



数 学

2019. 05

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	A	C	C	B	A	D

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 圆柱

10. 7

 11. $(9, -1)$

 12. $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{1}{3}$ (答案不唯一)

13. 110

14. 4

 15. $\frac{8}{x} - \frac{8}{10x} = 720$

16. 54

三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分；第 23-26 题，每小题 6 分；第 27-28 题，每小题 7 分）

17. (本小题满分 5 分)

$$\begin{aligned} \text{解: 原式} &= 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 - 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} \\ &= \sqrt{3}. \end{aligned}$$

18. (本小题满分 5 分)

$$\text{解: 原不等式组为 } \begin{cases} 5x-1 > 2(x+1), & \textcircled{1} \\ \frac{3x+2}{4} > x. & \textcircled{2} \end{cases}$$

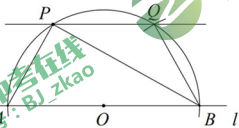
 解不等式①, 得 $x > 1$.

 解不等式②, 得 $x < 2$.

 \therefore 原不等式组的解集为 $1 < x < 2$.

19. (本小题满分 5 分)

(1) 补全的图形如图所示:


 (2) QB ,

等弧所对的圆周角相等,

内错角相等, 两直线平行.

20. (本小题满分5分)

解: (1) 依题意可知, $a \neq 0$, $\Delta = 0$.

$$\therefore 4a(a-c) = 0.$$

$$\therefore a = c.$$

(2) \because 方程有一个根是 0,

$$\therefore c = 0.$$

$$\therefore ax^2 + 2ax = 0,$$

$$\text{即 } ax(x+2) = 0.$$

\therefore 方程的一个根为 $x = -2$.

21. (本小题满分5分)

(1) 证明: $\because E, F$ 分别为 AC, BC 的中点,

$$\therefore EF \parallel AB, EF = \frac{1}{2}AB, CF = \frac{1}{2}BC.$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore EF \parallel CD.$$

$$\because AB = 2CD,$$

$$\therefore EF = CD.$$

\therefore 四边形 $CDEF$ 是平行四边形.

$$\because AB = BC,$$

$$\therefore CF = EF.$$

\therefore 四边形 $CDEF$ 是菱形.

(2) 解: \because 四边形 $CDEF$ 是菱形, $DF = 2$,

$$\therefore DF \perp AC, DG = \frac{1}{2}DF = 1.$$

在 $\text{Rt}\triangle DGC$ 中, $CD = \frac{5}{3}$, 可得 $CG = \sqrt{CD^2 - DG^2} = \frac{4}{3}$.

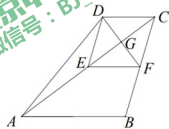
$$\therefore EG = CG = \frac{4}{3}, CE = 2CG = \frac{8}{3}.$$

$\because E$ 为 AC 中点,

$$\therefore AE = CE = \frac{8}{3}.$$

$$\therefore AG = AE + EG = 4.$$

在 $\text{Rt}\triangle DGA$ 中, $AD = \sqrt{AG^2 + DG^2} = \sqrt{17}$.



22. (本小题满分5分)

(1) 证明: $\because PC$ 与 $\odot O$ 相切于点 C ,

$$\therefore OC \perp PC.$$

$$\therefore \angle OCP = 90^\circ.$$

$$\because \angle AOC = \angle CPB, \angle AOC + \angle BOC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC + \angle CPB = 180^\circ.$$

在四边形 $PBOC$ 中, $\angle PBO = 360^\circ - \angle CPB - \angle BOC - \angle PCO = 90^\circ$.

\therefore 半径 $OB \perp PB$.



北京中考在线
微信号: BJ_zkao

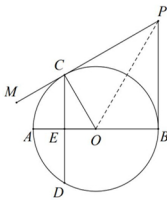
北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

∴ PB 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 解法 1: 连接 OP , 如图.



∵ AB 是 $\odot O$ 的直径, $AB = 4\sqrt{3}$,

∴ $OC = OB = \frac{1}{2}AB = 2\sqrt{3}$.

∵ 弦 $CD \perp AB$ 于点 E , $CD = 6$,

∴ $CE = \frac{1}{2}CD = 3$.

在 $\text{Rt}\triangle CEO$ 中, $\sin \angle COE = \frac{CE}{CO} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

∴ $\angle COE = 60^\circ$.

