

## 数学试卷

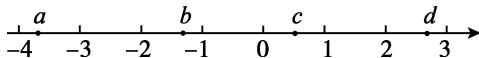
考生须知

- 本试卷共 8 页,共三道大题,28 道小题,满分 100 分.考试时间 120 分钟.
- 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号.
- 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效.
- 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答.
- 考试结束,将答题卡拍照上传.

## 一、选择题(本题共 16 分,每小题 2 分)

第 1~8 题均有四个选项,符合题意的选项只有一个

1. 实数  $a, b, c, d$  在数轴上的对应点的位置如图所示,这四个数中,相反数最大的是



- (A)  $a$  (B)  $b$  (C)  $c$  (D)  $d$

2. 函数  $y = \sqrt{x-1}$ ,自变量的取值范围是

- (A)  $x > 1$  (B)  $x < 1$  (C)  $x \geq 1$  (D)  $x \leq 1$

3. 在平面直角坐标系中,点  $A(-3, -2)$  关于  $y$  轴的对称点在

- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

4. 下列图形中是中心对称图形的是

- (A) 等边三角形 (B) 等腰三角形 (C) 平行四边形 (D) 正五边形

5. 若正多边形的一个外角是  $40^\circ$ ,则这个正多边形是

- (A) 正七边形 (B) 正八边形 (C) 正九边形 (D) 正十边形

6. 用配方法解一元二次方程  $x^2 - 2x - 1 = 0$ ,此方程可变形为

- (A)  $(x+2)^2 = 5$  (B)  $(x-2)^2 = 5$  (C)  $(x+1)^2 = 2$  (D)  $(x-1)^2 = 2$

7. 北京市实施垃圾分类以来,为了调动居民参与垃圾分类的积极性,某社区实行垃圾分类积分兑换奖品活动.随机抽取了若干户 5 月份的积分情况,并对抽取的样本进行了整理,得到下列不完整的统计表:

积分 $x$ /分	频数	频率
$0 \leq x < 50$	4	0.1
$50 \leq x < 100$	8	0.2
$100 \leq x < 200$	16	$b$
$x \geq 200$	$a$	0.3

根据以上信息可得

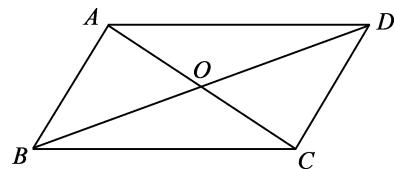
- (A)  $a=40, b=0.4$  (B)  $a=12, b=0.4$  (C)  $a=10, b=0.5$  (D)  $a=4, b=0.5$

8. 如图,在四边形  $ABCD$  中,  $AB \parallel CD$ , 对角线  $AC, BD$  相交于点  $O$ . 添加下列条件中的一个,

若可推出该四边形是平行四边形. 则添加的条件可以是

- ①  $AD \parallel BC$ , ②  $AB = CD$ , ③  $AD = BC$ ,
- ④  $\angle ADC = \angle ABC$ , ⑤  $BO = DO$ , ⑥  $\angle DBA = \angle CAB$ ,

- (A) ①②③⑤      (B) ①②④⑤  
(C) ①②④⑥      (D) ①③④⑥

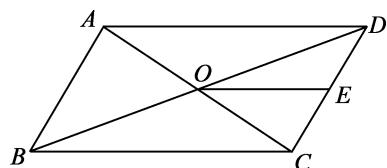


二、填空题(本题共 16 分,每小题 2 分)

9. 如果  $a+b=2$ , 那么代数式  $\frac{a^2}{a-b} + \frac{b^2}{b-a}$  的值是\_\_\_\_\_.

10. 方程  $x^2 - 3 = 0$  的解为\_\_\_\_\_.

11. 如图,在平行四边形  $ABCD$  中,对角线  $AC, BD$  相交于点  $O$ .  $E$  是  $CD$  边中点,  $OE$  长等于 3, 则  $BC$  长为\_\_\_\_\_.



12. 点  $A(-1, y_1)$  与点  $B(3, y_2)$  都在直线  $y = -3x+1$  上, 则  $y_1$  与  $y_2$  的大小关系是\_\_\_\_\_.

13. 甲、乙两名射击运动员在赛前的某次射击选拔赛中,各射击 10 次,成绩的平均数和方差分别是  $\bar{x}_{\text{甲}} = 7.5$ ,  $\bar{x}_{\text{乙}} = 7.5$ ,  $S_{\text{甲}}^2 = 2.25$ ,  $S_{\text{乙}}^2 = 3.45$ , 要从中选择一名成绩好又发挥稳定的运动员参加比赛,应该选择\_\_\_\_\_, 理由是:\_\_\_\_\_.

