) 若方程有一个根小于 1，求 m 的取值范围。

22. 如图 1， $\triangle ABC$ 中， D 为 AC 边上一动点（不含端点），过点 D 作 $DE \parallel AB$ 交 BC 于点 E ，过点 E 作 $EF \parallel AC$ 交 AB 于点 F ，连接 AE ， DF 。点 D 运动过程中，始终有 $AE=DF$ 。

(1) 求证： $\angle BAC=90^\circ$ ；

(2) 如图 2，若 $AC=3$ ， $\tan B = \frac{3}{4}$ ，当 $AF=AD$ 时，求 AD 的长。

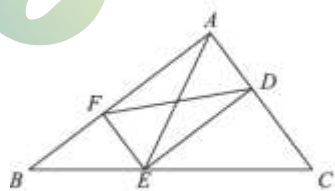


图1

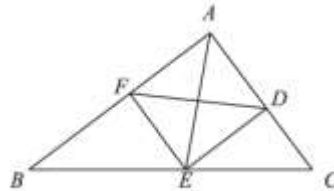


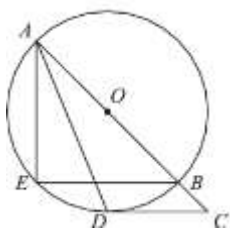
图2

23. 平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = kx - 1$ 的图象经过点 $(2, 3)$.

(1) 求这个一次函数的解析式；

(2) 当 $x < 2$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y = x + a$ 的值都大于一次函数 $y = kx - 1$ 的值，直接写出 a 的取值范围.

24. 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径，点 C 在 AB 的延长线上， CD 与 $\odot O$ 相切于 D ，过点 B 作 $BE \parallel CD$ 交 $\odot O$ 于点 E ，连接 AD ， AE ， $\angle EAD = 22.5^\circ$.

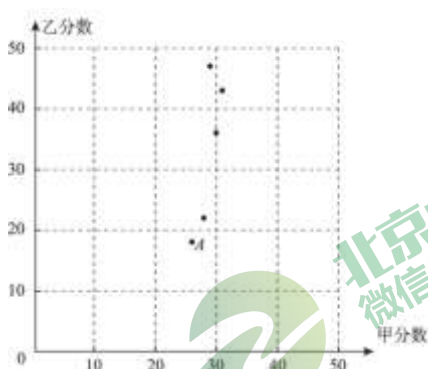


(1) 求 $\angle EAB$ 的度数；

(2) 若 $BC = 2\sqrt{2} - 2$ ，求 BE 的长.

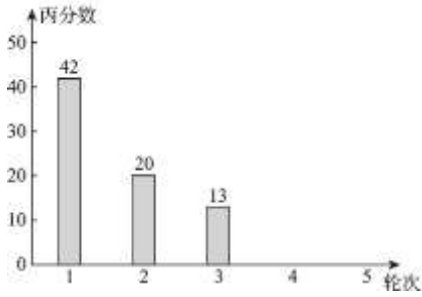
25. 品味诗词之美，传承中华文明，央视节目《中国诗词大会》备受大众欢迎. 节目规则如下：由 100 位诗词爱好者组成的百人团与挑战者共同答题，每位挑战者最多可答五轮题. 每轮比赛答题时，如挑战者答对，则百人团答错的人数即为选手该轮得分；如挑战者答错，则该轮不得分，且停止答题. 每轮比赛的得分之和即为挑战者的总得分. 现有甲、乙、丙三人作为挑战者参加节目答题，相关信息如下：

a. 甲、乙两人参加比赛的得分统计图如下，每个点的横坐标与纵坐标分别表示甲、乙二人在相同轮次的得分：



b. 丙参加比赛的得分统计图如下：





根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 已知点 A 的坐标为 $(26, 18)$ ，则此轮比赛中：甲的得分为_____，与甲同场答题的百人团中，有_____人答对；
- (2) 这五轮比赛中，甲得分高于乙得分的比赛共有_____轮；甲、乙、丙三人中总得分最高的为_____；
- (3) 设甲参加的第一轮至第五轮比赛时百人团答对人数的方差为 s_1^2 ，乙参加的第一轮至第五轮比赛时百人团答对人数的方差为 s_2^2 ，则 s_1^2 _____ s_2^2 （填“>”，“<”或“=”）。

