



北京十二中 2019-2020 学年第一学期期初考试试题

初二数学

2019.09

班级: _____ 姓名: _____ 学号: _____

(满分 100 分, 时间 120 分钟)

一、选择题 (本题共 30 分, 每小题 3 分)

1. 64 的立方根是

- A. ± 4
- B. 4
- C. 8
- D. ± 8

2. 如果 $m > n$, 那么下列结论错误的是

- A. $m+2 > n+2$
- B. $m-\sqrt{7} > n-\sqrt{7}$
- C. $5m > 5n$
- D. $-\frac{1}{3}m > -\frac{1}{3}n$

3. 已知点 $P(3-3a, 1-2a)$ 在第四象限, 则 a 的取值范围在数轴上表示正确的是

- A.

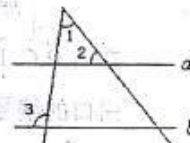
B.
- C.

D.
- $3-3a > 0$
 $1-2a < 0$

$2a > 1$
 $3a < 3$

4. 如图, 直线 $a \parallel b$, 若 $\angle 1 = 50^\circ$, $\angle 3 = 95^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为

- A. 35°
- B. 45°
- C. 50°
- D. 55°

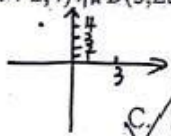


5. 有 40 个数据, 最大值为 35, 最小值为 15. 若取组距为 4, 则组数应为

- A. 4
- B. 5
- C. 6
- D. 7

6. 已知平面内不同的两点 $A(a+2, 4)$ 和 $B(3, 2a+2)$ 到 x 轴的距离相等, 则 a 的值为

- A. -3
- B. -5
- C. 1 或 -3
- D. 1 或 -5



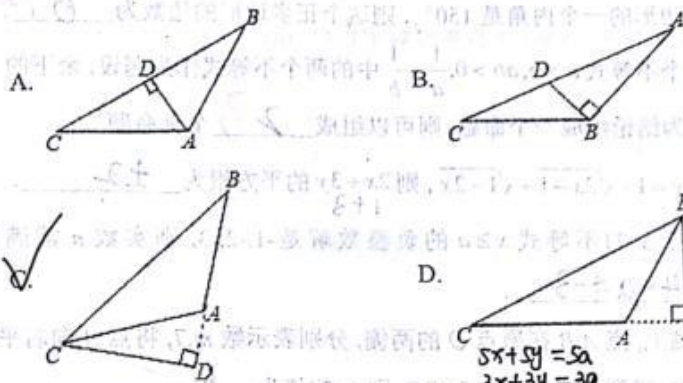
7. 已知 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三条边长, 化简 $|a+b-c| - |c-a-b|$ 的结果为

- A. $2a+2b-2c$
- B. $2a+2b$
- C. $2c$
- D. 0

(a+b-c) -



8. 要求画 $\triangle ABC$ 的边 AB 上的高, 下列画法中, 正确的是



9. 已知 $|a-1|=1-a$, 若 a 为整数时, 方程组 $\begin{cases} 5x+3y=5a \\ 3x+2y=3a \\ x+y=a \end{cases}$ 的解 x 为正数, y 为负数, 则 a 的值为

$$\begin{cases} -8y = 3a+2 \\ y = -\frac{3a+2}{8} \end{cases} \quad \begin{cases} 8x = 11a+2 \\ x = \frac{11a+2}{8} \end{cases}$$

- A. 0 或 1
 B. 1 或 -1
 C. 0 或 -1
 D. 0

10. 我们规定: 在平面直角坐标系 xOy 中, 任意不重合的两点 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$,

之间的折线距离为 $d(M, N) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$. 例如图①中点 $M(-2, 3)$ 与点

$N(1, -1)$ 之间的折线距离为 $d(M, N) = |-2 - 1| + |3 - (-1)| = 3 + 4 = 7$. 如图②,

已知点 $P(3, -4)$, 若第二象限内的一点 Q 的坐标为 $(-3, t)$, 且 $d(P, Q) = 12$, 则 t 的值为

$$\begin{aligned} |3+3| + |(-4)-t| &= 12 \\ |(-4)-t| &= 6 \end{aligned}$$



- A. -10
 B. $\sqrt{2}$
 C. 8
 D. -10 或 2



540
720
900

$$n-2 = \frac{5n}{6}$$

二、填空题 (本题共 20 分, 每小题 2 分) $(n-2) \times 180^\circ = 150$

11. 正多边形的一个内角是 150° , 则这个正多边形的边数为 6
12. 用三个不等式 $a > b, ab > 0, \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 中的两个不等式作为题设, 余下的一个不等式作为结论组成一个命题, 则可以组成 2 个真命题.

