座位号________ 考号________ 姓名________ 班级________

线 封 密

北京二中教育集团 2022—2023 学年度第二学期

初二数学期中考试试卷

命题人：袁 博　　　审核人：孙竹溪

考查目标
1．知识：人教版八年级下册《二次根式》、《勾股定理》、《平行四边形》、《一次函数》、《数据的分析》的全部内容.   2．能力：数学运算能力，逻辑推理能力，阅读理解能力，实际应用能力，数形结合能力，分类讨论能力.

A 卷面成绩 90%（满分 90 分）	B 过程性评价（满分 10 分）	学业成绩总评=A+B（满分 100 分）

考生须知	1．本试卷分为第Ⅰ卷、第Ⅱ卷和答题卡，共 16 页；其中第Ⅰ卷 3 页，第Ⅱ卷 5 页，答题卡 8 页。全卷共三大题，28 道小题。 2．本试卷满分 100 分，考试时间 120 分钟。 3．在第Ⅰ卷、第Ⅱ卷指定位置和答题卡的密封线内准确填写班级、姓名、考号、座位号。 4．考试结束，将答题卡交回。

第Ⅰ卷（选择题 共 20 分）

一、选择题（共 20 分，每题 2 分，以下每题只有一个正确的选项）

1．下列各组数中，能作为直角三角形三边长度的是

A．2，$\sqrt{5}$，3　　B．2，3，4　　C．1，$\sqrt{2}$，2　　D．4，6，8

2．下列计算结果正确的是

A．$\sqrt{3}+\sqrt{6}=3$　　B．$4\sqrt{3}-\sqrt{3}=4$

C．$\sqrt{3}\times\sqrt{6}=3\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{8}\div\sqrt{2}=4$

3．下列二次根式中，是最简二次根式的是

A．$\sqrt{0.3}$　　B．$\sqrt{\dfrac{2}{3}}$　　C．$\sqrt{9}$　　D．$\sqrt{30}$

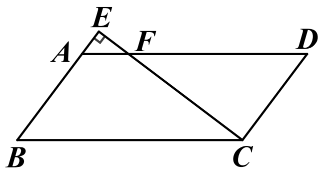
4．关于一次函数 $y=-2x+4$，下列说法不正确的是

A．图象不经过第三象限　　B．y 随着 x 的增大而减小

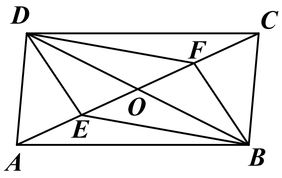
C．图象与 x 轴交于 $(-2,0)$　　D．图象与 y 轴交于 $(0,4)$

5．如图，在▱$ABCD$ 中，$CE\perp AB$，交 BA 的延长线于点 E，若∠BCD＝125°，则∠AFC 的度数为

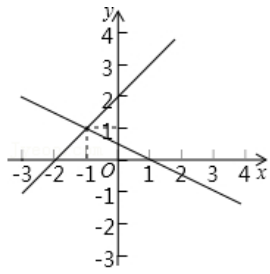
A．145°　　B．135°　　C．125°　　D．115°



第 5 题图



第 6 题图



第 7 题图

6．如图，在▱$ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O，E、F 是对角线 AC 上的点．下列条件中，不能判定四边形 $BEDF$ 是平行四边形的是

A．$DE=BF$　　B．$AF=CE$

C．∠ABE＝∠CDF　　D．$DF\,//\,BE$

7．用图象法解某二元一次方程组时，在同一平面直角坐标系中作出相应的两个一次函数的图象（如图所示），则所解的二元一次方程组是

A．$\begin{cases}x+y=2\\x-2y=1\end{cases}$　　B．$\begin{cases}x=y-2\\2x+y=-1\end{cases}$

C．$\begin{cases}x-y=2\\2x-y=-1\end{cases}$　　D．$\begin{cases}x-y=-2\\x+2y=1\end{cases}$