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = x^2 - 2mx + m^2$ 与 y 轴的交点为 A ，过点 A 作直线 l 垂直于 y 轴。

- (1) 求抛物线的对称轴（用含 m 的式子表示）；
- (2) 将抛物线在 y 轴右侧的部分沿直线 l 翻折，其余部分保持不变，组成图形 G 。点 $M(x_1, y_1)$ ， $N(x_2, y_2)$ 为图形 G 上任意两点。
- ① 当 $m=0$ 时，若 $x_1 < x_2$ ，判断 y_1 与 y_2 的大小关系，并说明理由；
- ② 若对于 $x_1 = m - 2$ ， $x_2 = m + 2$ ，都有 $y_1 > y_2$ ，求 m 的取值范围。

27. 已知 $\angle MON = 90^\circ$ ，点 A 在边 OM 上，点 P 是边 ON 上一动点， $\angle OAP = \alpha$ ，将线段 AP 绕点 A 逆时针旋转 60° ，得到线段 AB ，连接 OB ，再将线段 OB 绕点 O 顺时针旋转 60° ，得到线段 OC ，作 $CH \perp ON$ 于点 H 。

(1) 如图 1， $\alpha = 60^\circ$ 。

- ① 依题意补全图形；
- ② 连接 BP ，求 $\angle BPH$ 的度数；

(2) 如图 2，当点 P 在射线 ON 上运动时，用等式表示线段 OA 与 CH 之间的数量关系，并证明。

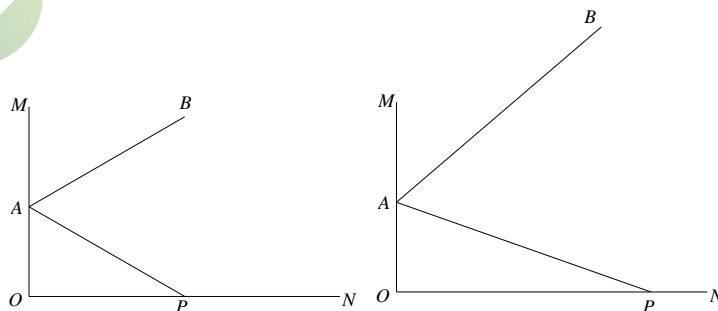


图 1

图 2

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, A_1, A_2, \dots, A_k 是 k 个互不相同的点, 若这 k 个点横坐标的不同取值有 m 个, 纵坐标的不同取值有 n 个, $p=m+n$, 则称 p 为这 k 个点的“特征值”, 记为 $T\langle A_1, A_2, \dots, A_k \rangle = p$. 如图 1, 点 $M(1,1)$, $N(1,2)$, $T\langle M, N \rangle = 1+2=3$.

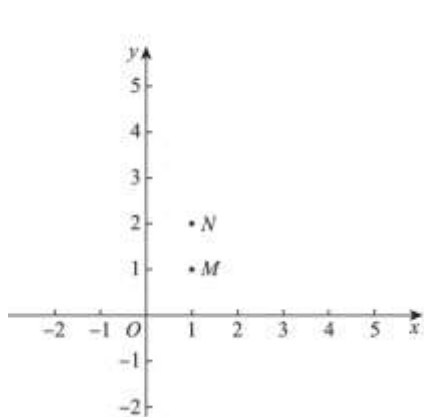


图 1

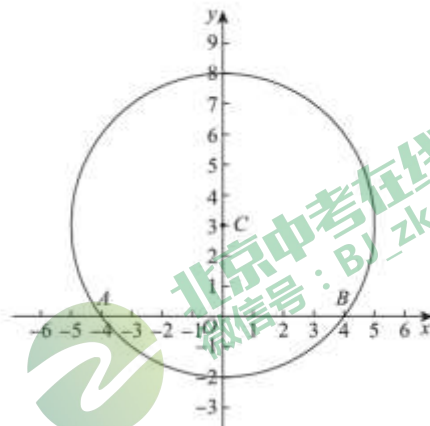


图 2

(1) 如图 2, 圆 C 的圆心为 $(0, 3)$, 半径为 5, 与 x 轴交于 A, B 两点.