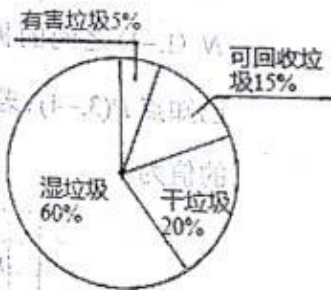
13. 已知 $y = 1 + \sqrt{2x-1} + \sqrt{1-2x}$, 则 $2x+3y$ 的平方根为 ± 2

14. 若关于 x 的不等式 $x \geq a$ 的负整数解是 $-1, -2, -3$, 则实数 a 需满足的条件为 $-4 < a \leq -3$

15. 在数轴上, 点 A, B 在原点 O 的两侧, 分别表示数 $m, 7$, 将点 A 向右平移 1 个单位长度, 得到点 C . 若 $CO=BO$, 则 m 的值为 -8

16. 我国明代数学家程大位的名著《直指算法统宗》里有一道著名算题: “一百馒头一百僧, 大僧三个更无争, 小僧三人分一个, 大小和尚各几丁?” 意思是: 有 100 个和尚分 100 个馒头, 正好分完; 如果大和尚一人分 3 个, 小和尚 3 人分一个, 试问大、小和尚各几人? 设大、小和尚各有 x, y 人, 则可以列方程组 $\begin{cases} x+y=100 \\ 3x+\frac{1}{3}y=100 \end{cases}$

17. 7月初, 随着《上海市生活垃圾管理条例》进入正式实施期, 一场全国性的垃圾分类 2.0 在上海拉开序幕. 紧随上海, 北京、天津、重庆、广州、杭州、武汉、成都等城市都将开展垃圾分类. 小明为了解所在小区居民各类生活垃圾的投放情况, 他随机调查了该小区 50 户家庭某



一天各类生活垃圾的投放量, 统计得出这 50 户家庭各类生活垃圾的投放总量是 100 千克, 并画出了各类生活垃圾投放量分布情况的扇形图 (如图所示), 根据以上信息, 估计该小区 300 户居民这一天投放的可回收垃圾共约 450 千克.

$$w = 600$$

01-G

8.0

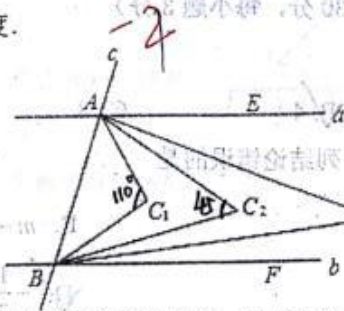
5.8

01-A



18. 若不等式组 $\begin{cases} 2x \leq -7 \\ x \leq -3.5 \\ 5x + 2 \leq 3x - 5 \\ -x + 5 < a \end{cases}$ 无解, 则 a 的取值范围是 $a < 8.5$.

19. 如图, $a \parallel b$, 直线 a, b 被直线 c 所截, AC_1, BC_1 分别平分 $\angle EAB, \angle FBA$ 且交于点 C_1 ; AC_2, BC_2 分别平分 $\angle EAC_1, \angle FBC_1$ 且交于点 C_2 ; AC_3, BC_3 分别平分 $\angle EAC_2, \angle FBC_2$ 且交于点 C_3, \dots , 依此规律, 得点 C_n , 则 $\angle C_3 =$ _____ 度, $\angle C_n = \frac{n-1}{90}$ 度.



20. 高速公路某收费站出城方向有编号为 A, B, C, D, E 的五个小客车收费出口, 假定各收费出口每 20 分钟通过小客车的数量分别都是不变的. 同时开放其中的某两个收费出口, 这两个出口 20 分钟一共通过的小客车数量记录如下:

收费出口编号	A, B	B, C	C, D	D, E	E, A
通过小客车数 (辆)	260	330	300	360	240

在 A, B, C, D, E 五个收费出口中, 每 20 分钟通过小客车数量最多的一个收费出口的编号是 B.