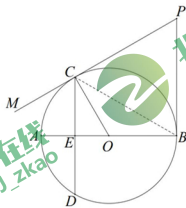
∵ PB , PC 都是 $\odot O$ 的切线,

∴ $\angle CPO = \angle BPO$, $\angle OCP = \angle OBP$.

∴ $\angle COP = \angle BOP = 60^\circ$.

∴ $PB = OB \cdot \tan 60^\circ = 6$.

解法 2: 连接 BC , 如图.



∵ AB 是 $\odot O$ 的直径, $AB = 4\sqrt{3}$,

∴ $OC = \frac{1}{2}AB = 2\sqrt{3}$.

∵ 弦 $CD \perp AB$ 于点 E , $CD = 6$,

∴ $CE = \frac{1}{2}CD = 3$.

在 $\text{Rt}\triangle CEO$ 中, $\sin \angle COE = \frac{CE}{CO} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.



北京中考在线
微信号: BJ_zkao



北京中考在线
微信号: BJ_zkao



北京中考在线
微信号: BJ_zkao



北京中考在线
微信号: BJ_zkao





$$\therefore \angle COE = 60^\circ.$$

$$\therefore \angle CPB = \angle COE = 60^\circ, \quad \angle ABC = \frac{1}{2} \angle COE = 30^\circ.$$

$$\therefore BC = 2CE = 6.$$

$\therefore PB, PC$ 都是 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore PB = PC.$$

$\therefore \triangle PBC$ 为等边三角形.

$$\therefore PB = BC = 6.$$

23. (本小题满分 6 分)

(1) \because 直线 $y = 2x + b$ 经过点 $A(1, m), B(-1, -1)$,

$$\therefore b = 1.$$

又 \because 直线 $y = 2x + b$ 经过点 $A(1, m)$,

$$\therefore m = 3.$$

(2) ① $C(0, -1), D(1, 1)$.

② 函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 A 时, $k = 3$.

函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 D 时, $k = 1$, 此时双曲线也经过点 B ,

结合图象可得 k 值得范围是 $0 < k < 1$ 或 $1 < k \leq 3$.

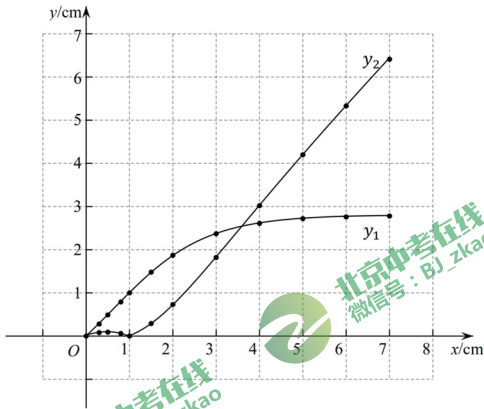
24. (本小题满分 6 分)

解: 本题答案不唯一, 如:

(1)

x/cm	0	0.3	0.5	0.8	1	1.5	2	3	4	5	6
y_1/cm	0	0.28	0.49	0.79	1	1.48	1.87	2.37	2.61	2.72	2.76
y_2/cm	0	0.08	0.09	0.06	0	0.29	0.73	1.82	3.02	4.20	5.33

(2)



(3) 5.49 或 2.50

25. (本小题满分 6 分)

解: (1) A.

(2) 乙.

与甲校相比,乙校的中位数更高,说明乙校综合展示水平较高的同学更多;

与甲校相比,乙校的优秀率更高,说明乙校综合展示水平高分人数更多;

(3) 88.5.

26. (本小题满分 6 分)

解: (1) 由题意可得
$$\begin{cases} -3=c, \\ 0=9a+3b+c. \end{cases}$$

$$\therefore c = -3, \quad 3a + b - 1 = 0.$$

(2) 由 (1) 可得 $y = ax^2 + (1-3a)x - 3$ ($a > 0$).

\therefore 抛物线在 A、B 两点间, 从左到右上升,

$$\therefore \frac{3a-1}{2a} \leq 0.$$

$$\therefore a > 0,$$

$$\therefore 3a-1 \leq 0, \quad \text{即 } 0 < a \leq \frac{1}{3}.$$

(3) 抛物线不能经过点 $M(-1+m, n)$, $N(4-m, n)$.