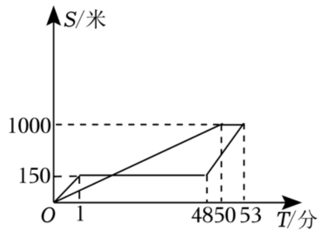
8．某校组织学生进行社会主义核心价值观的知识竞赛，进入决赛的共有 10 名选手（编号为 1 号~10 号），他们的决赛成绩如下（成绩均在 85~100 之间）：

编号	1 号	2 号	3 号	4 号	5 号	6 号	7 号	8 号	9 号	10 号
成绩	85	8■	88	94	94	95	9■	96	94	99

小明对参加决赛的 10 名选手成绩进行统计分析时发现，2 号选手和 7 号选手的成绩模糊不清，则下列统计量一定不受影响的是

A．平均数　　B．众数　　C．中位数　　D．方差

9.“龟兔赛跑”的故事同学们都很熟悉，下图是乌龟与兔子第一次比赛所跑的路程 S 与时间 T 的关系.



下列说法：

① 兔子中间睡了 47 分钟；

② 乌龟在第 7.5 分钟时追上了兔子；

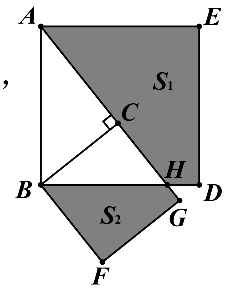
③ 兔子睡醒后跑得更快了，速度提升了 40 米/分；

④ 乌龟到达终点时，兔子距离终点还有 510 米；

其中正确的是

A．①②③　　B．①②④　　C．①③④　　D．②③④

10．如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，分别以斜边 AB、直角边 BC 为边作正方形 $ABDE$ 和正方形 $BCGF$，AG 与 BD 相交于点 H. 设四边形 $AHDE$ 的面积为 S_1，四边形 $BFGH$ 的面积为 S_2，若 $S_1-S_2=11$，$S_{\triangle ABC}=5$，则正方形 $ABDE$ 的面积为



A．24　　B．22.25

C．21　　D．20.25

第Ⅱ卷（非选择题 共 80 分）

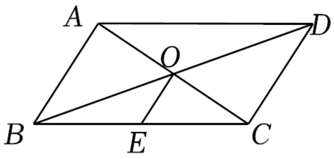
二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

11．当 x 满足_______条件时，二次根式 $\sqrt{x+2}$ 在实数范围内有意义．

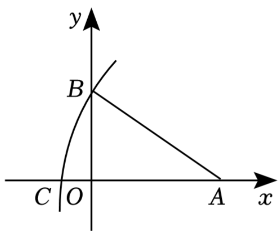
12．直角三角形两边的长为 4 和 8，则该直角三角形斜边上的中线长为_______．

13．有两组数据，第 1 组：20，24，26，28，30；第 2 组：2015，2019，2021，2023，2025，它们的方差分别记作 S_1^2，S_2^2，则 S_1^2_______S_2^2（填“＞”，“＜”或“＝”）．

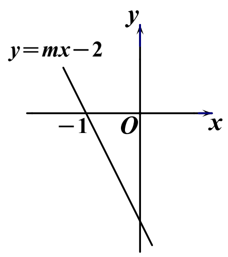
14．如图，▱$ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O，且 $AB\perp AC$．若点 E 是 BC 边的中点，$AC=8$，$BC=10$，则 OE 的长为_______．



第 14 题图



第 15 题图



第 16 题图

15．如图，A 点的坐标为 $(3,0)$，B 点的坐标为 $(0,2)$，以点 A 为圆心，AB 长为半径画弧交 x 轴负半轴于点 C，则点 C 的坐标是_______．

