



数学试卷

(考试时间为 120 分钟, 试卷满分为 100 分)

姓名: _____ 班级: _____

一、选择题 (每小题 2 分, 共 16 分)

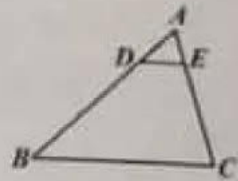
1. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=4$, $\tan A=\frac{1}{2}$, 则 BC 的长度为 ().

- A. 2 B. 8 C. $4\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{5}$

2. 如图, D, E 为 $\triangle ABC$ 的边 AB, AC 上的点, $DE \parallel BC$.

若 $AD:DB=1:3$, $DE=2$, 则 BC 的长是 ().

- A. 10 B. 8 C. 6 D. 4



3. 将二次函数 $y=x^2-6x+5$ 用配方法化成 $y=(x-h)^2+k$ 的形式, 正确的是 ().

- A. $y=(x-6)^2+5$ B. $y=(x-3)^2+5$
C. $y=(x-3)^2-4$ D. $y=(x+3)^2-9$

4. 将抛物线 $y=-3x^2$ 平移, 得到抛物线 $y=-3(x-1)^2-2$, 下列平移方式中, 正确的是 ().

- A. 先向左平移 1 个单位, 再向上平移 2 个单位
B. 先向左平移 1 个单位, 再向下平移 2 个单位
C. 先向右平移 1 个单位, 再向上平移 2 个单位
D. 先向右平移 1 个单位, 再向下平移 2 个单位

5. 若点 $A(-2, y_1)$, $B(1, y_2)$, $C(3, y_3)$ 在二次函数 $y=2x^2+4x-1$ 的图象上, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是 ().

- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_3 < y_1 < y_2$ C. $y_3 < y_2 < y_1$ D. $y_2 < y_1 < y_3$

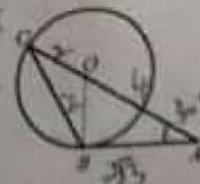
6. 若一个扇形的半径是 18cm, 面积是 $54\pi \text{ cm}^2$, 则扇形的圆心角为 ().

- A. 30° B. 60° C. 90° D. 120°

7. 如图, AB 是 $\odot O$ 的切线, B 为切点, AO 的延长线交 $\odot O$ 于点

C , 连接 BC , 若 $\angle A=30^\circ$, $AB=2\sqrt{3}$, 则 AC 的长为 ().

- A. 4 B. 6 C. $4\sqrt{3}$ D. $6\sqrt{3}$



8. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 为常数, 且 $a \neq 0$) 中的 x 与 y 的部分对应值如下表:

x	-1	0	1	3
y	-1	3	5	3

下列结论中，正确的个数为 ()。

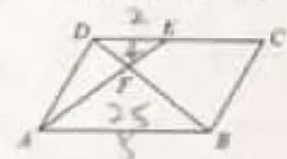
- ① $a < 0$;
- ② 当 $x > 1$ 时， y 的值随 x 值的增大而减小；
- ③ 3 是方程 $ax^2 + (b-1)x + c = 0$ 的一个根；
- ④ 当 $-1 < x < 3$ 时， $ax^2 + (b-1)x + c > 0$ 。

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题 (每小题 2 分，共 16 分)

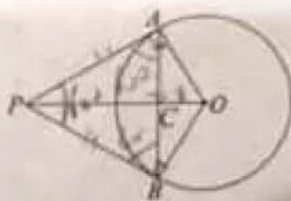
9. 若二次函数 $y = x^2 + 2x + 2k - 4$ 的图象与 x 轴有两个交点，则 k 的取值范围为 _____。

10. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， E 为 CD 上一点，连接 AE 、 BD ，且 AE 、 BD 交于点 F ， $S_{\triangle DEF} : S_{\triangle ABF} = 4 : 25$ ，则 $DE : EC =$ _____。

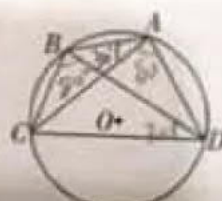


11. 请写出一个开口向下，且经过点 $(-1, 0)$ 的二次函数的解析式 _____。

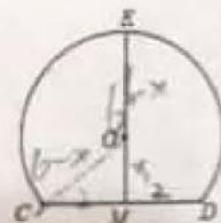
12. 如图， PA 、 PB 是 $\odot O$ 的两条切线，切点分别为 A 、 B 。连接 OA 、 OB 、 AB 、 PO ， PO 与 AB 交于点 C 。若 $\angle APB = 60^\circ$ ， $OC = 1$ ，则 $\triangle PAB$ 的周长为 _____。



(第 12 题图)



(第 13 题图)



(第 14 题图)

