

2016—2017 学年北京市东城区初三年级综合能力测试(二)

2017.6

数学试卷

学校 _____ 姓名 _____ 考号 _____

考生须知	<p>1. 本试卷共 8 页,共三道大题,29 道小题,满分 120 分,考试时间 120 分钟。</p> <p>2. 在试卷和答题卡上准确填写学校、姓名和考号。</p> <p>3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。</p> <p>4. 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答。</p> <p>5. 考试结束,将本试卷、答题卡一并交回。</p>
------	--

一、选择题(本题共 30 分,每小题 3 分)

下面各题均有四个选项,其中只有一个是符合题意的。

- 中国倡导的“一带一路”建设将促进我国与世界各国的互利合作,根据规划,“一带一路”地区覆盖总人口约为 440 000 万人,将 440 000 用科学记数法表示为
A. 4.4×10^6 B. 4.4×10^5 C. 44×10^4 D. 0.44×10^6
- 下列运算正确的是
A. $2a + 3b = 5ab$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$
C. $(a^2b)^3 = a^6b^3$ D. $(a+2)^2 = a^2 + 4$
- 有 5 张看上去无差别的卡片,上面分别写着 $0, \pi, \sqrt{2}, \frac{1}{8}, 1.333$. 背面朝上放在不透明的桌子上,若随机抽取 1 张,则取出的卡片上的数是无理数的概率是
A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$
- 下列关于二次函数 $y = x^2 + 2x + 3$ 的最值的描述正确的是
A. 有最小值是 2 B. 有最小值是 3
C. 有最大值是 2 D. 有最大值是 3
- 学校准备从甲、乙、丙、丁四个科创小组中选出一组代表学校参加青少年科技创新大赛,各组的平时成绩的平均数(单位:分)及方差如表所示:

	甲	乙	丙	丁
平均数	7	8	8	7
方差	1	1.2	1	1.8

如果要选出一个成绩较好且状态稳定的组去参赛,那么应选的组是

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

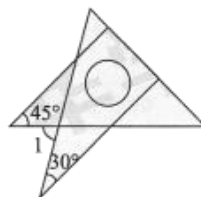
6. 如图,正五边形 $ABCDE$ 放入某平面直角坐标系后,若顶点 A, B, C, D 的坐标分别是 $(0, a), (-3, 2), (b, m), (-b, m)$, 则点 E 的坐标是

- A. $(2, -3)$ B. $(2, 3)$
C. $(3, 2)$ D. $(3, -2)$



7. 将一副直角三角板如图放置,使含 30° 角的三角板的直角边和含 45° 角的三角板一条直角边在同一条直线上,则 $\angle 1$ 的度数为

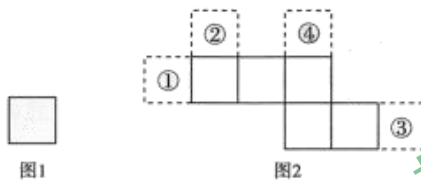
- A. 75° B. 65°
C. 45° D. 30°



8. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + ax + 1 = 0$ 的根的情况是

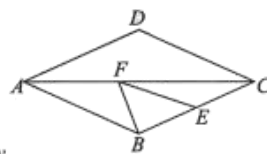
- A. 没有实数根 B. 只有一个实数根
C. 有两个相等的实数根 D. 有两个不相等的实数根

9. 图1和图2中所有的正方形都全等,将图1的正方形放在图2中的①②③④某一位置,所组成的图形不能围成正方体的位置是



- A. ① B. ② C. ③ D. ④

10. 如右图,点 E 为菱形 $ABCD$ 的 BC 边的中点,动点 F 在对角线 AC 上运动,连接 BF , EF . 设 $AF = x$, $\triangle BEF$ 的周长为 y , 那么能表示 y 与 x 的函数关系的大致图象是



- A. B. C. D.

二、填空题(本题共 18 分,每小题 3 分)

11. 若分式 $\frac{1}{x-3}$ 在实数范围内有意义,则实数 x 的取值范围是_____.

12. 请你写出一个多项式,含有字母 a ,并能够在有理数范围内用平方差公式进行因式分解,此多项式可以是_____.

13. 已知一次函数 $y_1=k_1x+5$ 和 $y_2=k_2x+7$,若 $k_1>0$ 且 $k_2<0$,则这两个一次函数的图象的交点在第_____象限.

14. 如图,⊙O 的半径为 4,△ABC 是 ⊙O 的内接三角形,连接 OB,OC. 若 ∠BAC 与 ∠BOC 互补,则弦 BC 的长为_____.



14 题图



15 题图



16 题图

15. 如图,一扇形纸扇完全打开后,外侧两竹条 AB 和 AC 的夹角为 120° ,竹条 AB 的长为 25 cm,贴纸部分的宽 BD 为 15 cm,若纸扇两面贴纸,则一面贴纸的面积为_____ cm^2 . (结果保留 π)

16. 小明在他家里的时钟上安装了一个电脑软件,他设定当钟声在 n 点钟响起后,下一次则在 $(3n-1)$ 小时后响起,例如钟声第一次在 3 点钟响起,那么第 2 次在 $(3 \times 3 - 1 = 8)$ 小时后,也就是 11 点响起;第 3 次在 $(3 \times 11 - 1 = 32)$ 小时后,即 7 点响起,以此类推……;现在第 1 次钟声响起时为 2 点钟,那么第 3 次响起时为_____点,第 2017 次响起时为_____点.(如 16 题图钟表,时间为 12 小时制)

三、解答题(本题共 72 分,第 17~26 题,每小题 5 分,第 27 题 7 分,第 28 题 8 分,第 29 题 7 分)

17. 计算: $|-2| + (\pi - 2017)^0 - 4\cos 60^\circ + \sqrt{27}$.

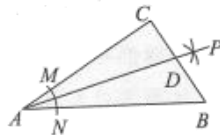
18. 解不等式组 $\begin{cases} 3x-2 \leq x, \\ \frac{2x+1}{5} < \frac{x+1}{2}, \end{cases}$ 并把解集在数轴上表示出来.



19. 小明化简 $(2x+1)(2x-1) - x(x+5)$ 的过程如图. 请指出他化简过程中的错误, 写出对应的序号, 并写出正确的化简过程.