16．如图，直线 $y=mx-2$ 与 x 轴的交点坐标为 $(-1,0)$，则当 $-1<x<0$ 时，y 的取值范围是_______．

17．如图 1，在平面直角坐标系中，▱$ABCD$ 在第一象限，且 $BC\,//\,x$ 轴．直线 $y=x$ 从原点 O 出发沿 x 轴正方向平移．在平移过程中，直线被▱$ABCD$ 截得的线段长度 m 与直线在 x 轴上平移的距离 t 的函数图象如图 2 所示，那么▱$ABCD$ 的面积为_______．

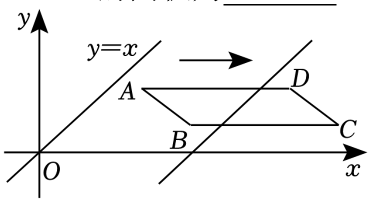


图1

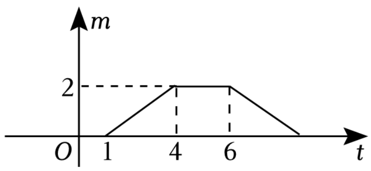


图2

18．历史上数学家欧拉最先把关于 x 的多项式用记号 $f(x)$ 来表示，把 $x=n$ 时的多项式的值用 $f(n)$ 来表示．例如：对关于 x 的多项式 $f(x)=x^2-2ax$，当 $x=1$ 时，多项式的值为 $f(1)=1^2-2a\cdot 1=1-2a$．若对关于 x 的多项式 $f(x)=px^2+2x-q$，满足 $1\le f(1)\le 2$，$5\le f(2)\le 6$，则 $f(3)$ 的取值范围是_______．

密 封 线

三、解答题（共 64 分，其中第 19 题 10 分，第 20、24-25 题每题 5 分，第 21-23 题每题 6 分，第 26-28 题 7 分）

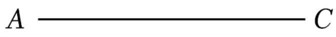
19．计算下列各题

（1）$(\sqrt{3}-2\sqrt{2})\times\sqrt{6}-6\sqrt{\frac{1}{8}}$；　　（2）$(\sqrt{3}-1)^2+(\sqrt{5}+3)(\sqrt{5}-3)$．

20．已知：线段 AC，以线段 AC 为对角线，求作：矩形 $ABCD$．

小明的作法如下：

① 分别以点 A，C 为圆心，大于 AC 的一半长为半径作弧，两弧分别交于点 M，N；



② 作直线 MN，交 AC 于点 O；

③ 以点 O 为圆心，以 AO 长为半径作圆；

④ 作圆 O 的直径 BD（异于直径 AC）；

⑤ 连接 AB，BC，CD，DA，则四边形 $ABCD$ 即为所求作的图形．

（1）请你用直尺和圆规，按照小明的作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明，并在括号内写出推理的依据．

证明：

∵ $AM=CM$，$AN=CN$，

∴ MN 是线段 AC 的垂直平分线（________）．

∴ 点 O 为线段 AC 的中点，即 $AO=CO$．

∵ $BO=DO$，

∴ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形（________）．

∵ $BO=DO=AO=CO$，

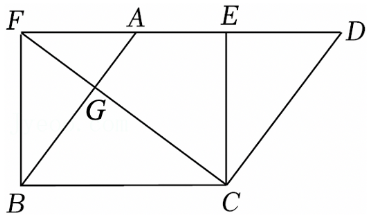
∴ $AO+OC=BO+DO$，即 $AC=BD$．

∴ ▱$ABCD$ 是矩形（________）．

21．如图，在▱$ABCD$ 中，$CE\perp AD$ 于点 E，延长 DA 至点 F，使得 $AF=DE$，连接 BF，CF，AB 与 CF 相交于点 G．