理由如下:

若抛物线经过 $M(-1+m, n)$, $N(4-m, n)$, 则抛物线的对称轴为 $x = \frac{3}{2}$.

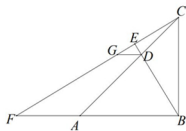
由抛物线经过点 A ，可知抛物线经过点 $(3, -3)$ ，与抛物线经过点 $B(3, 0)$ 矛盾。

所以抛物线不能经过点 $M(-1+m, n)$ ， $N(4-m, n)$ 。



27. (本小题满分 7 分)

(1) 补全图形，如图。



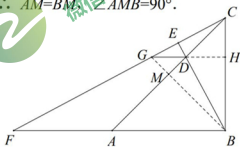
- (2) 解：∵ $AB=BC$ ， $\angle ABC=90^\circ$ ，
 ∴ $\angle BAC=\angle BCA=45^\circ$ ，
 ∴ $\angle ACE=\alpha$ ，
 ∴ $\angle ECB=45^\circ+\alpha$ ，
 ∵ $CF\perp BD$ 交 BD 的延长线于点 E ，
 ∴ $\angle BEF=90^\circ$ ，
 ∴ $\angle F+\angle ABD=90^\circ$ ，
 ∴ $\angle F+\angle ECB=90^\circ$ ，
 ∴ $\angle ABD=\angle ECB=45^\circ+\alpha$ 。

(3) ① DG 与 BC 的位置关系： $DG\perp BC$ 。

证明：连接 BG 交 AC 于点 M ，延长 GD 交 BC 于点 H ，如图。

- ∵ $AB=BC$ ， $\angle ABD=\angle ECB$ ， $BD=CG$ ，
 ∴ $\triangle ABD\cong\triangle BCG$ ，
 ∴ $\angle CBG=\angle BAD=45^\circ$ ，
 ∴ $\angle ABG=\angle CBG=\angle BAC=45^\circ$ ，∴ $AM=BM$ ， $\angle AMB=90^\circ$ ，
 ∴ $AD=BG$ ，
 ∴ $DM=GM$ ，
 ∴ $\angle MGD=\angle GDM=45^\circ$ ，
 ∴ $\angle BHG=90^\circ$ ，
 ∴ $DG\perp BC$ 。

② $2CG^2=DC^2+AB^2$ 。



28. (本小题满分 7 分)

解：(1) 是。

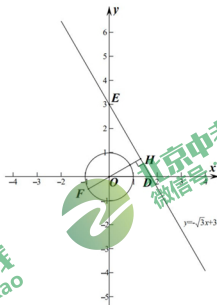
- ∵ $A(-1,1)$ ， $B(0,2)$ ， $C(1,-1)$ 到 x 轴的距离分别是 1，1，2，且 $1+1=2$ ，
 ∴ 这三点为图形 M 关于直线 l 的一个基准点列，它的基准距离为 2。

(2) ① ∵ $P_1, P_2, \dots, P_n, P_n$ 是 $\odot T$ 关于直线 l 的一个基准点列，

$$\therefore d_1 + d_2 + \dots + d_{n-1} = d_n.$$

$\therefore d_n$ 的最大值为 $\odot T$ 上的点到直线 l 的最大距离.

当 T 为原点时, 过 O 作 $OH \perp l$ 与点 H , 延长 HO 交 $\odot O$ 于点 F ,



则 FH 的长度为 d_n 的最大值.

设函数 $y = -\sqrt{3}x + 3$ 的图象与 x 轴, y 轴分别交于点 D, E ,

则 $D(\sqrt{3}, 0), E(0, 3)$.

$$\therefore OD = \sqrt{3}, OE = 3, \angle DOE = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle OED = 30^\circ.$$

$$\text{又} \because \angle OHE = 90^\circ,$$

$$\therefore OH = \frac{1}{2}OE = \frac{3}{2}.$$

$$\therefore FH = \frac{5}{2}.$$

显然, $\odot O$ 上存在点 P_1, P_2, P_3, P_4 满足

$$d_1 = \frac{1}{2}, d_2 = \frac{3}{4}, d_3 = \frac{3}{4}, d_4 = \frac{5}{2}.$$

$$\therefore d_n \text{ 的最大值为 } \frac{5}{2}.$$

② 圆心 T 的纵坐标 t 的取值范围为 $0 < t \leq \frac{1}{5}$ 或 $\frac{29}{5} \leq t < 6$.