解: 原式 $= 2x^2 - 1 - x(x+5)$ ①
 $= 2x^2 - 1 - x^2 + 5x$ ②
 $= x^2 + 5x - 1$ ③

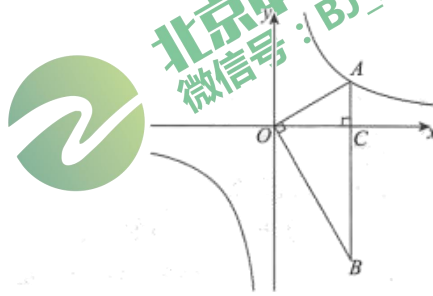
20. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$. 以顶点 A 为圆心, 适当长为半径画弧, 分别交 AC, AB 于点 M, N , 再分别以点 M, N 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径画弧, 两弧交于点 P , 作射线 AP 交边 BC 于点 D . 若 $CD = 4, AB = 15$, 求 $\triangle ABD$ 的面积.



21. 如图, 在平面直角坐标系中, $OA \perp OB, AB \perp x$ 轴于点 C , 点 $A(\sqrt{3}, 1)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象上.

(1) 求反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的解析式和点 B 的坐标;

(2) 若将 $\triangle BOA$ 绕点 B 按逆时针方向旋转 60° 得到 $\triangle BDE$ (点 O 与点 D 是对应点), 补全图形, 直接写出点 E 的坐标, 并判断点 E 是否在该反比例函数的图象上, 说明理由.

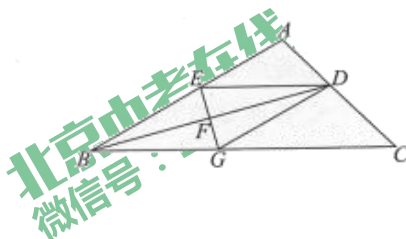


22. 列方程或方程组解应用题:

某校为美化校园, 计划对一些区域进行绿化, 安排了甲、乙两个工程队完成. 已知甲队每天能完成绿化的面积是乙队每天能完成绿化的面积的 2 倍, 并且两队在独立完成面积为 400 m^2 区域的绿化时, 甲队比乙队少用 4 天. 求甲、乙两工程队每天能完成绿化的面积分别是多少 m^2 .

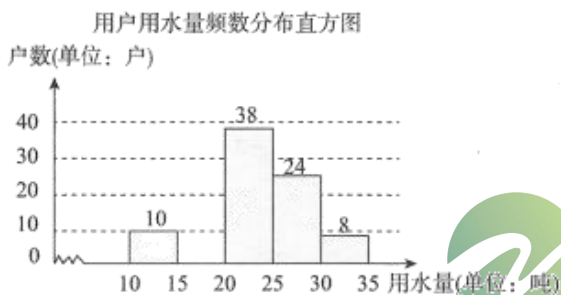
23. 如图, BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 它的垂直平分线分别交 AB, BD, BC 于点 E, F, G , 连接 ED, DG .

- (1) 请判断四边形 $EBGD$ 的形状, 并说明理由;
- (2) 若 $\angle ABC = 30^\circ, \angle C = 45^\circ, ED = 2$, 求 GC 的长.



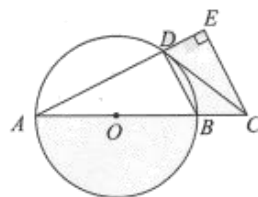
24. 某市为提倡节约用水, 准备实行自来水“阶梯计费”方式, 用户用水不超出基本用水量的部分享受基本价格, 超出基本用水量的部分实行加价收费. 为更好地决策, 自来水公司随机抽取了部分用户的用水量数据, 并绘制了如下不完整的统计图(每组数据包括右端点但不包括左端点). 请你根据统计图解答下列问题:

- (1) 此次抽样调查的样本容量是 _____;
- (2) 补全频数分布直方图;
- (3) 如果自来水公司将基本用水量定为每户 25 吨, 那么该地区 6 万用户中约有多少用户的用水全部享受基本价格?



25. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 AB 的延长线上, CD 与 $\odot O$ 相切于点 D , $CE \perp AD$ 交 AD 的延长线于点 E .

- (1) 求证: $\angle BDC = \angle A$;
- (2) 若 $CE = 4, DE = 2$, 求 AD 的长.



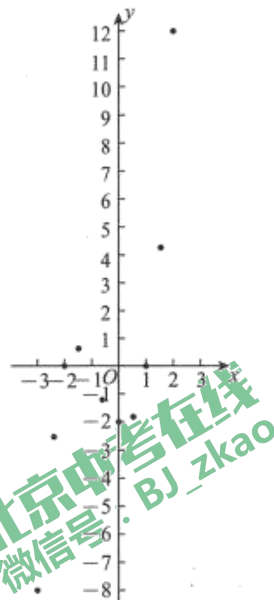
26. 佳佳想探究一元三次方程 $x^3+2x^2-x-2=0$ 的解的情况. 根据以往的学习经验, 他想到了方程与函数的关系: 一次函数 $y=kx+b(k \neq 0)$ 的图象与 x 轴交点的横坐标即为一元一次方程 $kx+b=0(k \neq 0)$ 的解; 二次函数 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ 的图象与 x 轴交点的横坐标即为一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 的解. 如: 二次函数 $y=x^2-2x-3$ 的图象与 x 轴的交点为 $(-1,0)$ 和 $(3,0)$, 交点的横坐标 -1 和 3 即为方程 $x^2-2x-3=0$ 的解.

根据以上方程与函数的关系, 如果我们知道函数 $y=x^3+2x^2-x-2$ 的图象与 x 轴交点的横坐标, 即可知道方程 $x^3+2x^2-x-2=0$ 的解.

佳佳为了解函数 $y=x^3+2x^2-x-2$ 的图象, 通过描点法画出函数的图象.

x	...	-3	$-\frac{5}{2}$	-2	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	...
y	...	-8	$-\frac{21}{8}$	0	$\frac{5}{8}$	m	$-\frac{9}{8}$	-2	$-\frac{15}{8}$	0	$\frac{35}{8}$	12	...

- 直接写出 m 的值, 并画出函数图象;
- 根据表格和图象可知, 方程的解有 _____ 个, 分别为 _____
- 借助函数的图象, 直接写出不等式 $x^3+2x^2 > x+2$ 的解集.



27. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = -x^2 + 2mx - m^2 - m + 1$.

- 当抛物线的顶点在 x 轴上时, 求该抛物线的解析式;
- 不论 m 取何值时, 抛物线的顶点始终在一条直线上, 求该直线的解析式;
- 若有两点 $A(-1,0), B(1,0)$, 且该抛物线与线段 AB 始终有交点, 请直接写出 m 的取值范围.