（1）求证：四边形 $BCEF$ 是矩形；

（2）连接 DG，若 $AB\perp CF$，$AB=5$，▱$ABCD$ 的面积为 20，求线段 DG 的长．



22．如图，在 6×6 的正方形网格中，每个小方格的顶点叫做格点，按下列要求在网格内画出图形．

（1）在图 1 中，以顶点为格点，画一个面积为 8 的正方形；

（2）在图 2 中，以格点为顶点，画一个三角形，使三角形三边长分别为 $\sqrt{5}$，$\sqrt{13}$，4；请你判断这个三角形________直角三角形（填“是”或者“不是”）．

（3）在图 3 中，以格点为顶点，画一个以 AB 为边且面积为 10 的等腰三角形．

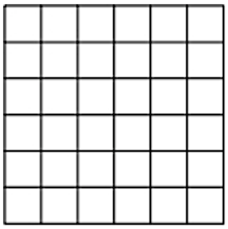


图 1

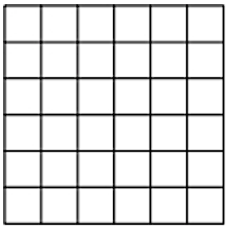


图 2

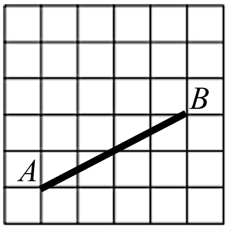


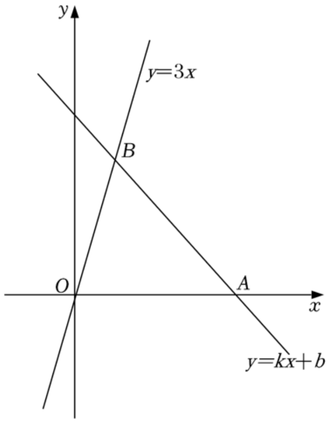
图 3

23．如图，一次函数 $y=kx+b$ 的图象交 x 轴于点 A，$OA=4$，与正比例函数 $y=3x$ 的图象交于点 B，B 点的横坐标为 1.

（1）求一次函数函数 $y=kx+b$ 的解析式；

（2）请直接写出 $kx+b<3x$ 时自变量 x 的取值范围；

（3）若点 P 在 y 轴上，且满足△APB 的面积是△AOB 面积的一半，求点 P 的坐标.



24．某体育用品商店计划购进 600 套乒乓球拍和羽毛球拍进行销售，其中购进乒乓球拍的套数不超过 250 套，它们的进价和售价如下表：

	进价	售价
乒乓球拍（元/套）	75	100
羽毛球拍（元/套）	80	120

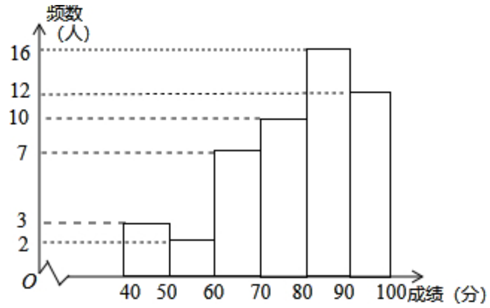
该商店根据以往销售经验，决定购进乒乓球拍套数不少于羽毛球拍套数的一半，设购进乒乓球拍 x（套），售完这批体育用品获利 y（元）.

（1）求 y 与 x 的函数关系式，并写出 x 的取值范围；

（2）该商店实际采购时，恰逢“双 11”购物节，乒乓球拍的进价每套降低了 c 元（$10<c<15$），羽毛球拍的进价不变，若商店的售价不变，这批体育用品能够全部售完，则如何购货才能获利最大？最大利润是多少？请你利用函数的性质进行分析（用含有 c 的代数式表示）.

