



顺义区 2020 届初三第二次统一练习

数学试卷

考生须知

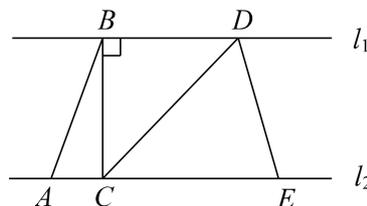
1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、班级、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 如图所示， $l_1 \parallel l_2$ ，则平行线 l_1 与 l_2 间的距离是

- (A) 线段 AB 的长度 (B) 线段 BC 的长度
(C) 线段 CD 的长度 (D) 线段 DE 的长度

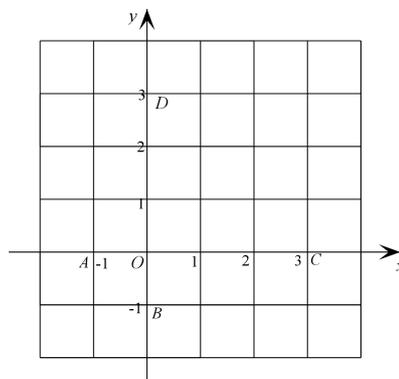


2. -5 的倒数是

- (A) -5 (B) 5 (C) $-\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{5}$

3. 如图，平面直角坐标系 xOy 中，有 A 、 B 、 C 、 D 四点。若有一直线 l 经过点 $(-1,3)$ 且与 y 轴垂直，则 l 也会经过的点是

- (A) 点 A (B) 点 B
(C) 点 C (D) 点 D

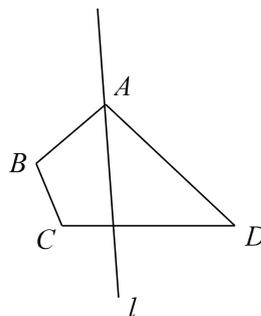


4. 如果 $a^2+4a-4=0$ ，那么代数式 $(a-2)^2+4(2a-3)+1$ 的值为

- (A) 13 (B) -11 (C) 3 (D) -3

5. 如图，四边形 $ABCD$ 中，过点 A 的直线 l 将该四边形分割成两个多边形，若这两个多边形的内角和分别为 α 和 β ，则 $\alpha + \beta$ 的度数是

- (A) 360° (B) 540° (C) 720° (D) 900°





6. 《九章算术》是中国古代重要的数学著作，其中“盈不足术”记载：今有共买鸡，人出九，盈十一；人出六，不足十六. 问人数、鸡价各几何？译文：今有若干人合伙买鸡，每人出9钱，会多出11钱；每人出6钱，又差16钱. 问人数、买鸡的钱数各是多少？设人数为 x ，买鸡的钱数为 y ，可列方程组为

(A)
$$\begin{cases} 9x + 11 = y \\ 6x + 16 = y \end{cases}$$
 (B)
$$\begin{cases} 9x - 11 = y \\ 6x - 16 = y \end{cases}$$

(C)
$$\begin{cases} 9x + 11 = y \\ 6x - 16 = y \end{cases}$$
 (D)
$$\begin{cases} 9x - 11 = y \\ 6x + 16 = y \end{cases}$$

7. 去年某果园随机从甲、乙、丙、丁四个品种的葡萄树中各采摘了10棵，每个品种的10棵产量的平均数 \bar{x} （单位：千克）及方差 S^2 （单位：千克²）如下表所示：

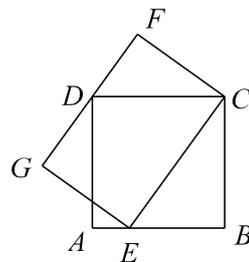
	甲	乙	丙	丁
\bar{x}	24	24	23	20
S^2	1.9	2.1	2	1.9

今年准备从四个品种中选一种产量既高又稳定的葡萄树进行种植，应选的品种是

- (A) 甲 (B) 乙 (C) 丙 (D) 丁

8. 正方形 $ABCD$ 的边 AB 上有一动点 E ，以 EC 为边作矩形 $ECFG$ ，且边 FG 过点 D . 设 $AE=x$ ，矩形 $ECFG$ 的面积为 y ，则 y 与 x 之间的关系描述正确的是