28. 取一张正方形的纸片进行折叠, 具体操作过程如下:

第一步: 如图 1, 先把正方形 $ABCD$ 对折, 折痕为 MN ;

第二步: 点 G 在线段 MD 上, 将 $\triangle GCD$ 沿 GC 翻折, 点 D 恰好落在 MN 上, 记为点 P , 连接 BP .

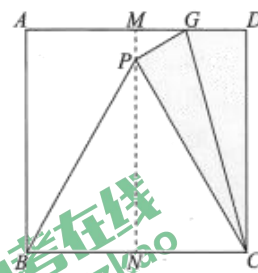


图1

(1) 判断 $\triangle PBC$ 的形状, 并说明理由;

(2) 作点 C 关于直线 AP 的对称点 C' , 连接 PC' , DC' ,

① 在图 2 中补全图形, 并求出 $\angle APC'$ 的度数;

② 猜想 $\angle PC'D$ 的度数, 并加以证明.

(温馨提示: 当你遇到困难时, 不妨连接 AC' , CC' , 研究图形中特殊的三角形)

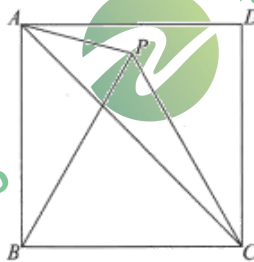


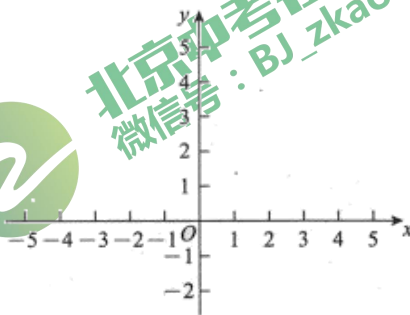
图2

29. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 P 与点 Q 不重合. 以点 P 为圆心作经过点 Q 的圆, 则称该圆为点 P, Q 的“相关圆”.

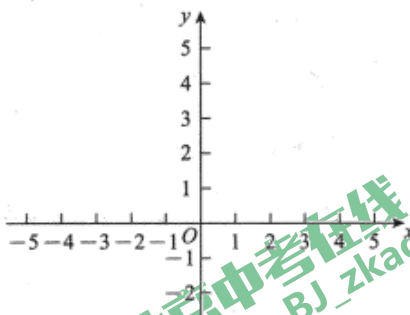
(1) 已知点 P 的坐标为 $(2, 0)$,

① 若点 Q 的坐标为 $(0, 1)$, 求点 P, Q 的“相关圆”的面积;

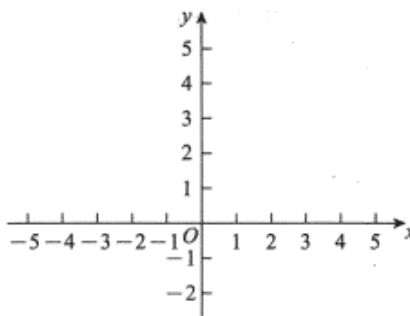
② 若点 Q 的坐标为 $(3, n)$, 且点 P, Q 的“相关圆”的半径为 $\sqrt{5}$, 求 n 的值.



(2) 已知 $\triangle ABC$ 为等边三角形, 点 A 和点 B 的坐标分别为 $(-\sqrt{3}, 0)$, $(\sqrt{3}, 0)$, 点 C 在 y 轴正半轴上. 若点 P, Q 的“相关圆”恰好是 $\triangle ABC$ 的内切圆且点 Q 在直线 $y=2x$ 上, 求点 Q 的坐标.



(3) 已知 $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标为: $A(-3, 0)$, $B(\frac{9}{2}, 0)$, $C(0, 4)$, 点 P 的坐标为 $(0, \frac{3}{2})$, 点 Q 的坐标为 $(m, \frac{3}{2})$. 若点 P, Q 的“相关圆”与 $\triangle ABC$ 的三边中至少一边存在公共点, 直接写出 m 的取值范围.



2016-2017 学年北京市东城区初三年级二模答案

2017.6

数 学

一、选择题（本题共 30 分，每小题 3 分）

1. 中国倡导的“一带一路”建设将促进我国与世界各国的互利合作，根据规划，“一带一路”地区覆盖总人口约为 440 000 万人，将 440 000 用科学计数法表示为（ ）

- A. 4.4×10^6 B. 4.4×10^5 C. 44×10^4 D. 0.44×10^6

【答案】B

【难度】☆

【解析】考查科学记数法。

2. 下列运算正确的是（ ）

- A. $2a + 3b = 5ab$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^4$ C. $(a^2b)^3 = a^6b^3$ D. $(a+2)^2 = a^2 + 4$

【答案】C

【难度】☆

【解析】考查整式计算。

3. 有 5 张看上去无差别的卡片，上面分别写着 0, π , $\sqrt{2}$, $\frac{1}{8}$, 1.333... 背面朝

上放在不透明的桌子上，若随机抽取一张，则取出的卡片上的数是无理数的概率是（ ）

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

【答案】B

【难度】☆

【解析】考查概率计算和有理数、无理数的概念。

4. 下列关于二次函数 $y = x^2 + 2x + 3$ 的最值的描述正确的是 ()

- A. 有最小值是 2 B. 有最小值是 3 C. 有最大值是 2 D. 有最大值是 3

【答案】A

【难度】☆

【解析】考查二次函数最值问题。

5. 学校准备从甲、乙、丙、丁四个科创小组中选出一组代表学校参加青少年科技创新大赛，各组的平时成绩的平均数（单位：分）及方差如表所示：

	甲	乙	丙	丁
平均数	7	8	8	7
方差	1	1.2	1	1.8

如果要选出一个成绩较好且状态稳定的组去参赛，那么应选的组是 ()

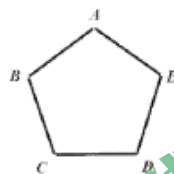
- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

【答案】C

【难度】☆

【解析】考查平均数与方差。

6. 如图，正五边形 $ABCDE$ 放入某平面直角坐标系后，若定点 A 、 B 、 C 、 D 的坐标分别是 $(0, a)$ 、 $(-3, 2)$ 、 (b, m) 、 $(-b, m)$ ，



则点 E 的坐标是 ()

- A. $(2, -3)$ B. $(2, 3)$ C. $(3, 2)$ D. $(3, -2)$

【答案】C

【难度】☆

【解析】考查平面直角坐标系，点坐标间的关系。

7. 将一副直角三角板如图放置，使含 30° 角的三角板的直角边和含 45° 角的三角板一条直角边在同一条直线上，则 $\angle 1$ 的度数为 ()

- A. 75° B. 65°
C. 45° D. 30°



【答案】A

【难度】☆

【解析】考查平行线和三角形外角计算.