25．为鼓励更多的学生参与志愿服务，甲、乙两所学校组织了志愿服务团队选拔活动，经过初选，两所学校各有 400 名学生进入综合素质展开环节，为了了解两所学校这些学生的整体情况，从两校进入综合素质展示环节的学生中分别随机抽取了 50 名学生的综合素质展示成绩（百分制），并对数据（成绩）进行整理、描述和分析，下面给出了部分信息.

a. 甲学校学生成绩的频数分布直方图如图：（数据分成 6 组：$40\le x<50$，$50\le x<60$， $60\le x<70$， $70\le x<80$， $80\le x<90$， $90\le x<100$）.



b．甲学校学生成绩在$80 \le x < 90$这一组是：

80	80	81	81.5	82	83	83	84	85	86	86.5	87	88	88.5	89	89

c．乙学校学生成绩的平均数、中位数、众数、优秀率（85 分及以上为优秀）如下：

平均数	中位数	众数	优秀率
83.3	84	78	46%

根据以上信息，回答下列问题：

（1）甲学校学生成绩的中位数是_______；若甲学校学生 A，乙学校学生 B 的综合素质展示成绩同为 83 分，这两人在本校学生中综合素质展示排名更靠前的是_______（填“A”或“B”）；

（2）根据上述信息，推断___学校综合素质展示的水平更高，你的理由是_______（至少从两个不同的角度说明推断的合理性）.

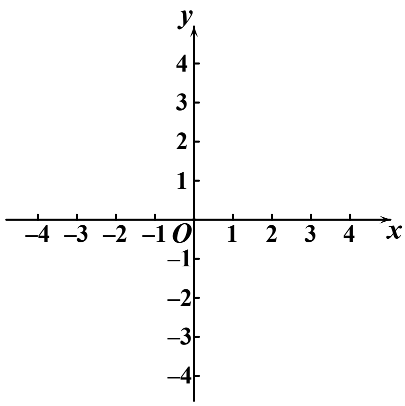
（3）若每所学校综合素质展示的前 120 名学生将被选入志愿服务团队，预估甲学校分数至少达到_______分的学生才可以入选.

26．已知一次函数$y=\frac{1}{2}x+1$的图象与 x 轴交于点 A，与 y 轴交于点 B.

（1）求 A，B 两点的坐标；

（2）将一次函数$y=\frac{1}{2}x+1$的图象向下平移 n 个单位得到一次函数$y=kx+b$，若平移后的函数图象经过点$(2,-1)$，求 n 的值；

（3）在（2）的条件下，对于自变量 x 的每一个值，一次函数$y=\frac{1}{2}x+1$，$y=kx+b$和$y=mx-2m(m\neq 0)$所对应的函数值分别记为 y_1，y_2，y_3. 若当$0<x\le 3$时，$y_2<y_3<y_1$恒成立，请你直接写出 m 的取值范围.

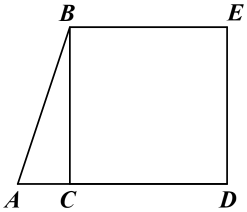


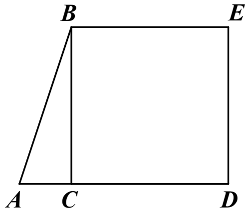
27．如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，设 $\angle ABC=\alpha$（$0°<\alpha<45°$），以 BC 为边作正方形 $BCDE$，使得点 D 落在 AC 的延长线上，连接 BD．点 P 为正方形 $BCDE$ 的边 CD 上一点（不与 C、D 重合），过点 P 作 AB 的垂线 PH 交 BD 的延长线于点 F，交 BC 于点 G，垂足为点 H．

（1）请你依据题意，补全图形；

（2）求 $\angle DPF$ 的度数（用含有 α 的代数式表示）；

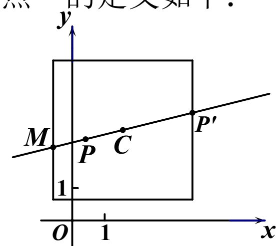
（3）若点 C 恰好为线段 AP 的中点，试探究：线段 AB、BD 和 DF 之间的数量关系，并证明．