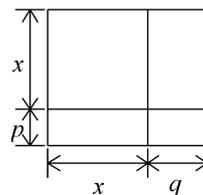
- A. y 与 x 之间是函数关系，且当 x 增大时， y 先增大再减小
 B. y 与 x 之间是函数关系，且当 x 增大时， y 先减小再增大
 C. y 与 x 之间是函数关系，且当 x 增大时， y 一直保持不变
 D. y 与 x 之间不是函数关系



二、填空题（本题共16分，每小题2分）

9. 分解因式： $2mn^2 - 2m =$ _____.

10. 右图中的四边形均为矩形，根据图形，写出一个正确的等式：_____.

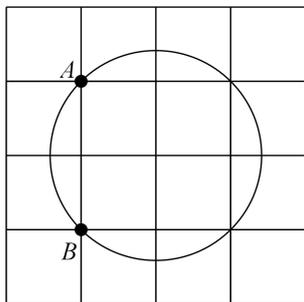


11. 比较大小： $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ _____ 0.5（填“>”或“<”）.

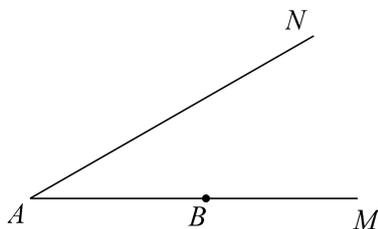


12. 如图, 在每个小正方形的边长为 1cm 的网格中, 画出了一个过格点 A, B 的圆, 通过测量、计算, 求得该圆的周长是 _____ cm. (结果保留一位小数)

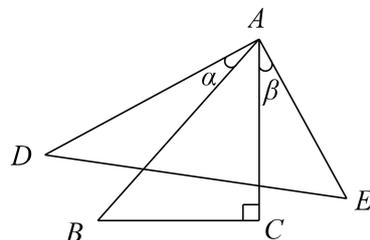
13. 如图, $\angle MAN = 30^\circ$, 点 B 在射线 AM 上, 且 $AB = 2$, 则点 B 到射线 AN 的距离是 _____.



12 题图



13 题图



14 题图

14. 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 在 $\triangle ABC$ 外取点 D, E , 使 $AD = AB, AE = AC$, 且 $\alpha + \beta = \angle B$, 连结 DE . 若 $AB = 4, AC = 3$, 则 $DE =$ _____.

15. 数学活动课上, 老师拿来一个不透明的袋子, 告诉学生里面装有 4 个除颜色外均相同的小球, 并且球的颜色为红色和白色, 让学生通过多次有放回的摸球, 统计摸出红球和白球的次数, 由此估计袋中红球和白球的个数. 下面是全班分成的三个小组各摸球 20 次的结果, 请你估计袋中有 _____ 个红球.

	摸到红球的次数	摸到白球的次数
一组	13	7
二组	14	6
三组	15	5

16. 对于题目: “如图 1, 平面上, 正方形内有一长为 12、宽为 6 的矩形, 它可以在正方形的内部及边界通过移转 (即平移或旋转) 的方式, 自由地从横放移转到竖放, 求正方形边长的最小整数 n .” 甲、乙、丙作了自认为边长最小的正方形, 先求出该边长 x , 再取最小整数 n .

甲: 如图 2, 思路是当 x 为矩形对角线长时就可移转过去; 结果取 $n = 14$.

乙: 如图 3, 思路是当 x 为矩形外接圆直径长时就可移转过去; 结果取 $n = 14$.

丙: 如图 4, 思路是当 x 为矩形的长与宽之和的 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 倍时就可移转过去; 结果取 $n = 13$.

甲、乙、丙的思路和结果均正确的是 _____.