8.关于 x 的一元二次方程 $x^2 + ax - 1 = 0$ 的根的情况是 ()

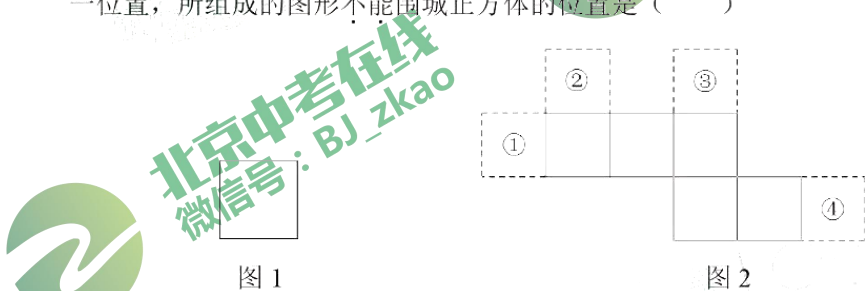
- A.没有实数根
B.只有一个实数根
C.有两个相等的实数根
D.有两个不相等的实数根

【答案】D

【难度】☆

【解析】考查一元二次方程根的判别式.

9.图 1 和图 2 中所有的正方形都全等,将图 1 的正方形放在图 2 中的①②③④某一位置,所组成的图形不能围城正方体的位置是 ()



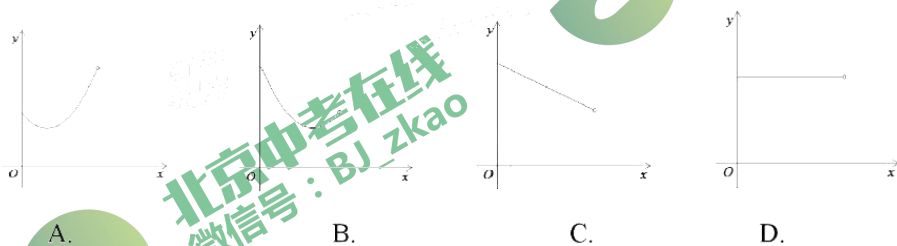
- A.①
B.②
C.③
D.④

【答案】A

【难度】☆

【解析】考查正方体展开图.

10.如右图,点 E 为菱形 $ABCD$ 的 BC 边的中点,动点 F 在对角线 AC 上运动,连接 BF 、 EF .设 $AF = x$, $\triangle BEF$ 的周长为 y ,那么能表示 y 与 x 的函数关系的大致图象是 ()



【答案】B

【难度】☆☆

【解析】考查动点函数图象问题.

二、填空题（本题共 18 分，每小题 3 分）

11. 若分式 $\frac{1}{x-3}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是_____。

【答案】 $x \neq 3$

【难度】 ☆

【解析】 考查分式有意义的条件。

12. 请你写出一个多项式，含有字母 a ，并能够在有理数范围内用平方差公式进行因式分解，此多项式可以是_____。

【答案】 $a^2 - 4$ （答案不唯一）

【难度】 ☆

【解析】 考查利用平方差公式因式分解。

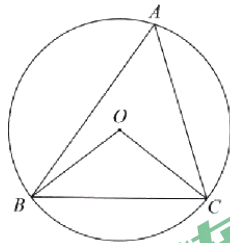
13. 已知一次函数 $y_1 = k_1x + 5$ 和 $y_2 = k_2x + 7$ ，若 $k_1 > 0$ 且 $k_2 < 0$ ，则这两个一次函数的图象的交点在第_____象限。

【答案】 一

【难度】 ☆

【解析】 考查一次函数交点问题。

14. 如图，圆 O 的半径为 4， $\triangle ABC$ 是圆 O 的内接三角形，连接 OB, OC ，若 $\angle BAC$ 与 $\angle BOC$ 互补，则弦 BC 的长为_____。



第 14 题图

【答案】 $4\sqrt{3}$

【难度】 ☆

【解析】 考查圆周角与圆心角的关系。



第 15 题图

15.如图,一扇形纸扇完全打开后,外侧两竹条 AB 和 AC 的夹角为 120° ,竹条 AB 的长为 25cm ,贴纸部分的宽 BD 为 15cm ,若纸扇两面贴纸,则一面贴纸的面积为 $\underline{\hspace{2cm}}\text{cm}^2$ (结果保留 π)

【答案】 175π

【难度】 ☆

【解析】 考查扇形面积计算.

16.小明在他家里的时钟上安装了一个电脑软件,他设定当钟声在 n 点钟响起后,下一次则在 $(3n-1)$ 小时后响起,例如钟声第一次在 3 点钟响起,那么第 2 次在 $(3 \times 3 - 1 = 8)$ 小时后,也就是 11 点响起;第 3 次在 $(3 \times 11 - 1 = 32)$ 小时后,即 7 点响起,以此类推.....;现在第 1 次钟声响起时为 2 点钟,那么第 3 次响起时为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 点,第 2017 次响起时为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 点.(如 16 题图钟表,时间为 12 小时制)



【答案】 3; 11

【难度】 ☆☆

【解析】 考查找规律.

三、解答题 (本题共 72 分,第 17~26 题,每小题 5 分,第 27 题 7 分,第 28 题 8 分,第 29 题 7 分)

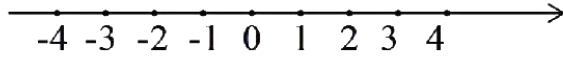
17.计算: $|-2| + (\pi - 2017)^0 - 4\cos 60^\circ + \sqrt{27}$

【答案】 $1 + 3\sqrt{3}$

【难度】 ★

【解析】 原式 $= 2 + 1 - 4 \times \frac{1}{2} + \sqrt{27}$
 $= 3 - 2 + 3\sqrt{3}$
 $= 1 + 3\sqrt{3}$

18. 解不等式组 $\begin{cases} 3x-2 \leq x \\ \frac{2x+1}{5} < \frac{x+1}{2} \end{cases}$ 并把解集在数轴上表示出来.