备用图

28．在平面直角坐标系中，中心为点 C 的正方形各边分别与两坐标轴垂直，若点 P 是与 C 不重合的点，点 P 关于正方形的“限称点”的定义如下：设 P' 为直线 CP 与正方形的边的一个交点，另一个交点为 M，若满足 $CM \le PP' \le 2CM$，则称 P' 为点 P 关于正方形的“限称点”．如图，为点 P 关于正方形的“限称点” P' 的示意图．

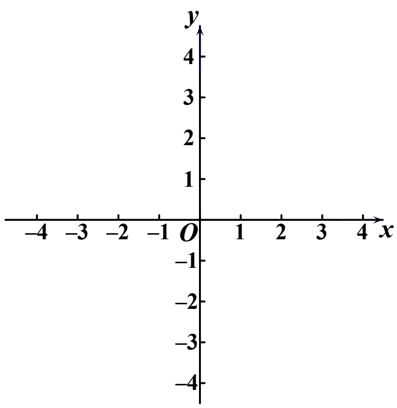


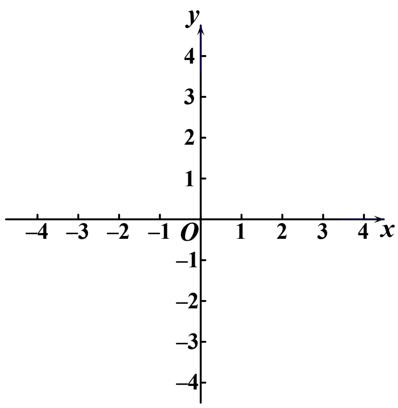
（1）若正方形的中心为原点 O，边长为 2．

① 分别判断点 $F(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$、$G(\sqrt{3},1)$、$H(0,-\frac{5}{2})$ 关于该正方形的“限称点”是否存在，若存在，求其坐标；

② 若平面内一动点 $N(2n,n+2)$ 关于该正方形的“限称点”存在，求 n 的取值范围；

（2）若正方形的中心 T 在 x 轴上，边长为 2，记直线 $y=-2x+1$ 在 $0\le x\le 1$ 之间的部分为图形 K．若图形 K 上任意一点关于该正方形的“限称点”都存在，请你直接写出正方形中心 T 的横坐标的取值范围．





备用图

密

封

线

北京二中教育集团2022—2023学年度第一学期

初二数学期中考试参考答案

一、选择题（共20分，每小题2分）

1-5．ACDCA　　6-10．ADBBB

二、填空题（共16分，每小题2分）

11．$x\geq -2$．　12．$2\sqrt{5}$或4．　13．＝．　14．3．

15．$(3-\sqrt{13},0)$．　16．－2＜y＜0．　17．$5\sqrt{2}$．　18．$\frac{26}{3}\leq f(3)\leq 13$

三、解答题（共64分，其中第19题10分，第20、24-25题每题5分，第21-23题每题6分，第26-28题7分）

19．（1）解：

原式$=3\sqrt{2}-2\times 2\sqrt{3}-6\times\frac{\sqrt{2}}{4}$　……………………………4分

$=3\sqrt{2}-4\sqrt{3}-\frac{3}{2}\sqrt{2}$

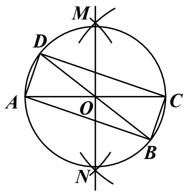
$=\frac{3}{2}\sqrt{2}-4\sqrt{3}$　……………………………5分