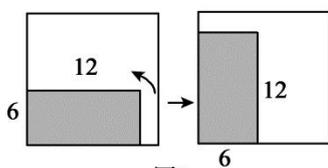


图1

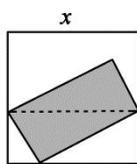


图2

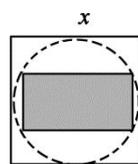


图3

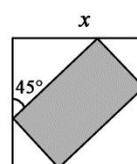


图4



三、解答题（本题共 68 分，第 17-21 题，每小题 5 分，第 22-23 题，每小题 6 分，第 24 题 5 分，第 25-26 题，每小题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $(-2)^0 + \sqrt{\frac{1}{2}} - \cos 45^\circ - 3^{-2}$.

18. 解不等式: $\frac{x-1}{3} \geq \frac{x-2}{2} + 1$, 并把解集在数轴上表示出来.

19. 已知: 关于 x 的方程 $mx^2 - 4x + 1 = 0 (m \neq 0)$ 有实数根.

- (1) 求 m 的取值范围;
- (2) 若方程的根为有理数, 求正整数 m 的值.

20. 下面是小东设计的“以线段 AB 为一条对角线作一个菱形”的尺规作图过程.

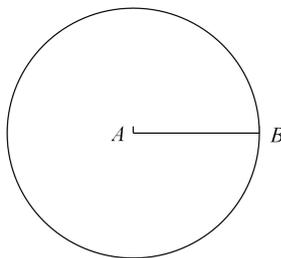
已知: 线段 AB .



求作: 菱形 $ACBD$.

作法: 如图,

- ①以点 A 为圆心, 以 AB 长为半径作 $\odot A$;
- ②以点 B 为圆心, 以 AB 长为半径作 $\odot B$,
交 $\odot A$ 于 C, D 两点;
- ③连接 AC, BC, BD, AD .



所以四边形 $ACBD$ 就是所求作的菱形.

根据小东设计的尺规作图过程,

- (1) 使用直尺和圆规, 补全图形 (保留作图痕迹);
- (2) 完成下面的证明.

证明: \because 点 B, C, D 在 $\odot A$ 上,

$\therefore AB=AC=AD$ () (填推理的依据).

同理 \because 点 A, C, D 在 $\odot B$ 上,

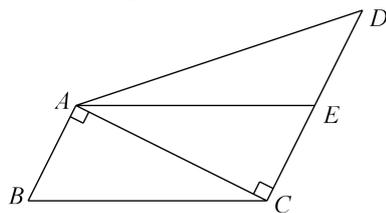
$\therefore AB=BC=BD$.

\therefore = = = .

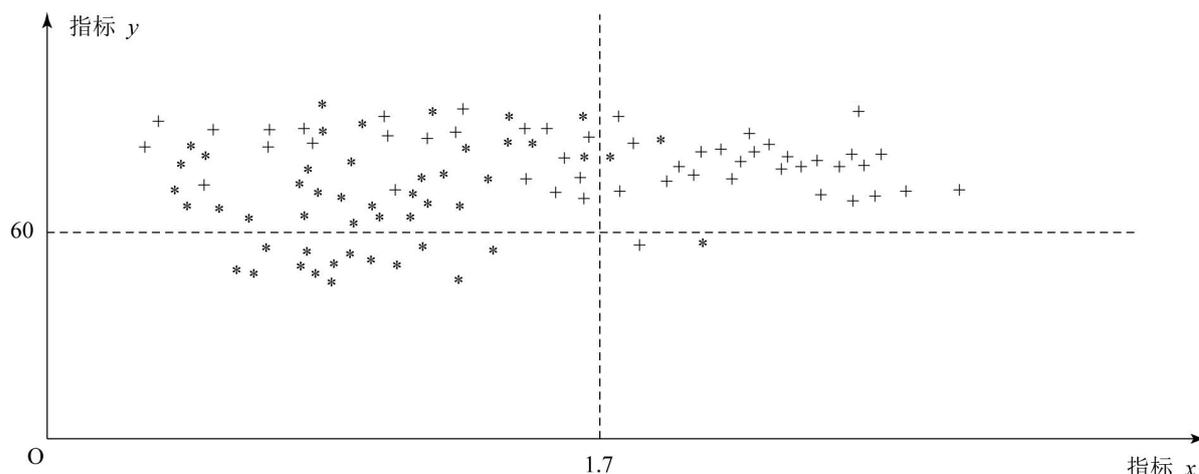
\therefore 四边形 $ACBD$ 是菱形.() (填推理的依据).