【答案】 $-3 \leq x \leq 1$

【难度】 ★

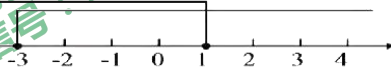
【解析】 由不等式①得： $2x \leq 2$

由不等式②得： $2(2x+1) \leq 5(x+1)$

$$4x+2 \leq 5x+5$$

$$-x \leq 3$$

$$-1 \leq x \leq 1$$



19. 小明化简 $(2x+1)(2x-1)-x(x+5)$ 的过程如图，请指出他化简过程中的错误，写出对应的序号，并写出正确的化简过程.

解： 原式 $= 2x^2 - 1 - x(x+5)$ ①
 $= 2x^2 - 1 - x^2 + 5x$ ②
 $= x^2 + 5x - 1$ ③

【答案】 见解析

【难度】 ★

【解析】

①： $4x^2 - 1 - x(x+5)$

②： $4x^2 - 1 - x^2 - 5x$

③： $3x^2 - 5x - 1$

20.如图,在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$.以顶点 A 为圆心,适当长为半径画弧,分别交 AC, AB 于点 M, N ,再分别以点 M, N 为圆心,大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径画弧,两弧交于点 P ,作射线 AP 交边 BC 于点 D .若 $CD=4, AB=15$,求 $\triangle ABD$ 的面积.

【答案】30

【难度】★

【解析】由题意可得 AP 为 $\angle CAB$ 角平分线

过 D 作 $DH \perp AB$ 于 H .

$$\therefore CD = DH$$

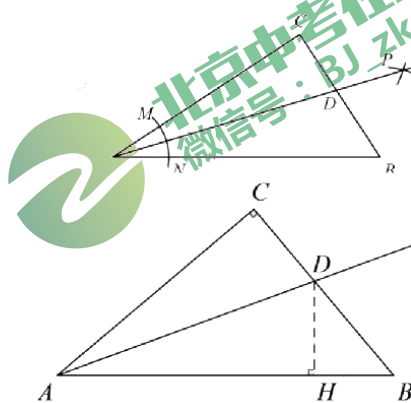
$$\therefore CD = DH$$

$$\therefore CD = 4$$

$$\therefore DH = 4$$

$$\therefore AB = 15$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot DH = \frac{1}{2} \times 15 \times 4 = 30$$



本题考查了根的判别式运用及其化简求值

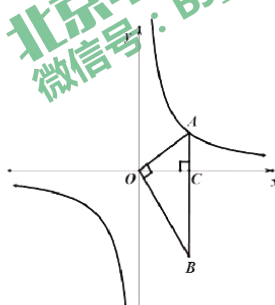
21.如图,在平面直角坐标系中, $OA \perp OB$, $AB \perp x$ 轴于点 C ,点 $A(\sqrt{3}, 1)$ 在反比例 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图像上.

(1) 求反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的解析式和点 B 的坐标;

(2) 若将 $\triangle BOA$ 绕点 B 按逆时针方向旋转 60° 得到 $\triangle BOE$ (点 O 与点 D 是对应点), 补全图形, 直接写出点 E 的坐标, 并判断点 E 是否在该反比例函数的图像上, 说明理由.

【答案】① $y = \frac{\sqrt{3}}{x}$ $B(\sqrt{3}, -3)$

② $E(0, 2)$ 不在反比例图像上



【难度】★

【解析】解：①∵A(√3, 1)

$$\therefore \text{代入 } y = \frac{k}{x} (k \neq 0) \text{ 中得 } 1 = \frac{k}{\sqrt{3}}$$

$$k = \sqrt{3}$$

$$\therefore y = \frac{\sqrt{3}}{x}$$

∵ AB ⊥ x 轴, OA ⊥ OB

∴ 设 B(√3, a)

$$\therefore OA = \sqrt{AC^2 + OC^2} = \sqrt{3 + a^2}$$

$$\text{又 } OA^2 + OB^2 = AB^2$$

$$\therefore 4 + 3 + a^2 = 4 + a^2$$

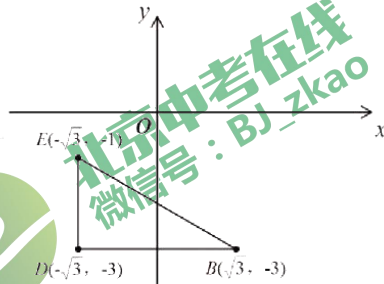
$$a = -3$$

∴ B(√3, -3)

E(-√3, -1)

$$(-\sqrt{3}) \times (-1) = \sqrt{3}$$

∴ E 在反比例函数图象上



22. 列方程或方程组解应用题:

某校为美化校园, 计划对一些区域进行绿化, 安排了甲、乙两个工程队完成. 已知甲队每天能完成绿化的面积是乙队每天能完成绿化的面积的 2 倍, 并且两队在独立完成面积为 400 m^2 区域的绿化时, 甲队比乙队少用 4 天. 求甲、乙两工程队每天能完成绿化的面积分别是多少 m^2 .

【答案】分别为 100 平方米, 50 平方米

【难度】★

【解析】解: 设乙队每天绿化 $x \text{ m}^2$, 甲队每天绿化为 $2x \text{ m}^2$

$$\text{由题意得 } \frac{400}{x} - \frac{400}{2x} = 4$$

$$x = 50$$

经检验 $x = 50$ 是原方程的解

23.如图, BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 它的垂直平分线分别交 AB , BD , BC 于点 E , F , G ; 连接 ED , DG .

- (1) 请判断四边形 $EBGD$ 的形状, 并说明理由;
 (2) 若 $\angle ABC = 30^\circ$, $\angle C = 45^\circ$, $ED = 2$, 求 GC 的长.

【答案】(1) 是菱形, 理由见解析 (2) $\sqrt{3} + 1$

【难度】★

【解析】解:

(1) 证明: $\because EG$ 垂直平分 BD

$$\therefore EB = ED, \angle EBD = \angle EDB$$

$$\because BD \text{ 平分 } \angle ABC$$

$$\therefore \angle EBD = \angle CBD$$

$$\therefore DE \parallel BG$$

$$\therefore \angle EBD = \angle GBF, \angle EFB = \angle BFG = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BEF = \angle BGF, BE = BG, DE = BG$$

$$\therefore EDGB \text{ 是平行四边形}$$

$$\text{又因为 } EB = ED$$

$$\therefore \text{四边形 } EDGB \text{ 是菱形}$$

(2) 过 D 作 DH 垂直 BC 于 H

$$\therefore \text{四边形 } EBGD \text{ 为菱形 } ED = DG = 2$$

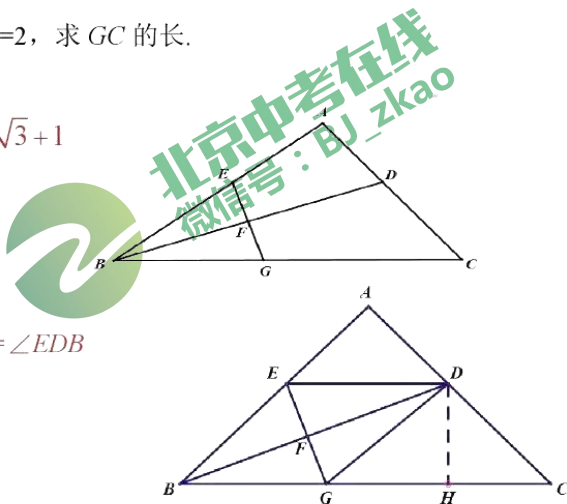
$$\therefore \angle ABC = 30^\circ, \angle DGH = 30^\circ$$

$$\therefore DH = 1, GH = \sqrt{3}$$

$$\therefore \angle C = 45^\circ$$

$$\therefore CH = DH = 1$$

$$\therefore CG = \sqrt{3} + 1$$



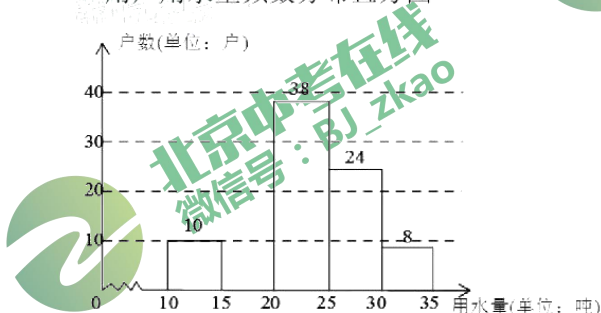
24. 某市为提倡节约用水, 准备实行自来水“阶梯计费”方式, 用户用水不超出基本用水量的部分享受基本价格, 超出基本用水量的部分实行加价收费, 为更好地决策, 自来水公司随机抽取了部分用户的用水量数据, 并绘制了如下不完整的统计图 (每组数据包括右端点但不包括左端点), 请你根据统计图解答下列问题:

(1) 此次抽样调查的样本容量是_____;

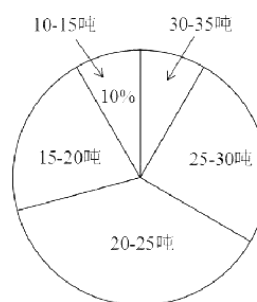
(2) 补全频数分布直方图;

(3) 如果自来水公司将基本用水量定为每户 25 吨, 那么该地区 5 万用户中约有多少用户的用水全部享受基本价格?

用户用水量频数分布直方图



用户用水量扇形统计图



【答案】(1) 100 (2) 见图 (3) 4.08

【难度】★

【解析】解: (1) $10 \div 10\% = 100$

(2) $100 - 10 - 36 - 24 - 8 = 22$ (户)

(3) $6 \times \frac{10 + 22 + 36}{100} = 4.08$ (万户)

25.如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 AB 的延长线上, CD 与 $\odot O$ 相切于点 D , $CE \perp AD$ 交 AD 的延长线于点 E .

- (1) 求证: $\angle BDC = \angle A$;
 (2) 若 $CE=4$, $DE=2$, 求 AD 的长.

【答案】 (1) 见解析; (2) 6

【难度】☆☆

【解析】 (1) 连接 OD

$$\because OD=OB$$

$$\therefore \angle ODB = \angle OBD$$

又 $\because AB$ 是圆 O 的直径

$$\therefore \angle A + \angle OBD = 90^\circ$$

又 $\because CD$ 是圆 O 的切线

$$\therefore \angle ODB + \angle BDC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BDC = \angle A$$

(2) $\because CE \perp AE$

$$\therefore \angle E = \angle ADB = 90^\circ$$

$$\therefore DB \parallel EC$$

又 $\because \angle BDC = \angle A$

$$\therefore \angle A = \angle DCE$$

又 $\because \angle E = \angle E$

$$\therefore \triangle AEC \sim \triangle CED$$

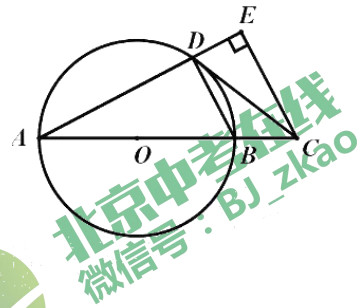
$$\therefore \frac{CE}{DE} = \frac{AE}{CE}$$

$$CE^2 = DE \cdot AE$$

$$4^2 = 2(2+AD)$$

$$AD=6$$

本题属于圆的综合题目, 考察切线的性质、平行线的性质以及利用相似求线段长度



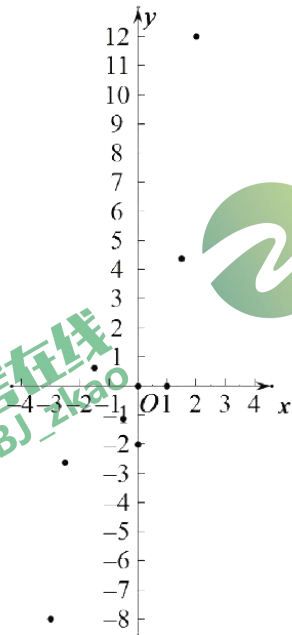
26. 佳佳想探究一元三次方程 $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$ 的解的情况, 根据以往的学习经验, 他想到了方程与函数的关系, 一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图像与 x 轴交点的横坐标即为一元一次方程 $kx + b = 0 (k \neq 0)$ 的解; 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图像与 x 轴交点的横坐标即为一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的解, 如: 二次函数 $y = x^2 - 2x - 3$ 的图像与 x 轴的交点为 $(-1, 0)$ 和 $(3, 0)$, 交点的横坐标 -1 和 3 即为方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的解.

根据以上方程与函数的关系, 如果我们知道函数 $y = x^3 + 2x^2 - x - 2$ 的图像与 x 轴交点的横坐标, 即可知道方程 $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$ 的解.

佳佳为了解函数 $y = x^3 + 2x^2 - x - 2$ 的图像, 通过描点法画出函数的图像.