13. 如图，四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形，若 $\angle BAC = 30^\circ$ ， $\angle CBD = 80^\circ$ ，则 $\angle BCD$ 的度数为 _____。

14. 如图是一个隧道的横截面，它的形状是以点 O 为圆心的圆的一部分， M 是弦 CD 的中点， EM 经过圆心 O 交 $\odot O$ 于点 E ，且 $CD = 4\text{m}$ ， $EM = 6\text{m}$ ，则 $\odot O$ 的半径为 _____。

15. 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 6$ ， $BC = 3$ 。我们定义：“四个顶点都在三角形边上的正方形是三角形的内接正方形”。

(1) 如图 1，四边形 $CDEF$ 是 $\triangle ABC$ 的内接正方形，则正方形 $CDEF$ 的边长 a_1 等于 _____。

(2) 如图 2，四边形 $DGHI$ 是 (1) 中 $\triangle EDA$ 的内接正方形，那么第 2 个正方形 $DGHI$ 的边长记为 a_2 。继续在图 2 中的 $\triangle HGA$ 中按上述方法作第

3 个内接正方形，依此类推，……
则第 n 个内接正方形的边长 $a_n =$ _____。(n 为正整数)

$2 \frac{4}{5}$

$2 \times \frac{2}{5}^{n-1}$

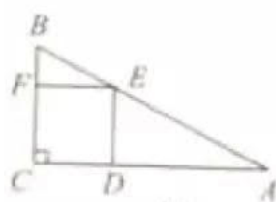


图1

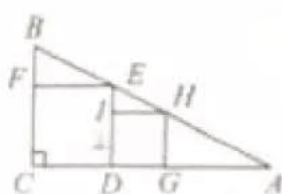


图2

16. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $AB \perp BC$ ， $AB=6$ ， $BC=4$ 。点 P 是 $\triangle ABC$ 内部的一个动点，且满足 $\angle PAB = \angle PBC$ 。则线段 CP 长的最小值为_____。



三、解答题

17. (5分) 在数学课上，老师提出利用尺规作图完成下面问题：

已知： $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形。

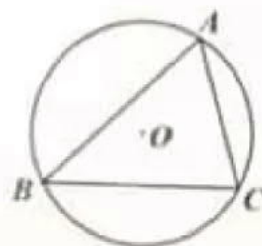


图1

求作： $\triangle ABC$ 中 $\angle BAC$ 的平分线。

小明的作法如下：

- (1) 作 BC 边的垂直平分线 DE ，交 BC 于点 D ，交弧 BC 于点 E ；
- (2) 连接 AE ，交 BC 边于点 F ；

则线段 AF 为所求 $\triangle ABC$ 中 $\angle BAC$ 的平分线。

根据小明设计的尺规作图过程，

- (1) 在图1中补全图形（尺规作图，保留作图痕迹）；
- (2) 完成下面的证明。

证明： $\because OB=OC$ ， DE 是线段 BC 的垂直平分线，

\therefore 圆心 O 在直线 DE 上(_____).

$\because DE \perp BC$,

$\therefore \widehat{BE} = \widehat{CE}$ (_____).

$\therefore \angle BAE = \angle CAE$ (_____).

\therefore 线段 AF 为所求 $\triangle ABC$ 中 $\angle BAC$ 的平分线。

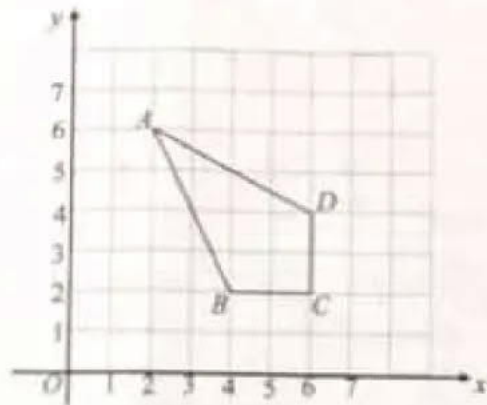
18. (5分) 计算: $\tan 60^\circ - \sin^2 45^\circ + \tan 45^\circ - 2\cos 30^\circ$.

19. (5分) 如图, 四边形 $ABCD$ 各顶点的坐标分别为 $A(2,6)$, $B(4,2)$,

$C(6,2)$, $D(6,4)$.

(1) 在第一象限内, 以原点 O 为位似中心, 画出四边形 $ABCD$ 的位似图形 $A_1B_1C_1D_1$, 使对应边长变为原来的 $\frac{1}{2}$;

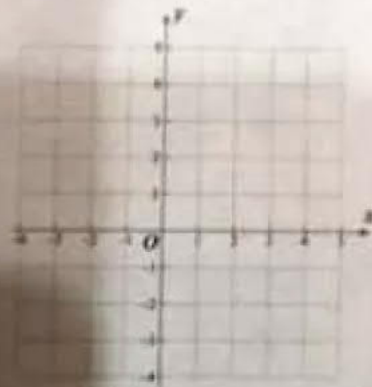
(2) 将线段 AB 绕点 B 顺时针旋转 90° 得到线段 A_2B , 画出线段 A_2B , 并计算点 A 所经过的路径长.