21. 已知：如图，在四边形 $ABCD$ 中， $\angle BAC = \angle ACD = 90^\circ$ ， $AB = \frac{1}{2}CD$ ，点 E 是 CD 的中点。

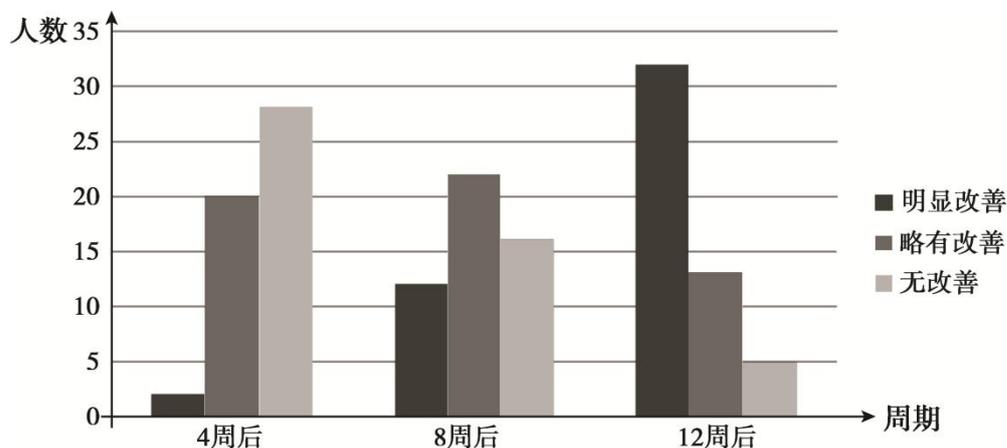
- (1) 求证：四边形 $ABCE$ 是平行四边形；
 (2) 若 $AC = 4$ ， $AD = 4\sqrt{2}$ ，求四边形 $ABCE$ 的面积。



22. 为了研究一种新药的疗效，选 100 名患者随机分成两组，每组各 50 名，一组服药，另一组不服药，12 周后，记录了两组患者的生理指标 x 和 y 的数据，并制成下图，其中“*”表示服药者，“+”表示未服药者；



同时记录了服药患者在 4 周、8 周、12 周后的指标 z 的改善情况，并绘制成条形统计图。



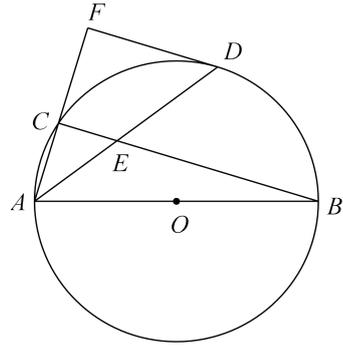
根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 从服药的 50 名患者中随机选出一人，求此人指标 x 的值大于 1.7 的概率；
 (2) 设这 100 名患者中服药者指标 y 数据的方差为 S_1^2 ，未服药者指标 y 数据的方差为 S_2^2 ，则 S_1^2 _____ S_2^2 ；(填“>”、“=”或“<”)
 (3) 对于指标 z 的改善情况，下列推断合理的是_____。
 ①服药 4 周后，超过一半的患者指标 z 没有改善，说明此药对指标 z 没有太大作用；
 ②在服药的 12 周内，随着服药时间的增长，对指标 z 的改善效果越来越明显。



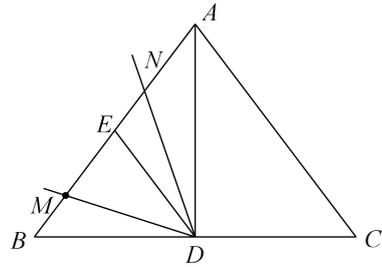


23. 已知:如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$. 点 D 在 $\odot O$ 上, AD 平分 $\angle CAB$ 交 BC 于点 E , DF 是 $\odot O$ 的切线, 交 AC 的延长线于点 F .