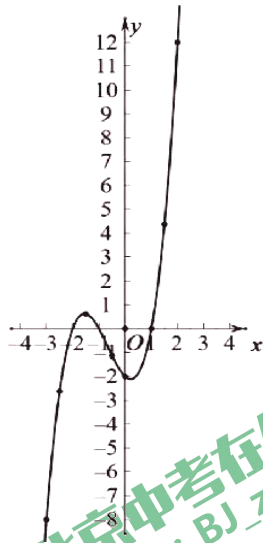
x	...	-3	$-\frac{5}{2}$	-2	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	...
y	...	-8	$-\frac{21}{8}$	0	$\frac{5}{8}$	m	$-\frac{9}{8}$	-2	$-\frac{15}{8}$	0	$\frac{35}{8}$	12	...

- 直接写出 m 的值, 并画出函数图像;
- 根据表格和图像可知, 方程的解有 _____ 个, 分别为 _____;
- 借助函数的图像, 直接写出不等式 $x^3 + 2x^2 > x + 2$ 的解集.



12

【答案】



(1) $m=0$

(2) $3, x_1 = -2, x_2 = -1, x_3 = 1$

(3) $-2 < x < 1$ 或 $x > 1$

【难度】★

【解析】(1) $m=0$

(2) $3, x_1 = -2, x_2 = -1, x_3 = 1$

(3) $x^3 + 2x^2 > x + 2$

$x^3 + 2x^2 - x - 2 > 0$

如图可得, $-2 < x < 1$ 或 $x > 1$

本题属于函数图像性质探究题, 从函数图像考察函数的性质, 难度不大.

27. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = -x^2 + 2mx - m^2 - m + 1$.

- (1) 当抛物线的顶点在 x 轴上时, 求该抛物线的解析式;
- (2) 不论 m 取何值时, 抛物线的顶点始终在一条直线上, 求该直线的解析式;
- (3) 若有两点 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$, 且该抛物线与线段 AB 始终有交点, 请直接写出 m 的取值范围.

【答案】(1) $y = -x^2 + 2x - 1$

$$(2) y = -x + 1$$

$$(3) -3 \leq m \leq 1$$

【难度】★★★

【解析】

(1) 令 $-x^2 + 2mx - m^2 - m + 1 = 0$

\because 顶点在 x 轴上

$$\therefore \Delta = 0$$

$$\therefore (2m)^2 + 4(-m^2 - m + 1) = 0,$$

$$4m^2 - 4m^2 - 4m + 4 = 0$$

$$m = 1$$

$$\therefore y = -x^2 + 2x - 1$$

(2) 设抛物线顶点坐标为 (p, q)

$$\therefore p = -\frac{2m}{2 \times (-1)} = m$$

$$q = -m^2 + 2m \cdot m - m^2 = m + 1 = -m + 1$$

$$\therefore q = -p + 1$$

\therefore 抛物线的顶点在直线 $y = -x + 1$ 上.

(3) \because 抛物线顶点在 $y = -x + 1$ 上.

当 $y = -x^2 + 2mx - m^2 - m + 1$ 过点 $A(-1, 0)$

$$-1 - 2m - m^2 - m + 1 = 0$$

$$m = 0 \text{ (舍)} \text{ 或 } m = -3$$

当 $y = -x^2 + 2mx - m^2 - m + 1$ 过 $B(1, 0)$ 时,

$$-1+2m-m^2-m+1=0$$

$$m=0 \text{ (舍)} \text{ 或 } m=1$$

$$\therefore -3 \leq m \leq 1$$

本题考察了二次函数的综合题目. 第一问求函数的解析式, 第二问难度较低, 第三问求交点问题, 难度适中. 考生需对二次函数的图像性质有非常熟练的掌握.

28. 取一张正方形的纸片进行折叠, 具体操作过程如下:

第一步: 如图 1, 先把正方形 $ABCD$ 对折, 折痕为 MN ;

第二步: 点 G 在线段 MD 上, 将 $\triangle GCD$ 沿 GC 翻折, 点 D 恰好落在 MN 上, 记为点 P , 连接 BP .

(1) 判断 $\triangle PBC$ 的形状, 并说明理由;

(2) 作点 C 关于直线 AP 的对称点 C' , 连接 PC' , DC' ,

①在图 2 中补全图形, 并求出 $\angle APC'$ 的度数;

②猜想 $\angle PC'D$ 的度数, 并加以证明.

(温馨提示: 当你遇到困难时, 不妨连接 AC' , CC' , 研究图形中特殊的三角形)

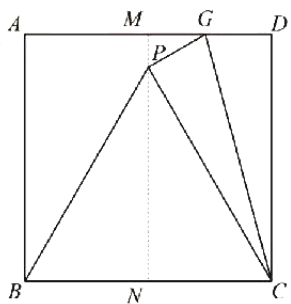


图 1

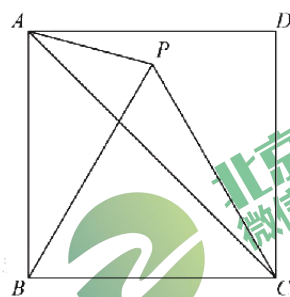


图 2

【答案】

(1) 等边三角形

(2) ① 135°

② 15°

【难度】: ☆☆

【解析】

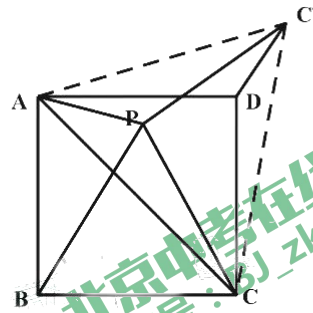
(1) 等边三角形，理由如下：

由题意得 $NC = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}PC$

\therefore 在 $Rt\triangle PNC$ 中 $\sin\angle NPC = \frac{1}{2}$

$\therefore \angle NPC = 30^\circ \quad \angle PCN = 90^\circ \quad \angle NCP = 60^\circ$

意又 $\because PC = BC \quad \therefore$ 等边三角形 PBC'



(2) ①由(1)知 $\angle PCB = \angle PBC = 60^\circ \quad PB = BC$

\therefore 正方形 $ABCD \quad \therefore \angle ABC = 90^\circ \quad \angle ACB = \angle BAC = 45^\circ \quad AB = BC$

$\therefore AB = PB \quad \angle ABP = 30^\circ \quad \angle ACP = 15^\circ$

$\therefore \angle BAP = 75^\circ \quad \therefore \angle PAC = 30^\circ$

$\therefore \angle APC = 180^\circ - \angle PAC - \angle ACP = 135^\circ$

$\therefore C, C'$ 关于 AP 对称

$\therefore \angle APC' = \angle APC = 135^\circ$

②连接 AC', CC'