① $T\langle A, B \rangle =$ _____, $T\langle A, B, C \rangle =$ _____;

② 直线 $y=b(b \neq 0)$ 与圆 C 交于两点 D, E , 若 $T\langle A, B, D, E \rangle = 6$, 求 b 的取值范围;

(2) 点 A_1, A_2, \dots, A_8 到点 O 的距离为 1 或 $\sqrt{2}$, 且这 8 个点构成中心对称图形, $T\langle A_1, A_2, \dots, A_8 \rangle = 6$, 若抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$ 恰好经过 A_1, A_2, \dots, A_8 中的三个点, 并以其中一个点为顶点, 直接写出 a 的所有可能取值.

2021 北京海淀初三二模数学



参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	C	B	A	A	B	D	B

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. $x \neq 4$

10. $b(a+1)(a-1)$

11. $<$

12. $\frac{1}{4}$

13. 答案不唯一，如： $AD=BC$ ，或 $AB \parallel CD$ 等

14.
$$\begin{cases} y-x=4.5 \\ x-\frac{y}{2}=1 \end{cases}$$

15. $=$

16. 36

三、解答题（本题共 68 分，第 17-20 题，每小题 5 分，第 21-22 题，每小题 6 分，第 23 题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17.（本小题满分 5 分）

解：原式 $= 2 + 2\sqrt{2} + \sqrt{3} - 1 - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 1 + 2\sqrt{2}$

18.（本小题满分 5 分）

解：去分母，得 $x-3+x-2=3$

解得 $x=4$

经检验， $x=4$ 是原方程的解，

所以，原方程的解为 $x=4$

19.（本小题满分 5 分）

解： $(a-1)^2 - 2a(a-1)$

$= a^2 - 2a + 1 - 2a^2 + 2a$

$= -a^2 + 1$

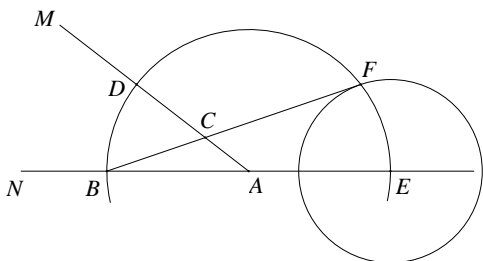
$$\therefore a = \sqrt{3}$$

$$\therefore \text{原式} = -(\sqrt{3})^2 + 1$$

$$= -2$$

20. (本小题满分 5 分)

解: (1) 如图即为所求.



(2) 一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半; $\angle EAF$.

21. (本小题满分 6 分)

(1) 证明: $\because a=1, b=-m, c=2m-4,$

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-m)^2 - 4(2m-4)$$

$$= m^2 - 8m + 16$$

$$= (m-4)^2$$

\therefore 无论 m 取何值时, $(m-4)^2 \geq 0,$

\therefore 此方程总有两个实数根.

(2) 解: $\because \Delta = (m-4)^2 \geq 0,$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{m \pm (m-4)}{2}.$$

$$\therefore x_1 = m-2, x_2 = 2.$$

\therefore 此方程有一个根小于 1, 且 $x_2 = 2 > 1.$

$$\therefore m-2 < 1.$$

$$\therefore m < 3.$$

22. (本小题满分 6 分)

(1) 证明:

$$\because DE \parallel AB, EF \parallel AC,$$

\therefore 四边形 $ADEF$ 是平行四边形.

$$\therefore AE = DF,$$

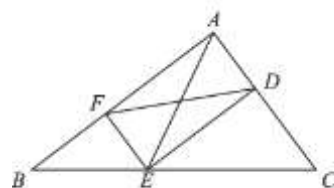


图1

∴ □ADEF 是矩形.

∴ ∠BAC=90°.

(2) 解:

当 AF=AD 时, 由 (1) 知,

此时四边形 ADEF 是正方形.

方法 1

∵ DE // AB,

∴ ∠DEC=∠B, ∠EDC=∠BAC=90°.

∴ $\tan \angle DEC = \tan B = \frac{3}{4}$.

在 Rt△DEC 中, 设 DC=3x, 则 DE=4x.

∵ 四边形 ADEF 是正方形,

∴ AD=DE=4x.

∴ AC=AD+DC=7x=3.

∴ $x = \frac{3}{7}$,

∴ $AD = 4x = \frac{12}{7}$.

方法 2:

在 Rt△ABC 中, ∠BAC=90°, $\tan B = \frac{3}{4}$, AC=3,

∴ AB=4.