20. (5分) 已知抛物线 $y = x^2 - 4x + 2$.

- (1) 此抛物线与 y 轴的交点坐标是 _____, 顶点坐标是 _____;
 (2) 在坐标系中利用描点法画出此抛物线;

x
y



(3) 结合图象回答:

① 垂直于 y 轴的直线 l 与抛物线 $y = x^2 - 4x + 2$ 相交于点 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$.

则 $x_1 + x_2 =$ _____

② 若点 $A(5, t)$ 和点 $B(m, n)$ 都在抛物线 $y = x^2 - 4x + 2$ 上, 且 $n < t$, 则 m 的取值范围是 _____.

$(x-2)^2 - 2$
 $x^2 - 4x + 4 - 2$

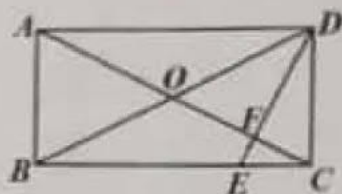
$x^2 - 4x + 2 = 7$

$n < 7$

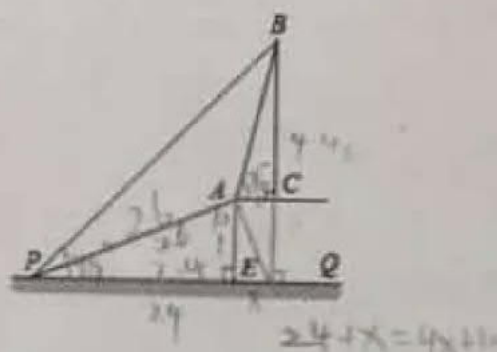
$7 = x^2 - 4x + 2$

$n = 6$
 $7 = 2 =$
 $4 =$

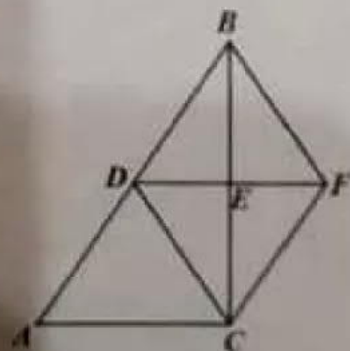
21. (6分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=2$, $BC=4$, 对角线 AC 与 BD 交于点 O , 点 E 在 BC 边上, DE 与 AC 交于点 F , $\angle CDE = \angle CBD$.
求: (1) CE 的长; (2) EF 的长.



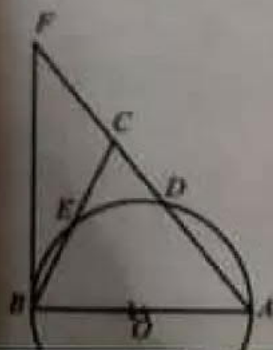
22. (5分) 如图, 斜坡 AP 的坡度为 $1:2.4$ (即坡面的铅垂高度 AE 和水平宽度 PE 的比), 坡长 AP 为 26 米, 在坡顶 A 处的同一水平面上有一座古塔 BC , 在斜坡底 P 处测得该塔的塔顶 B 的仰角为 45° , 在坡顶 A 处测得该塔的塔顶 B 的仰角为 76° . 求古塔 BC 的高度.
(结果精确到 1 米, 参考数据: $\sin 76^\circ \approx 0.97$, $\cos 76^\circ \approx 0.24$, $\tan 76^\circ \approx 4.0$)



23. (5分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, CD 为 AB 边上的中线, 过点 D 作 $DE \perp BC$ 于 E , 过点 C 作 AB 的平行线与 DE 的延长线交于点 F , 连接 BF .
(1) 求证: 四边形 $BDCF$ 为菱形;
(2) 若 $CE=4$, $AC=6$, 求四边形 $BDCF$ 的面积.



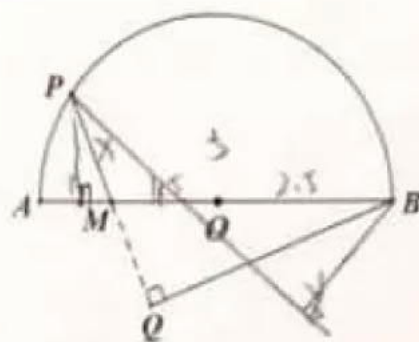
24. (6分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 分别交 AC , BC 于点 D , E , 过点 B 作 $\odot O$ 的切线, 交 AC 的延长线于点 F .
(1) 求证: $\angle CBF = \frac{1}{2} \angle CAB$;
(2) 连接 BD , AE 交于点 H , 若 $AB=5$, $\tan \angle CBF = \frac{1}{2}$, 求 BH 的长.