14. 关于  $x$  的方程  $x^2 - mx + 4 = 0$  有两个相等的实数根, 则  $m$  的值为\_\_\_\_\_.

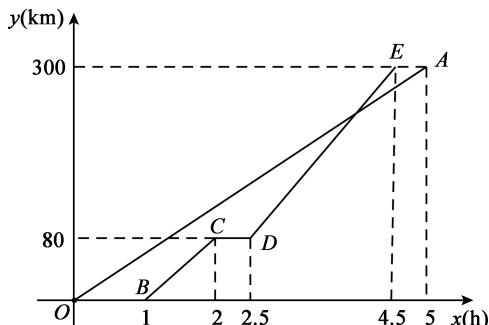
15. 在矩形  $ABCD$  中,  $AD > AB$ , 对角线  $AC, BD$  相交于点  $O$ .  $E, F$  分别是边  $AD, BC$  的中点, 过点  $O$  的动直线与  $AB, CD$  边分别交于点  $M, N$ . 在①平行四边形; ②矩形; ③菱形; ④正方形四个图形中, 四边形  $EMFN$  可能是\_\_\_\_\_ (只填序号).



16. 甲、乙两地相距 300km, 一辆货车和一辆轿车先后从甲地出发驶向乙地, 如图所示, 线段  $OA$  和折线  $BCDE$ , 分别表示货车和轿车离开甲地的距离  $y$ (km) 与货车离开甲地的时间  $x$ (h) 之间的函数关系.

小明根据图象, 得到下列结论:

- ① 轿车在途中停留了半小时;
- ② 货车从甲地到乙地的平均速度是  $60\text{km/h}$ ;
- ③ 轿车从甲地到乙地用的时间是 4.5 小时;
- ④ 轿车出发后 3 小时追上货车.



则小明得到的结论中正确的是\_\_\_\_\_ (只填序号).

### 三、解答题(本题共 68 分, 第 17-20 题, 每小题 5 分, 第 21-28 题, 每小题 6 分)

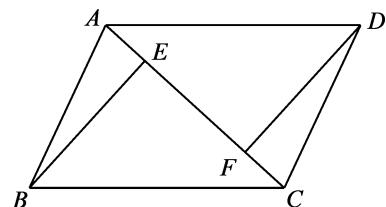
解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算:  $\sqrt{12} + (3 - \pi)^0 + |1 - \sqrt{3}|$ .

18. 解方程:  $x^2 + 4x - 2 = 0$ .

19. 已知: 如图,  $\square ABCD$  中,  $BE \perp AC$  于  $E$ ,  $DF \perp AC$  于  $F$ .

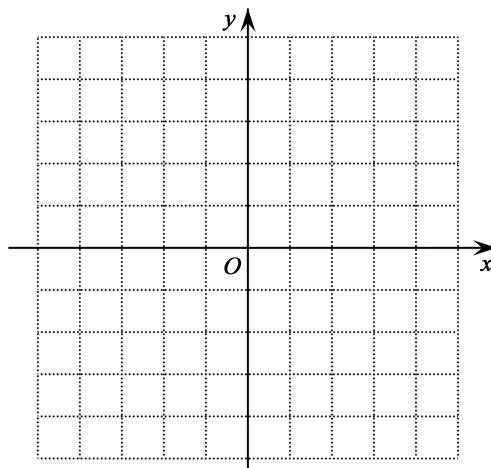
求证:  $BE = DF$ .



20. 已知一次函数  $y = -2x + 4$ .

(1) 在给定的平面直角坐标系  $xOy$  中, 画出函数  $y = -2x + 4$  的图象;

(2) 若一次函数  $y = -2x + 4$  的图象与  $x, y$  轴分别交于  $A, B$  两点, 求  $\triangle AOB$  的面积.



21. 有这样一个作图题目: 画一个平行四边形  $ABCD$ , 使  $AB = 3\text{cm}$ ,  $BC = 2\text{cm}$ ,  $AC = 4\text{cm}$ .

下面是小红同学设计的尺规作图过程.

作法: 如图,

- ① 作线段  $AB = 3\text{cm}$ ,
- ② 以  $A$  为圆心,  $4\text{cm}$  为半径作弧, 以  $B$  为圆心,  $2\text{cm}$  为半径作弧, 两弧交于点  $C$ ;
- ③ 再以  $C$  为圆心,  $3\text{cm}$  为半径作弧, 以  $A$  为圆心,  $2\text{cm}$  为半径作弧, 两弧交于点  $D$ ;
- ④ 连结  $AD, BC, CD$ .