∵ 四边形 ADEF 是正方形, 设 AD=DE=x.

∵ DE // AB,

∴ △CED ∽ △CBA.

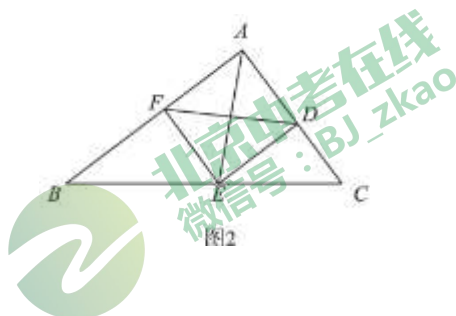
∴ $\frac{CD}{CA} = \frac{DE}{AB}$, 即 $\frac{3-x}{3} = \frac{x}{4}$,

解得 $x = \frac{12}{7}$,

∴ $AD = \frac{12}{7}$.

23. (本小题满分 5 分)

(1) 解: ∵ 一次函数 $y = kx - 1$ 的图象过点 (2, 3),



北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

$$\therefore 3 = 2k - 1, \text{ 即 } k = 2.$$

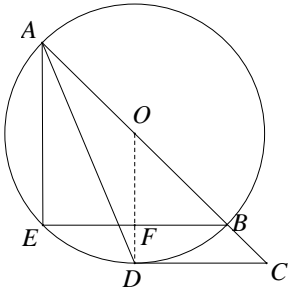
\therefore 这个一次函数的解析式是 $y = 2x - 1$.

$$(2) a \geq 1.$$

24. (本小题满分 6 分)

(1) 证明:

连接 OD , 交 BE 于点 F , 在 $\odot O$ 中



$\because CD$ 与 $\odot O$ 相切于点 D ,

$$\therefore OD \perp CD.$$

$$\because BE \parallel CD,$$

$$\therefore OD \perp BE.$$

$$\therefore \widehat{DE} = \widehat{DB}.$$

$$\therefore \angle EAD = \angle DAB.$$

$$\because \angle EAD = 22.5^\circ.$$

$$\therefore \angle EAB = \angle EAD + \angle DAB = 45^\circ.$$

(2) 解:

$\because AB$ 是直径,

$$\therefore \angle AEB = 90^\circ.$$

$$\because \angle EAB = 45^\circ, BE \parallel CD,$$

$$\therefore \angle C = \angle ABE = 45^\circ,$$

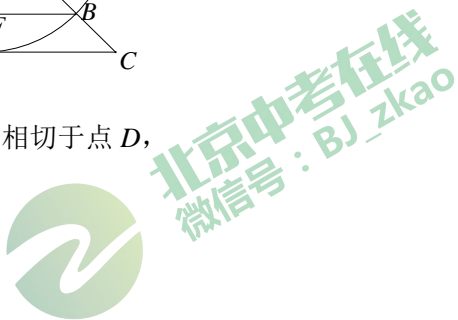
$\therefore \triangle ODC$ 是等腰直角三角形.

设 $OD = OB = r$, 则 $OC = \sqrt{2}r$.

$$\therefore BC = OC - OB = \sqrt{2}r - r = 2\sqrt{2} - 2$$

$$\therefore r = 2.$$

$$\therefore BF = OB \cdot \cos 45^\circ = \sqrt{2}.$$



$\because OD \perp BE,$

$\therefore EF=FB,$

$\therefore BE = 2BF = 2\sqrt{2}.$

25. (本小题满分 5 分)

(1) 26, 74;

(2) 2, 乙;

(3) $<.$

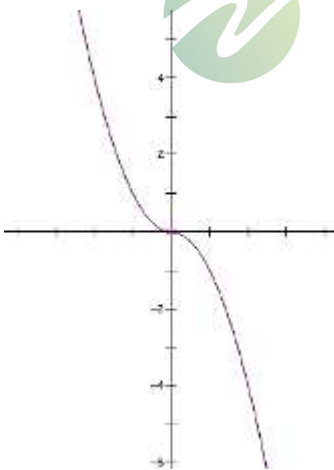
26. (本小题满分 6 分)

(1) 抛物线 $y = x^2 - 2mx + m^2$ 的对称轴为直线 $x = -\frac{-2m}{2} = m;$

(2) ① $y_1 > y_2;$

理由: 当 $m=0$ 时, 二次函数解析式是 $y = x^2,$ 对称轴为 y 轴;