- (1) 求证: $DF \perp AF$;
 (2) 若 $\odot O$ 的半径是 5, $AD=8$, 求 DF 的长.

24. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=5$ cm, $BC=6$ cm, 点 D 为 BC 的中点, 点 E 为 AB 的中点. 点 M 为 AB 边上一动点, 从点 B 出发, 运动到点 A 停止, 将射线 DM 绕点 D 顺时针旋转 α 度 (其中 $\alpha = \angle BDE$), 得到射线 DN , DN 与边 AB 或 AC 交于点 N . 设 B 、 M 两点间的距离为 x cm, M 、 N 两点间的距离为 y cm. 小涛根据学习函数的经验, 对函数 y 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究.



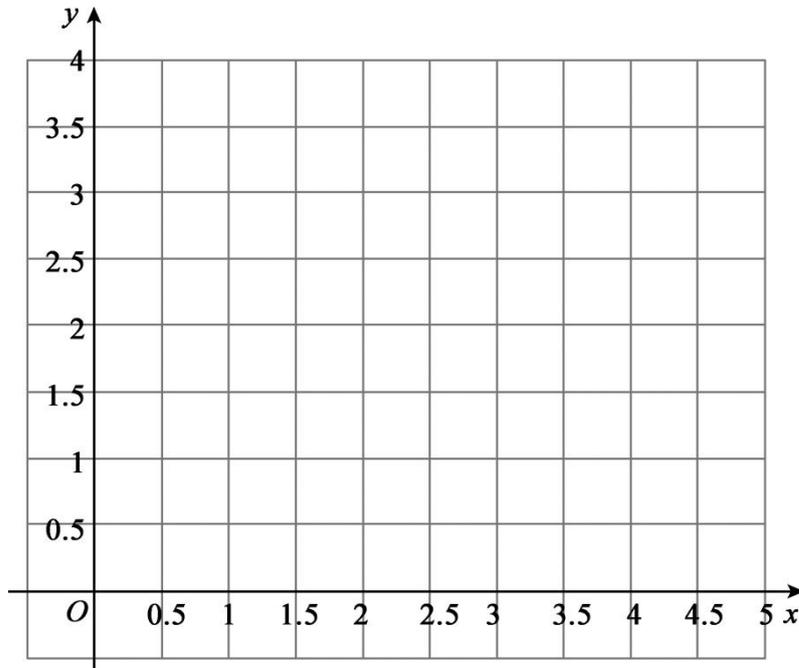
下面是小涛的探究过程, 请补充完整.

(1) 列表: 按照下表中自变量 x 的值进行取点、画图、测量, 分别得到了 y 与 x 的几组对应值:

x/cm	0	0.3	0.5	1.0	1.5	1.8	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	4.8	5.0
y/cm	2.5	2.44	2.42	2.47	2.79		2.94	2.52	2.41	2.48	2.66	2.9	3.08	3.2

请你通过测量或计算, 补全表格:

(2) 描点、连线: 在平面直角坐标系 xOy 中, 描出补全后的表格中各组数值所对应的点 (x, y) , 并画出函数 y 关于 x 的图象.



- (3) 结合函数图象, 解决问题: 当 $MN=BD$ 时, BM 的长度大约是 _____ cm. (结果保留一位小数)



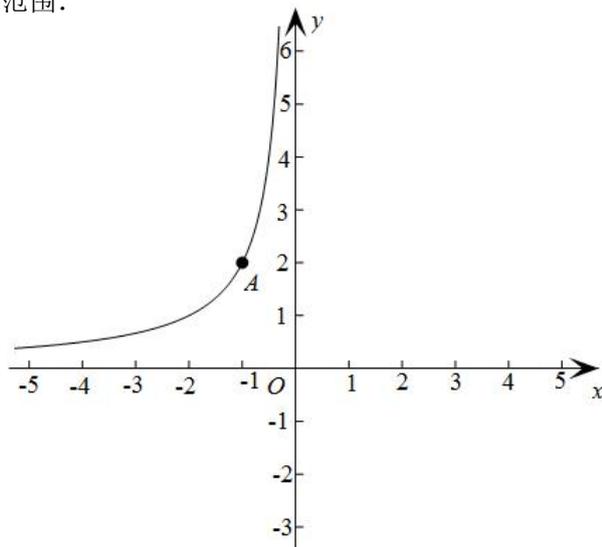
25. 已知：在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(-1, 2)$ 在函数 $y = \frac{m}{x} (x < 0)$ 的图象上.