所以四边形  $ABCD$  即为所求作平行四边形.

根据小红设计的尺规作图过程,

(1) 使用直尺和圆规, 补全图形; (保留作图痕迹)

(2) 完成下列证明.

证明:

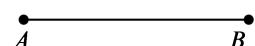
$\because$  以  $A$  为圆心,  $4\text{cm}$  为半径作弧, 以  $B$  为圆心,  $2\text{cm}$  为半径作弧, 两弧交于点  $C$ ,  
 $\therefore BC = \underline{\hspace{2cm}}\text{cm}, AC = \underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$ .

$\because$  以  $C$  为圆心,  $3\text{cm}$  为半径作弧, 以  $A$  为圆心,  $2\text{cm}$  为半径作弧, 两弧交于点  $D$ ,  
 $\therefore CD = 3\text{cm}, AD = 2\text{cm}$ .

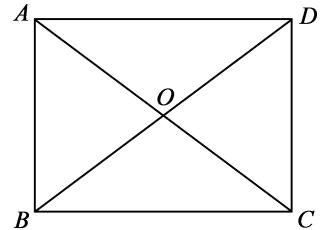
又 $\because AB = 3\text{cm}$ ,

$\therefore AB = CD, AD = \underline{\hspace{2cm}}$ .

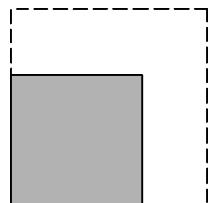
$\therefore$  四边形  $ABCD$  是平行四边形(  $\underline{\hspace{2cm}}$  ) (填推理依据).



22. 已知:如图,矩形  $ABCD$  中,对角线  $AC$ 、 $BD$  相交于点  $O$ ,过  $B$ 、 $C$  两点分别作  $AC$ 、 $BD$  的平行线,两直线相交于点  $F$ .
- (1) 补全图形,并证明四边形  $BFCO$  是菱形;
- (2) 若  $AB=3$ , $BC=4$ ,求四边形  $BFCO$  的周长.



23. 公园里有一个边长为 8 米的正方形花坛,如图所示,现在想扩大花坛的面积. 要使花坛的面积增加 80 平方米后仍然是正方形,求边长应该延长多少米?



24. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2+x+m=0$  有两个不相等的实数根.
- (1) 求  $m$  的取值范围;
- (2) 若  $m$  为符合条件的最大整数,求此时方程的解.



25. 2020 年新冠疫情来势汹汹, 我国采取了有力的防疫措施, 控制住了疫情的蔓延. 甲、乙两个学校各有 400 名学生, 在复学前, 为了解学生对疫情防控知识的掌握情况, 进行了抽样调查, 过程如下, 请补充完整.

### (1) 收集数据

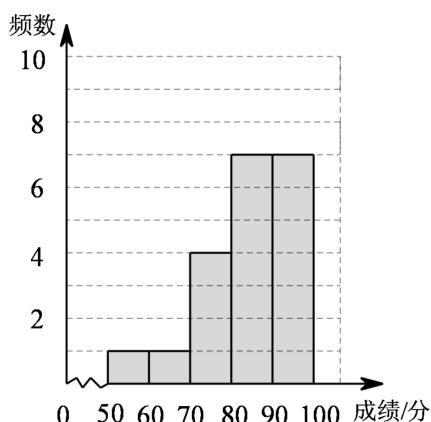
从甲、乙两校各随机抽取 20 名学生进行了相关知识的网上测试, 测试成绩如下:

甲 98 98 92 92 92 92 92 89 89 85  
84 84 83 83 79 79 78 78 69 58  
乙 99 96 96 96 96 96 96 94 92 89  
88 85 80 78 72 72 71 65 58 55

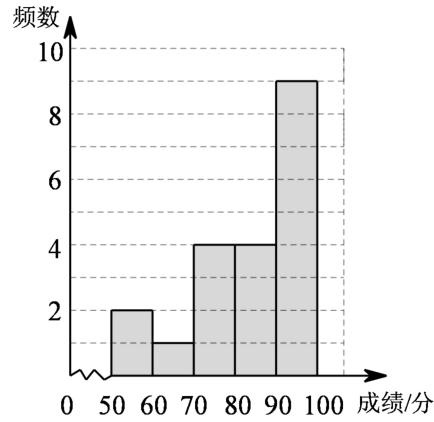
### (2) 整理、描述数据

根据上面得到的两组样本数据, 绘制了频数分布直方图:

甲校测试成绩频数分布直方图



乙校测试成绩频数分布直方图



### (3) 分析数据

两组样本数据的平均数、众数、中位数、方差如下表所示:

	平均数	众数	中位数	方差
甲校	84.7	92	$m$	88.91
乙校	83.7	$n$	88.5	184.01

(说明: 成绩 80 分及以上为优良, 60~79 分为合格, 60 分以下为不合格)

### (4) 得出结论

- 估计甲学校掌握疫情防控知识优良的学生人数约为\_\_\_\_\_;
- 可以推断出\_\_\_\_\_学校的学生掌握疫情防控知识的水平较高, 理由为\_\_\_\_\_.