- 三、解答题 (本题共 50 分, 第 21 题 5 分, 第 22 题 6 分, 第 23-26 题, 每小题 4 分, 第 27 题 5 分, 第 28-30 题, 每小题 6 分)

21. 计算: $\sqrt{(-2)^2} - \sqrt{\frac{1}{4}} + |\sqrt{3} - 2| + (-1)^{2020}$



22. 解方程组:

$$(1) \begin{cases} \frac{x-1}{2} + \frac{y+1}{3} = 1, \\ x+y=4; \end{cases} \quad \begin{aligned} 2x+2y &= 8 \\ 3x+2y &= 7 \end{aligned}$$

$$(2) \begin{cases} b=2a-7, \textcircled{1} \\ 5a+3b+2c=2, \textcircled{2} \\ 3a-4c=4. \textcircled{3} \end{cases} \quad \begin{aligned} 10a+6b &= 4 \\ \textcircled{3} + \textcircled{2} \times 2 & \cdot 13a+6b=8. \\ 13a+12a-42 &= 8 \\ 25a & \end{aligned}$$

23. 解下列方程:

(1) $(x-4)^2 = 4;$

(2) $\frac{1}{3}(x+3)^3 - 9 = 0.$

品种	A 型	B 型	C 型
产量 (个)	22	20	18
成本 (元)	8	6	4

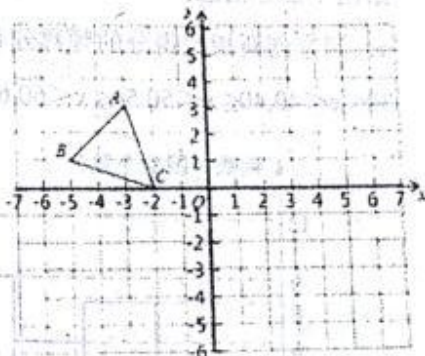
24. 解不等式组, 并在数轴上表示出解集:

$$\begin{cases} \frac{2x-1}{3} - \frac{5x+1}{2} \leq 1, \\ 5x-1 < 3(x+1). \end{cases}$$



25. 如图, 平面直角坐标系中, 已知点 $A(-3,3)$, $B(-5,1)$, $C(-2,0)$, $P(a,b)$ 是 $\triangle ABC$ 的边 AC 上任意一点, $\triangle ABC$ 经过平移后得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 平移后点 P 的对应点为 $P_1(a+6, b-2)$.

- (1) 点 C_1 的坐标为_____;
- (2) 在图中画出 $\triangle A_1B_1C_1$;
- (3) 在图中画出 $\triangle ABC$ 的边 AB 上的中线 CD ;
- (4) 在图中画出 $\triangle ABC$ 的角平分线 BE .



26. 阅读下列推理过程, 在括号中填写理由.

已知: 如图, 点 D 、 E 分别在线段 AB 、 BC 上, $AC \parallel DE$, $DF \parallel AE$ 交 BC 于点 F , AE 平分 $\angle BAC$.

求证: DF 平分 $\angle BDE$.

证明: $\because AE$ 平分 $\angle BAC$ (已知),

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ (角平分线的定义).

$\because AC \parallel DE$ (已知),

$\therefore \angle 1 = \angle 3$ (_____).

故 $\angle 2 = \angle 3$ (_____).

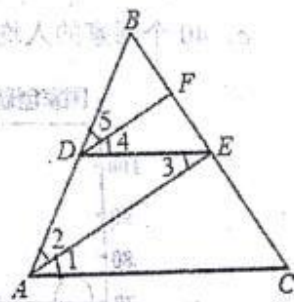
$\because DF \parallel AE$ (已知),

$\therefore \angle 2 = \angle 5$ (_____).

$\angle 3 = \angle 4$ (两直线平行, 内错角相等).

$\therefore \angle 4 = \angle 5$ (等量代换).

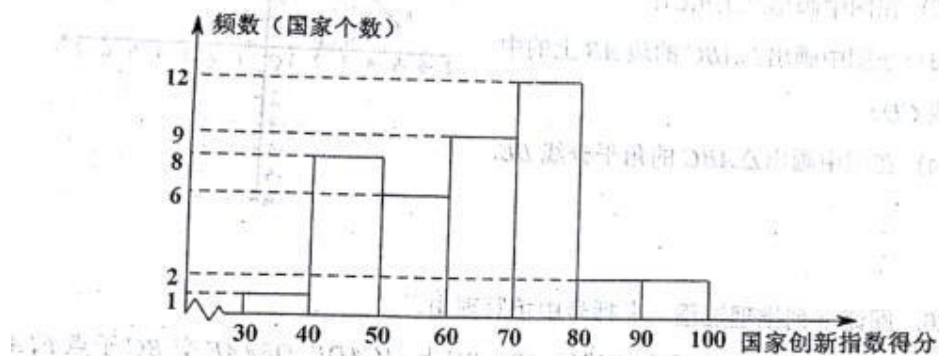
$\therefore DF$ 平分 $\angle BDE$ (_____).