所以图形 G 上的点的横纵坐标 x 和 $y,$ 满足 y 随 x 的增大而减小;



$\because x_1 < x_2,$

$\therefore y_1 > y_2.$

②通过计算可知, $P(m-2,4), Q(m+2,4)$ 为抛物线上关于对称轴 $x=m$ 对称的两点,

下面讨论当 m 变化时, y 轴与点 P, Q 的相对位置:

如图 1, 当 y 轴在点 P 左侧时 (含点 P),

经翻折后, 得到点 M, N 的纵坐标相同, $y_1 = y_2,$ 不符题意;

如图 2, 当 y 轴在点 Q 右侧时 (含点 Q),

点 M, N 分别和点 P, Q 重合, $y_1 = y_2,$ 不符题意;

如图 3, 当 y 轴在点 P, Q 之间时 (不含 P, Q),



北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

经翻折后, 点 N 在 l 下方, 点 M, P 重合, 在 l 上方, $y_1 > y_2$, 符合题意.

此时有 $m-2 < 0 < m+2$, 即 $-2 < m < 2$.

综上所述, m 的取值范围为 $-2 < m < 2$.

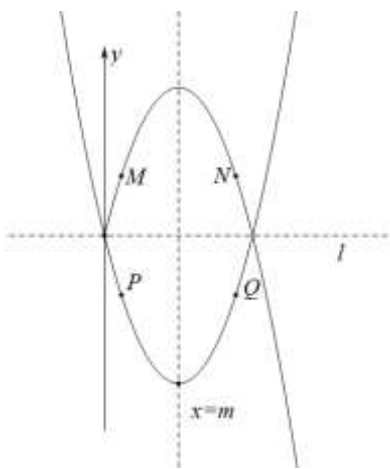


图 1

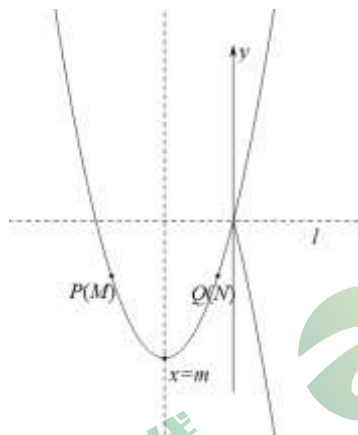


图 2

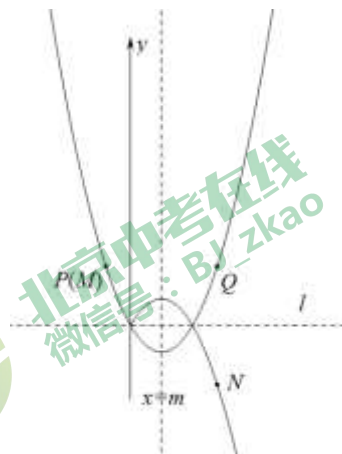
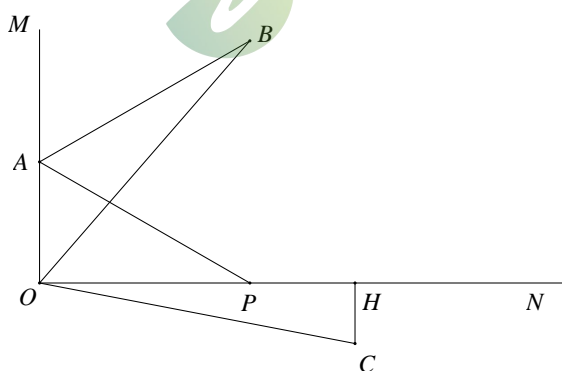


图 3

27. (本小题满分 7 分)

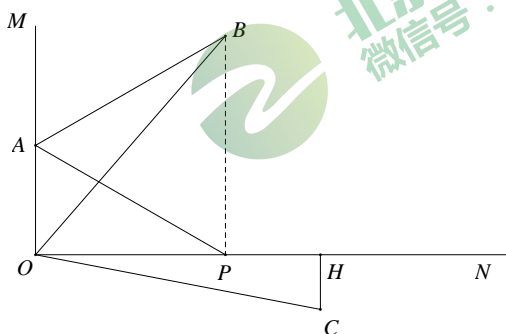
(1) 下图即为所求:



(2) $\angle BPH = 90^\circ$,

解:

\therefore 线段 AP 绕点 A 逆时针旋转 60° 得到 AB ,



$\therefore AB = AP$, 且 $\angle PAB = 60^\circ$.