19．（2）解：

原式$=(4-2\sqrt{3})+(5-9)$　……………………………4分

$=-2\sqrt{3}$　……………………………5分

20．解：



……………………………2分

与一条线段两个端点距离相等的点在这条线段的垂直平分线上；　……3分

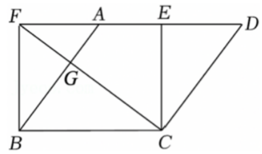
两条对角线互相平分的四边形是平行四边形；　……4分

对角线相等的平行四边形是矩形．　……5分

21．解：

（1）证明：

∵ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形



∴ $BC=AD$，$BC\,/\!/\,AD$

∵ $AF=DE$

∴ $AF+AE=DE+AE$

即 $EF=AD$

∴ $BC=EF$ ……………………………1 分

∵ $BC\,/\!/\,EF$

∴ 四边形 $BCEF$ 为平行四边形 ……………………………2 分

∵ $CE\perp AD$ 于点 E

∴ $\angle CEF=90°$

∴ ▱$BCEF$ 为矩形； ……………………………3 分

（2）解：

∵ $AB\perp CF$

∴ CG 为平行四边形的高，$\angle BGC=90°$

∵ $S_{▱ABCD}=AB\times CG$， $S_{▱ABCD}=20$，$AB=5$

∴ $CG=4$ ……………………………4 分

在▱$ABCD$ 中，$AB\,/\!/\,CD$，$CD=AB=5$

∴ $\angle GCD=\angle BGC=90°$ ……………………………5 分

∴ 在 $Rt\triangle GCD$ 中， $GD=\sqrt{GC^2+CD^2}=\sqrt{41}$． ………………6 分

22．解：（2）这个三角形 __不是__ 直角三角形． ……………………………1 分

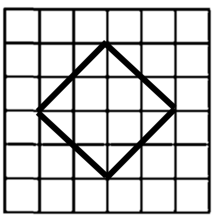


图 1

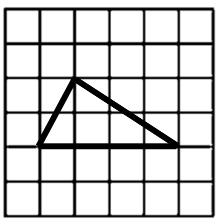


图 2

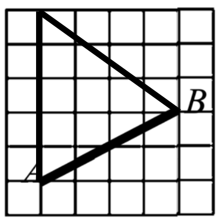


图 3

注意：答对图（1）得 1 分，答对图（2）、图（3）均得 2 分．

23．解：

（1）∵ 一次函数的图象交 x 轴于点 A，$OA=4$

∴ A 点的坐标(4,0)

∵ 点 B 在正比例函数 $y=3x$ 上，$x_B=1$

∴ $y_B=3$，B 点的坐标(1,3) ……………………………1 分

∵ 一次函数 $y=kx+b$ 经过 A、B 两点

∴ $\begin{cases}k+b=3\\4k+b=0\end{cases}$， 解得 $\begin{cases}k=-1\\b=4\end{cases}$

∴ 一次函数的解析式为 $y=-x+4$； ……………………………2 分

（2）$x>1$； ……………………………3 分

（3）设 $P(0,t)$，直线 AB 与 y 轴交于 $C(0,4)$

$S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\cdot OA\cdot|y_B|=\frac{1}{2}\times4\times3=6$ ……………………………4 分

依题意，$S_{\triangle APB}=\frac{1}{2}\cdot PC\cdot|x_B-x_A|=3$

∴ $PC=2$，$P_1(0,2)$，$P_2(0,6)$． ……………………………6 分

24．解：

（1）∵ $x\ge\frac{600-x}{2}$，即 $x\ge200$

∴ $200\le x\le250$ ……………………………1 分

∵ $y=(100-75)x+(120-80)(600-x)$

∴ $y=-15x+24000$； ……………………………2 分

（2）∵ $y=[100-(75-c)]x+(120-80)(600-x)$

∴ $y=(c-15)x+24000$ ……………………………3 分

∵ $10<c<15$

∴ $c-15<0$，y 随 x 的增大而减小 ……………………………4 分

∴ 当 $x=200$ 时，$y_{\max}=200c+21000$ ……………………………5 分

25．解：

（1）81.25；A； ……………………………2 分

（2）乙，原因如下：第一，与甲校相比，乙校的中位数更高，说明乙校综合展示水平较高的同学更多；第二，与甲校相比，乙校的优秀率更高，说明乙校综合展示水平高分的人数更多； ……………………………2 分