(1) 求 m 的值；

(2) 过点 A 作 y 轴的平行线 l ，直线 $y = -2x + b$ 与直线 l 交于点 B ，与函数 $y = \frac{m}{x} (x < 0)$ 的图象交于点 C ，与 y 轴交于点 D .

① 当点 C 是线段 BD 的中点时，求 b 的值；

② 当 $BC < BD$ 时，直接写出 b 的取值范围.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y = mx^2 - 3(m-1)x + 2m - 1 (m \neq 0)$.

(1) 当 $m=3$ 时，求抛物线的顶点坐标；

(2) 已知点 $A(1, 2)$. 试说明抛物线总经过点 A ；

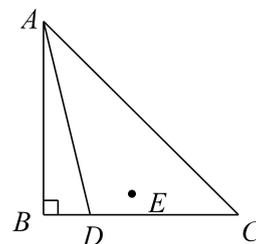
(3) 已知点 $B(0, 2)$ ，将点 B 向右平移 3 个单位长度，得到点 C ，若抛物线与线段 BC 只有一个公共点，求 m 的取值范围.

27. 已知：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = BC$ ，点 D 为线段 BC 上一动点（点 D 不与点 B 、 C 重合），点 B 关于直线 AD 的对称点为 E ，作射线 DE ，过点 C 作 BC 的垂线，交射线 DE 于点 F ，连接 AE .

(1) 依题意补全图形；

(2) AE 与 DF 的位置关系是_____；

(3) 连接 AF ，小昊通过观察、实验，提出猜想：发现点 D 在运动变化的过程中， $\angle DAF$ 的度数始终保持不变，小昊把这个猜想与同学们进行了交流，经过测量，小昊猜想 $\angle DAF = \underline{\quad}^\circ$ ，通过讨论，形成了证明该猜想的两种想法：



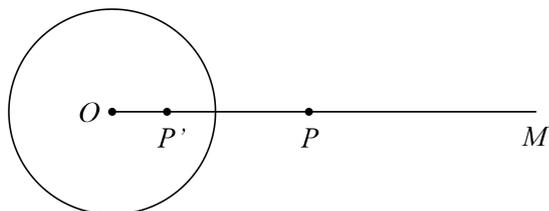
想法 1: 过点 A 作 $AG \perp CF$ 于点 G ，构造正方形 $ABCG$ ，然后可证 $\triangle AFG \cong \triangle AFE \dots$

想法 2: 过点 B 作 $BG \parallel AF$ ，交直线 FC 于点 G ，构造 $\square ABGF$ ，然后可证

$\triangle AFE \cong \triangle BGC \dots$

请你参考上面的想法，帮助小昊完成证明（一种方法即可）.

28. 已知：如图， $\odot O$ 的半径为 r ，在射线 OM 上任取一点 P （不与点 O 重合），如果射线 OM 上的点 P' ，满足 $OP \cdot OP' = r^2$ ，则称点 P' 为点 P 关于 $\odot O$ 的反演点。



在平面直角坐标系 xOy 中，已知 $\odot O$ 的半径为2.

- (1) 已知点 $A(4, 0)$ ，求点 A 关于 $\odot O$ 的反演点 A' 的坐标；
- (2) 若点 B 关于 $\odot O$ 的反演点 B' 恰好为直线 $y = \sqrt{3}x$ 与直线 $x=4$ 的交点，求点 B 的坐标；
- (3) 若点 C 为直线 $y = \sqrt{3}x$ 上一动点，且点 C 关于 $\odot O$ 的反演点 C' 在 $\odot O$ 的内部，求点 C 的横坐标 m 的范围；
- (4) 若点 D 为直线 $x=4$ 上一动点，直接写出点 D 关于 $\odot O$ 的反演点 D' 的横坐标 t 的范围。