$\therefore AC = AC', \angle CAP = \angle C'AP = 30^\circ$

$\therefore \angle CAC' = 60^\circ$

\therefore 等边 $\triangle CAC'$

$\therefore AC' = CC', \angle AC'C = 60^\circ$

$\therefore AC' = CC', AD = CD, C'D = C'D$

$\therefore \triangle AC'D \cong \triangle CC'D$ (SSS)

$\therefore \angle AC'D = \angle CC'D = \frac{1}{2} \angle AC'C = 30^\circ$

$\therefore \angle ACP = \angle ACP = 15^\circ$

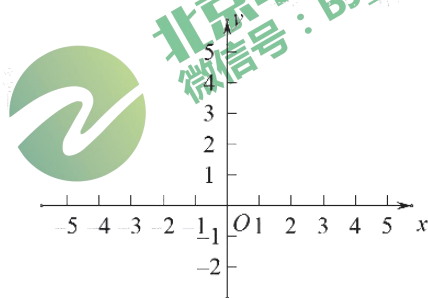
$\therefore \angle PC'D = 15^\circ$

29. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 P 与点 Q 不重合, 以点 P 为圆心作经过点 Q 的圆, 则称该圆为点 P, Q 的“相关圆”.

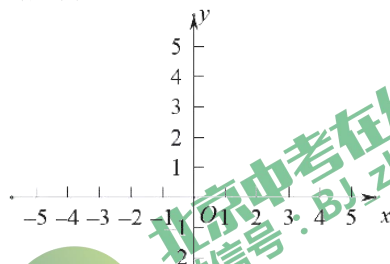
(1) 已知点 P 的坐标为 $(2, 0)$,

①若点 Q 的坐标为 $(0, 1)$, 求点 P, Q 的“相关圆”的面积;

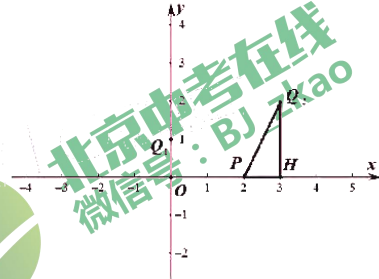
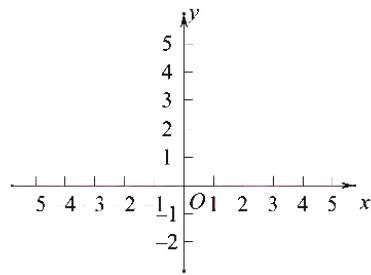
②若点 Q 的坐标为 $(3, n)$, 且点 P, Q 的“相关圆”的半径为 $\sqrt{5}$, 求 n 的值.



(2) 已知 $\triangle ABC$ 为等边三角形, 点 A 和点 B 的坐标分别为 $(-\sqrt{3}, 0)$, $(\sqrt{3}, 0)$, 点 C 在 y 轴正半轴上. 若点 P, Q 的“相关圆”恰好是 $\triangle ABC$ 的内切圆且点 Q 在直线 $y=2x$ 上, 求点 Q 的坐标.



(3) 已知 $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标为: $A(-3, 0)$, $B(\frac{9}{2}, 0)$, $C(0, 4)$, 点 P 的坐标为 $(0, \frac{3}{2})$, 点 Q 的坐标为 $(m, \frac{3}{2})$. 若点 P, Q 的“相关圆”与 $\triangle ABC$ 的三边中至少一边存在公共点, 直接写出 m 的取值范围.



【答案】(1) ① 5π ② $n = 2$ 或 -2

(2) $Q\left(\frac{4}{5}, \frac{8}{5}\right)$

(3) $\frac{3}{2} \leq m \leq \frac{3\sqrt{10}}{2}$

【难度】☆☆☆

【解析】

(1) ① $PQ = \sqrt{OP^2 + OQ^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$

$\therefore S = \pi r^2 = \pi \sqrt{5}^2 = 5\pi$

② 过点Q作 $QH \perp x$ 轴于点H, 则 $H(3, 0)$

$HQ = \sqrt{PQ^2 - PH^2} = 2$

\therefore Q点坐标为 $(3, 2)$ 或 $(3, -2)$

$\therefore n = 2$ 或 -2

(2) 如图, 在 $Rt \triangle OAC$ 中, $\angle ACO = 30^\circ$

$\therefore OC = \sqrt{3}OA = 3$

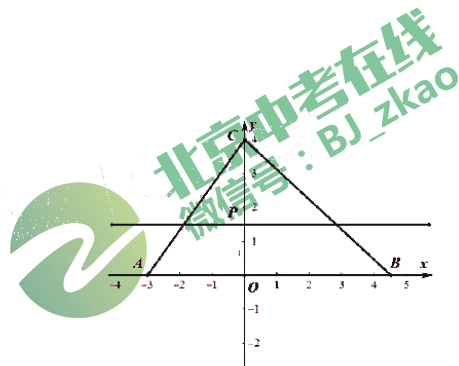
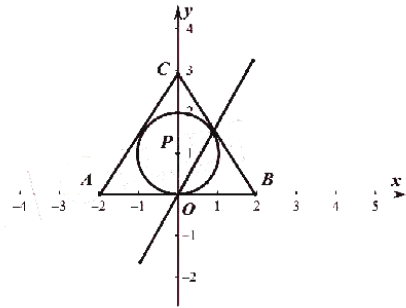
\therefore C点坐标为 $(0, 3)$

$\triangle ABC$ 的内切圆圆心坐标为 $(0, 1)$, 半径为 1

$\therefore P(0, 1)$ 设 Q 坐标为 $(x, 2x)$

则由 $PQ = 1$ 得 $x^2 + (2x - 1)^2 = 1$

解之得: $x = \frac{4}{5}$, $\therefore Q\left(\frac{4}{5}, \frac{8}{5}\right)$



(3) ①当相关圆与 AC、AB 相切时，半径有最小值 $\frac{3}{2}$

②当相切圆过点 B 时，半径有最大值 $\frac{3}{2}\sqrt{10}$

$$\therefore -\frac{3\sqrt{10}}{2} \leq m \leq -\frac{3}{2}, \quad \frac{3}{2} \leq m \leq \frac{3\sqrt{10}}{2},$$





考在线
BJ_zkao



北
微信

微信扫一扫，关注北京中考在线微信

了解更多北京中考相关资讯



北京中考在线
微信号：BJ_zkao



北京中考在线
微信号：BJ_zkao