（3）88.5． ……………………………1 分

26．解：

（1）令 $y_A=0$，$x_A=-2$，A 点的坐标为 $(-2,0)$

令 $x_B=0$，$y_B=1$，B 点的坐标为 $(0,1)$； ……………………………2 分

（2）设向下平移 n 个单位后的解析式为 $y=\frac{1}{2}x+1-n$，

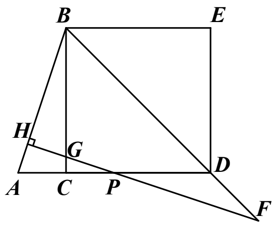
∵ 经过点$(2,-1)$，

∴ $\frac{1}{2}\times 2+1-n=-1$，解得 $n=3$ ……………………………4 分

（3）$-\frac{1}{2}<m\le 1(m\ne 0)$ ……………………………7 分

27．解：

（1）补全图形如下； ……………………………1 分



（2）在正方形 $BCDE$ 中，$\angle BCD=90°$

∵ $PH\perp AB$

∴ $\angle BHG=90°$

∵ $\angle BGP=\angle HBG+\angle BHG$

$=\angle GPC+\angle GCP$

∴ $\angle HBG=\angle GPC$ ……………………………2 分

∵ $\angle ABC=\angle HBG=\alpha$

∴ $\angle DPF=\angle GPC=\alpha$ ……………………………3 分

（3）连接 BP，过点 F 作 CD 的垂线，

交 CD 的延长线于点 K

∴ $\angle PKF=\angle BCP=90°$ ①

∵ C 为线段 AP 的中点，$BC\perp AP$

∴ BC 垂直平分 AP ………………………4 分

∴ $BA=BP$，$\angle ABC=\angle PBC=\alpha$

∴ $\angle PBC=\angle FPK=\alpha$ ②

在正方形 $BCDE$ 中，$BC=CD$，$\angle BCD=90°$

∴ $\angle CDB=\angle CBD=45°$

∵ $\angle PBF=\angle CBD-\angle CBP=45°-\alpha$，

$\angle PFB=\angle CDB-\angle FPK=45°-\alpha$

∴ $\angle PBF=\angle PFB$，$PB=PF=BA$ ③ ………………………5 分

由①②③可得$\triangle BCP\cong\triangle PKF$（$AAS$）

∴ $BC=PK$ ………………………6 分

在 $Rt\triangle PKF$ 中，$PK^2+KF^2=PF^2$

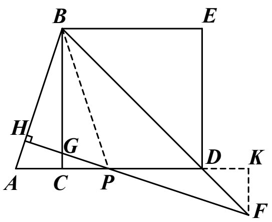
∴ $BC^2+KF^2=AB^2$

在 $Rt\triangle BCD$ 中，$BD=\sqrt{BC^2+CD^2}=\sqrt{2}BC$

同理可证，在 $Rt\triangle FKD$ 中，$\angle FDK=45°$

$\therefore$ $KD=KF$，$DF=\sqrt{2}KF$

$\therefore$ $\left(\dfrac{BD}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\dfrac{DF}{\sqrt{2}}\right)^2=AB^2$，即 $BD^2+DF^2=2AB^2$ ………7 分



28．解：

（1）① F 点的"限称点"存在，是 $(1,-1)$； ……………………1 分

H 点的"限称点"存在，是 $(0,-1)$； ……………………2 分

② 动点 N 在直线 $y=\dfrac{1}{2}x+2$ 上运动，

$-3\le 2n\le -2$ 或 $0\le 2n\le 2$，

即 $-\dfrac{3}{2}\le n\le -1$ 或 $0\le n\le 1$ ……………………4 分

（2）$x_T=-2$ 或 $0\le x_T\le 1$ 或 $x_T=3$ ……………………7 分