27. 国家创新指数是反映一个国家科学技术和创新竞争力的综合指数. 对国家创新指数得分排名前 40 的国家的有关数据进行收集、整理、描述和分析, 下面给出了部分信息:

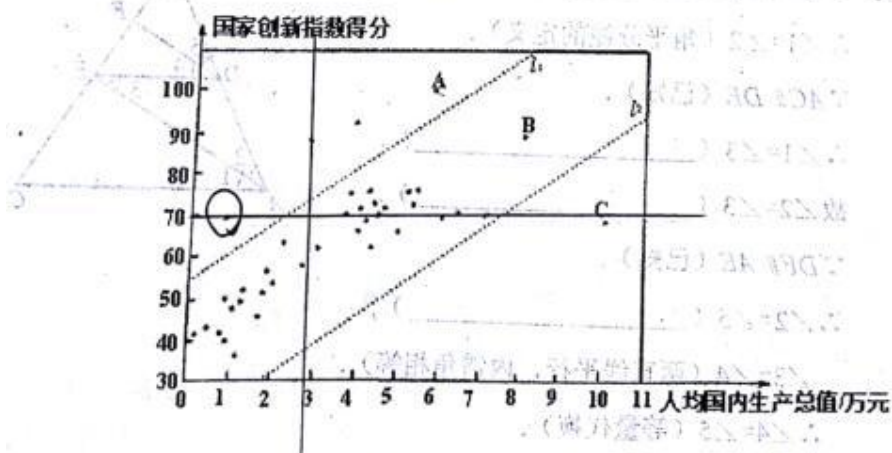
- a. 国家创新指数得分的频数分布直方图 (数据分成 7 组: $30 \leq x < 40, 40 \leq x < 50, 50 \leq x < 60, 60 \leq x < 70, 70 \leq x < 80, 80 \leq x < 90, 90 \leq x \leq 100$);



- b. 国家创新指数得分在 $60 \leq x < 70$ 这一组的是:

61.7 62.4 63.6 65.9 66.4 68.5 69.1 69.3 69.5

- c. 40 个国家的人均国内生产总值和国家创新指数得分情况统计图:



- d. 中国的国家创新指数得分为 69.5.

(以上数据来源于《国家创新指数报告(2018)》)

根据以上信息, 回答下列问题:



- (1) 中国的国家创新指数得分排名世界第 2013 ； 17
- (2) 在 40 个国家的人均国内生产总值和国家创新指数得分情况统计图中，包括中国在内的少数几个国家所对应的点位于虚线 l_1 的上方。请在图中用“○”圈出代表中国的点；

(3) 在国家创新指数得分比中国高的国家中，人均国内生产总值的最小值约为 2.9 万美元；（结果保留一位小数）

(4) 下列推断合理的是 ①②。

- ① 相比于点 A, B 所代表的国家，中国的国家创新指数得分还有一定差距，中国提出“加快建设创新型国家”的战略任务，进一步提高国家综合创新能力；
- ② 相比于点 B, C 所代表的国家，中国的人均国内生产总值还有一定差距，中国提出“决胜全面建成小康社会”的奋斗目标，进一步提高人均国内生产总值。

28. 某工厂安排 20 名技工组装 A、B、C 三个型号的玩具，按规定每天共组装 420 件玩具，每名技工只组装同一型号的玩具，且至少有 2 名技工组装同一个型号的玩具。

玩具型号	198×8	A 型 x	B 型 y	C 型 $20 - x - y$
每名技工每天组装的数量 (个)		22	20	18
每件玩具获得的利润 (元)		8	10	6

- (1) 设工厂安排 x 名技工组装 A 型玩具， y 名技工组装 B 型玩具，根据上表提供的信息，求 x 与 y 之间的关系式，并求出 x 的取值范围；
- (2) 工厂如何安排生产任务，可以使得每天在这批玩具上获得的利润最大？请写出相应的生产分配方案并求出每天获得的最大利润值。

$$W = 8 \times 22x + 20 \times 10(30 - 2x) + 18 \times 6 \times (20 - x - 30 + 2x)$$

$$= -16x + 420$$



29. 已知: $\triangle ABC$, 点 M 是平面上一点, 射线 BM 与直线 AC 交于点 D , 射线 CM 与直线 AB 交于点 E , 过点 A 作 $AF \parallel CE$, AF 与 BC 所在的直线交于点 F .

(1) 如图 1, 当 $BD \perp AC$, $CE \perp AB$ 时, 写出 $\angle BAD$ 的一个余角, 并证明 $\angle ABD = \angle CAF$;

(2) 若 $\angle BAC = 75^\circ$, $\angle BMC = 110^\circ$.