$\therefore \triangle ABP$ 是等边三角形.



$$\therefore \angle BPA=60^\circ.$$

$$\therefore \angle OAP=60^\circ,$$

$$\therefore \angle APO=30^\circ,$$

$$\therefore \angle BPO=\angle BPA+\angle APO=90^\circ.$$

$$\therefore \angle BPH=90^\circ.$$

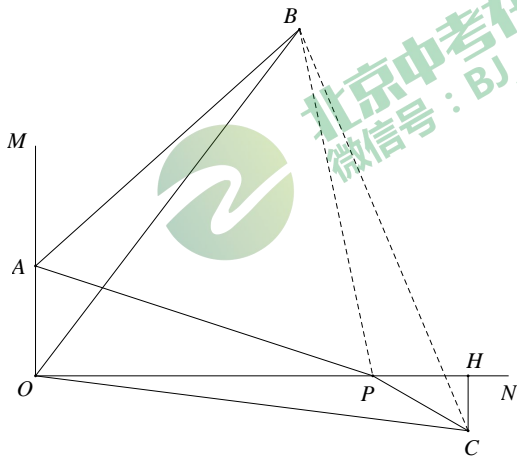
$$(3) OA=2CH.$$

证明：连接 BP , BC ,

由 (2) 可知, $\triangle ABP$ 是等边三角形,

$$\therefore BA=BP, \angle ABP=\angle BPA=60^\circ.$$

\therefore 线段 OB 绕点 O 顺时针旋转 60° 得到 OC ,



$$\therefore OB=OC, \angle BOC=60^\circ.$$

$\therefore \triangle BOC$ 是等边三角形.

$$\therefore BO=BC, \angle OBC=60^\circ.$$

$$\therefore \angle ABO=60^\circ-\angle OBP=\angle PBC.$$

$$\therefore \triangle ABO \cong \triangle PBC.$$

$$\therefore AO=PC, \angle BPC=\angle BAO.$$

$$\therefore \angle OAP=\alpha,$$

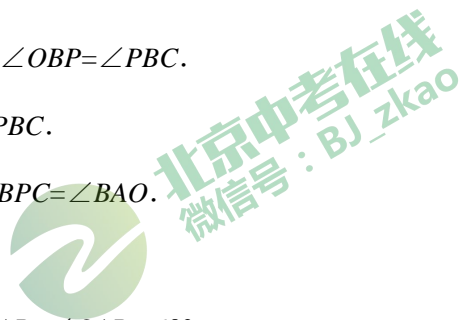
$$\therefore \angle BAO=\angle BAP+\angle OAP=60^\circ+\alpha.$$

$$\therefore \angle BPC=60^\circ+\alpha.$$

$$\therefore \angle BPN=180^\circ-\angle APO-\angle BPA=120^\circ-(90^\circ-\alpha)=30^\circ+\alpha,$$

$$\therefore \angle HPC=\angle BPC-\angle BPN=30^\circ.$$

$$\therefore CH \perp ON,$$



$\therefore \angle CHO=90^\circ$.

\therefore 在 $\text{Rt}\triangle CHP$ 中, $PC=2CH$.

$\therefore OA=2CH$.

28. (本小题满分 7 分)

(1) ① 3, 5;

② 解: 注意到 D, E 两点都在直线 $y=b$ ($b \neq 0$) 上, 而 A, B 两点都在直线 $y=0$ 上, 因此 A, B, D, E 四点纵坐标不同的取值有 2 个, 要使得 $T(A, B, D, E)=6$, 则 A, B, D, E 四点横坐标不同的取值必须有 4 个, 于是此时这四个点的横坐标均不能相同.

由对称性, 当 $b=6$ 时, D, E 分别为 $(-4, 6)$ 和 $(4, 6)$, 其横坐标分别与 A, B 的横坐标相同, 不符合题意;

直线 $y=b$ 与 $\odot C$ 要有公共点, 因此 $-2 < b < 8$;

综上所述, b 的取值范围是 $-2 < b < 8$ 且 $b \neq 0$ 且 $b \neq 6$.

(2) $a=1$ 或 2 或 $\sqrt{14}$.

