



高二数学 (1-4 班)

一、选择题 (本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分.)

1. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2 - a_3 + a_6 = 4$, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 9 项和 $S_9 =$ ()
 $a_5 = 4$
 A. 9 B. 18 C. 36 D. 72

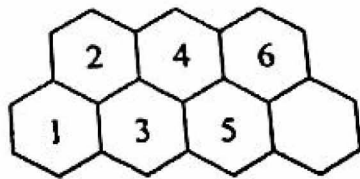
2. 已知两条直线 $l_1: ax + y - 1 = 0$ 和 $l_2: x + ay + 1 = 0 (a \in \mathbb{R})$, 下列不正确的 ()
 A. “ $a=1$ ” 是 “ $l_1 // l_2$ ” 的充要条件 B. 当 $l_1 // l_2$ 时, 两条直线间的距离为 $\sqrt{2}$
 C. 当 l_2 斜率存在时, 两条直线不可能垂直 D. 直线 l_2 横截距为 1

3. 若抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 上一点 $P(2, y_0)$ 到其准线的距离为 4, 则抛物线的标准方程为 ()
 A. $y^2 = 4x$ B. $y^2 = 6x$ C. $y^2 = 8x$ D. $y^2 = 10x$

4. 若椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{m} = 1$ 与双曲线 $\frac{x^2}{m^2} - \frac{y^2}{2} = 1$ 有相同的焦点, 则实数 m 为
 A. 1 B. -1 C. ± 1 D. 不确定

5. 已知无穷等比数列 $\{a_n\}$ 中 $a_1 = 2, |a_2| < 2$, 它的前 n 项和为 S_n , 则下列命题正确的是 ()
 A. 数列 $\{S_n\}$ 是递增数列 B. 数列 $\{S_n\}$ 是递减数列
 C. 数列 $\{S_n\}$ 存在最小项 D. 数列 $\{S_n\}$ 存在最大项

6. 如图, 一次移动是指: 从某一格开始只能移动到邻近的一格, 并且总是向右或右上或右下移动, 而一条移动路线由若干次移动构成, 如 $1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7$ 就是一条移动路线, 则从数字 “1” 到 “7”, 恰好漏掉两个数字的移动路线条数为 ()
 A. 5 B. 6
 C. 7 D. 8





空间解析几何的发展，被广泛应用于工程制图当中。过椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 外的一点作椭圆的两条切线，若两条切线互相垂直，则该点的轨迹是以椭圆的中心为圆心，以 $\sqrt{a^2 + b^2}$ 为半径的圆，这个圆叫做椭圆的蒙日圆。若椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{m} = 1 (0 < m < 4)$ 的蒙日圆为 $E: x^2 + y^2 = 7$ 过圆 E 上的动点 M 作椭圆 C 的两条切线，分别与圆 E 交于 P, Q 两点，直线 PQ 与椭圆 C 交于 A, B 两点，则下列结论不正确的是 ()

- A. 椭圆 C 的离心率为 $\frac{1}{2}$
- B. M 到 C 的右焦点的距离的最大值为 $\sqrt{7} + 1$
- C. 若动点 N 在 C 上，记直线 AN, BN 的斜率分别为 k_1, k_2 ，则 $k_1 k_2 = -\frac{3}{4}$
- D. ΔMPQ 面积的最大值为 $\frac{7}{2}$

二、填空题 (本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分)

9. 在 1 和 9 之间插入三个数，使这五个数组成正项等比数列，则中间三个数的积等于_____。

10. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{m} - y^2 = 1$ 的焦距为 $2\sqrt{5}$ ，则双曲线 C 的渐近线方程为_____。

11. 用字母 A, Y ，数字 $1, 8, 9$ 构成一个字符不重复的五位号牌，要求字母 A, Y 不相邻，数字 $8, 9$ 相邻，则可构成的号牌的个数是_____。(用数字作答)

12. 如果点 $M(x, y)$ 在运动过程中，总满足关系式 $\sqrt{(x-1)^2 + y^2} + \sqrt{(x+1)^2 + y^2} = 4$ ，记满足此条件的点 M 的轨迹为 C ，直线 $x = m$ 与 C 交于 D, E 已知 $A(-1, 0)$ ，则 ΔADE 周长的最大值为_____。

13. 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \begin{cases} 2^n - 1, & n \leq 4, \\ -n^2 + (a-1)n, & n \geq 5. \end{cases}$ 若 a_5 是 $\{a_n\}$ 中的最大值，则 a 的取值范围是_____。

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数，其前 n 项和 S_n 满足 $a_n \cdot S_n = 9 (n = 1, 2, \dots)$ 给出下列四个结论：

- ① $\{a_n\}$ 的第 2 项小于 3；
- ② $\{S_n\}$ 为递增数列
- ③ $\{a_n\}$ 为递增数列；
- ④ $\{a_n\}$ 中存在小于 $\frac{1}{100}$ 的项。

其中所有正确结论的序号是_____。



三、解答题（本大题共4小题，共50分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。）

15. (12分) 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列，满足 $a_1=3, a_4=12$ ，数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1=4, b_4=20$ ，

且 $\{b_n - a_n\}$ 为等比数列。

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式；

(II) 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和。

16. (12分) 在平面直角坐标系 xOy 中，动点 P 到点 $T(0, \frac{3}{2})$ 的距离比它到直线 $l: y=-1$ 的距离大 $\frac{1}{2}$ 。

(I) 求动点 P 的轨迹 C 的方程；

(II) 过点 T 的直线 l 与动点 P 的轨迹 C 交于 A, B 两点，求证： $\frac{1}{|AT|} + \frac{1}{|BT|}$ 为定值。

17. (13分) 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ， $AB \parallel CD$ ， $AB \perp AD$ ， $AB=1$ ，

$PA=AD=CD=2$ 。E为棱 PC 上一点，平面 ABE 与棱 PD 交于点 F 。

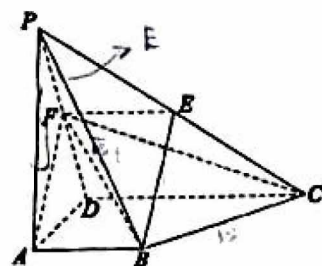
请从条件① $BE \parallel AF$ 、条件② $BE \perp PC$ 中选择一个作为已知，

完成下列两个问题：

(I) 求证： F 为 PD 的中点；

(II) 求二面角 $B-FC-P$ 的余弦值。

注：如果选择条件①和条件②分别解答，按第一个解答计分。



18. (13分) 如图，已知椭圆 $E: \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的一个焦点为 $F_1(0,1)$ ，离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 。

(I) 求椭圆 E 的方程；

(II) 过点 F_1 作斜率为 k 的直线交椭圆 E 于两点 A, B ， AB 的中点为 M 。设 O 为原点，射线 OM 交椭圆 E 于点 C 。当 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ABO$ 的面积相等时，求 k 的值。