①如图 2, 当点 M 在 $\triangle ABC$ 内部时, 用等式表示 $\angle ABD$ 与 $\angle CAF$ 之间的数量关系, 并加以证明;

②如图 3, 当点 M 在 $\triangle ABC$ 外部时, 依题意补全图形, 并直接写出用等式表示的 $\angle ABD$ 与 $\angle CAF$ 之间的数量关系.

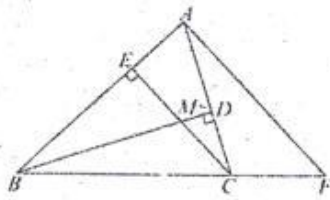


图 1

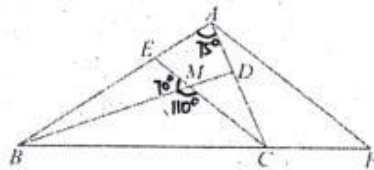


图 2

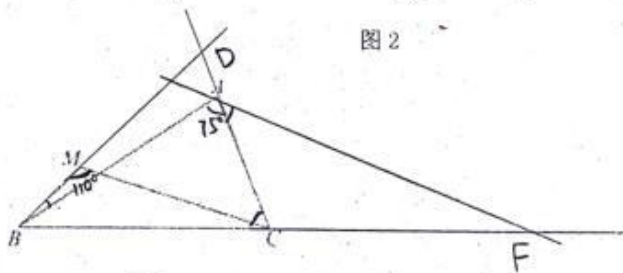


图 3

154
+ 1732

1886



30. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于任意一点 $A(x, y)$, 定义点 A 的“离心值”

$p(A)$ 为: $p(A) = \begin{cases} |x|, & \text{当 } |x| \geq |y| \text{ 时} \\ |y|, & \text{当 } |x| < |y| \text{ 时} \end{cases}$. 例如, 对于点 $A(7, -9)$, 因为 $|-9| > 7$, 所以

$$p(A) = |-9| = 9.$$

请解决下列问题:

(1) 已知 $B(-5, 0), C(2, -2), D(-\sqrt{2}, \sqrt{5})$, 请直接写出 $p(D)$ 的值, 并将 $p(B), p(C), p(D)$ 按从小到大的顺序排列 (用 “ $<$ ” 连接);

(2) 如图 1, 点 $P(-\frac{3}{2}, 2), Q(-\frac{3}{2}, -2)$, 线段 PQ 上的点 $M(x, y)$,

① 若 $p(M) = \frac{7}{4}$, 求点 M 的坐标;

② 在图 1 中画出满足 $p(M) = \frac{3}{2}$ 的点 M 组成的图形, 并用语言描述该图形的特征;

(3) 如图 2, 直线 l 经过点 $(0, -2)$ 和 $(2, 0)$, 将直线 l 向上平移 $m(m > 0)$ 个单位得到直线 l' , 若直线 l' 上恰好有两个点的离心值为 3, 直接写出 m 的取值范围.

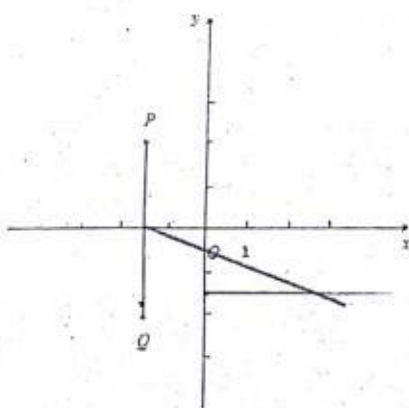


图 1

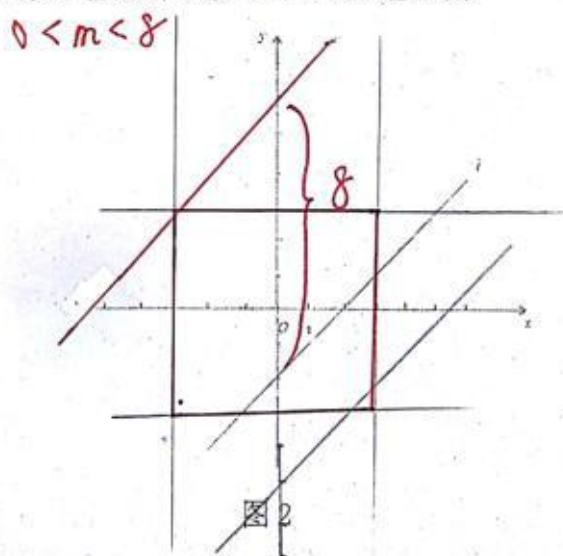


图 2