26. 有这样一个问题：探究函数  $y=|x+1|$  的图象与性质.

小明根据学习一次函数的经验，对函数  $y=|x+1|$  的图象与性质进行了探究.

下面是小明的探究过程，请补充完整：

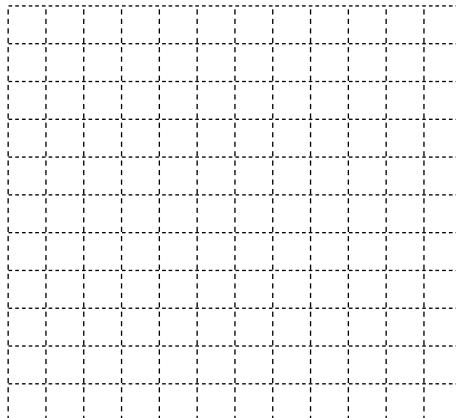
(1) 函数  $y=|x+1|$  的自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_；

(2) 下表是  $x$  与  $y$  的几组对应值.

$x$	...	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$y$	...	4	3	2	$m$	0	1	2	3	4	...

$m$  的值为\_\_\_\_\_；

(3) 在下面网格中，建立平面直角坐标系  $xOy$ ，描出上表中各对对应值为坐标的点，并画出该函数的图象；



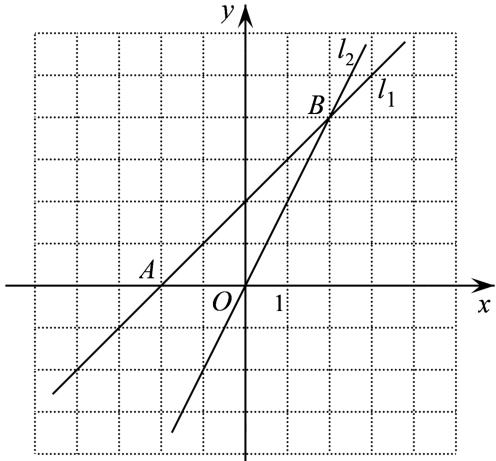
(4) 小明根据画出的函数图象，得出了如下几条结论：

- ① 函数有最小值为 0；
- ② 当  $x > -1$  时， $y$  随  $x$  的增大而增大；
- ③ 图象关于过点  $(-1, 0)$  且垂直于  $x$  轴的直线对称.

小明得出的结论中正确的是\_\_\_\_\_.(只填序号)



27. 如图:在平面直角坐标系  $xOy$  中,过点  $A(-2,0)$  的直线  $l_1$  和直线  $l_2:y=2x$  相交于点  $B(2,m)$ .
- (1)求直线  $l_1$  的表达式;
  - (2)过动点  $P(n,0)$  ( $n < 0$ )且垂直于  $x$  轴的直线与  $l_1$ 、 $l_2$  的交点分别为  $C,D$ . 横、纵坐标都是整数的点叫做整点.
    - ① 当  $n=-1$  时,直接写出  $\triangle BCD$  内部(不含边上)的整点个数;
    - ② 若  $\triangle BCD$  的内部(不含边上)恰有 3 个整点,直接写出  $n$  的取值范围.



28. 如图,在正方形  $ABCD$  中,点  $E$  是边  $AB$  上的一动点(不与点  $A,B$  重合),连接  $DE$ ,点  $A$  关于直线  $DE$  的对称点为  $F$ ,连接  $EF$  并延长交  $BC$  边于点  $G$ ,连接  $DF,DG$ .
- (1)依题意补全图形,并证明  $\angle FDG = \angle CDG$ ;
  - (2)过点  $E$  作  $EM \perp DE$  于点  $E$ ,交  $DG$  的延长线于点  $M$ ,连接  $BM$ .
    - ① 直接写出图中和  $DE$  相等的线段;
    - ② 用等式表示线段  $AE,BM$  的数量关系,并证明.