25. (6分) 如图, 半圆 O 的直径 $AB = 5\text{cm}$, 点 M 在 AB 上且 $AM = 1\text{cm}$, 点 P 是半圆 O 上的动点, 过点 B 作 $BQ \perp PM$ 交 PM (或 PM 的延长线) 于点 Q . 设 $PM = x\text{cm}$, $BQ = y\text{cm}$. (当点 P 与点 A 或点 B 重合时, y 的值为 0)

小石根据学习函数的经验, 对函数 y 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究, 下面是小石的探究过程, 请补充完整:



(1) 通过取点、画图、测量, 得到了 x 与 y 的几组值, 如下表:

x/cm	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
y/cm	0	3.7		3.8	3.3	2.5	

(2) 建立平面直角坐标系, 描出以补全后的表中各对对应值为坐标的点, 画出该函数的图象:



(3) 结合画出的函数图象, 解决问题:

当 BQ 与直径 AB 所夹的锐角为 60° 时, PM 的长度约为 _____ cm .

26. (6分) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 $A(0, 3)$ 和 $B(4, 3)$.

(1) 直接写出 a, b 之间的数量关系式: _____;

(2) 若抛物线的顶点在 x 轴上, 求 a 的值.

(3) 若 $M(-1, 0)$, $N(3, 0)$, 且抛物线与线段 MN 只有一个公共点, 求 a 的取值范围.

$$-\frac{1}{2} < a < 2$$

27. (7分) 如图1, 在等腰直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, P 是射线 CB 上一动点(与点 C, B 不重合), 连接 AP , 延长 BC 至点 Q , 使得 $CQ=CP$, 过点 Q 作 $QH \perp AP$ 于点 H , 交直线 AB 于点 M .
- (1) 在图1中补全图形;
 - (2) 若 $\angle PAC=\alpha$, 用含 α 的式子表示 $\angle AMQ$ 的大小为 $\angle AMQ=$ _____;
 - (3) 探究线段 MB 与 PQ 之间的数量关系, 并给出证明.

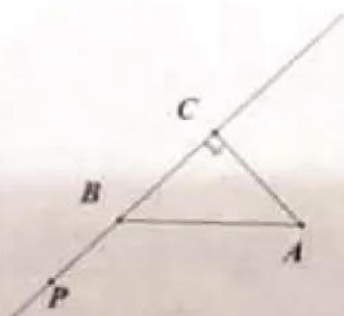
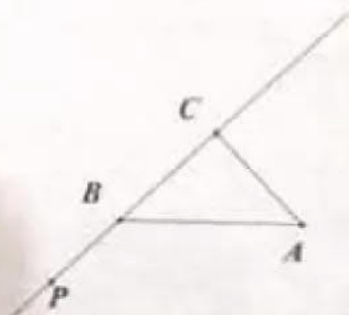
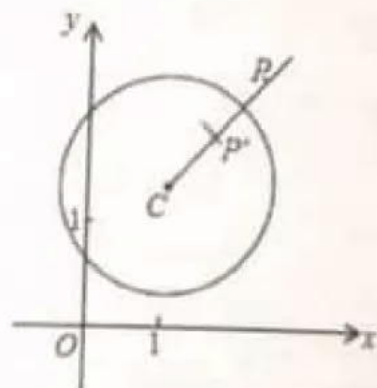


图1



备用图

28. (7分) 在平面直角坐标系 xOy 中, $\odot C$ 的半径为 r , P 是与圆心 C 不重合的点, 点 P 关于 $\odot O$ 的反称点的定义如下: 若在射线 CP 上存在一点 P' , 满足 $CP+CP'=2r$, 则称 P' 为点 P 关于 $\odot C$ 的反称点, 右图为点 P 及其关于 $\odot C$ 的反称点 P' 的示意图.



(1) 当 $\odot O$ 的半径为1时,

①分别判断点 $M(2,1)$, $N(\frac{3}{2},0)$, $T(1,\sqrt{3})$ 关于 $\odot O$ 的反称点是否存在, 若存在, 求其坐标;

②点 P 在直线 $y=-x+2$ 上, 若点 P 关于 $\odot O$ 的反称点 P' 存在, 且点 P' 不在 x 轴上, 求点 P 的横坐标的取值范围;

(2) 当 $\odot C$ 的圆心在 x 轴上且半径为1时, 直线 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+2\sqrt{3}$ 与 x 轴, y 轴分别交于点 A, B , 若线段 AB 上存在点 P , 使得点 P 关于 $\odot C$ 的反称点 P' 在 $\odot C$ 的内部, 求圆心 C 的横坐标的取值范围.

