

2022-2023 学年度第一学期期中练习题

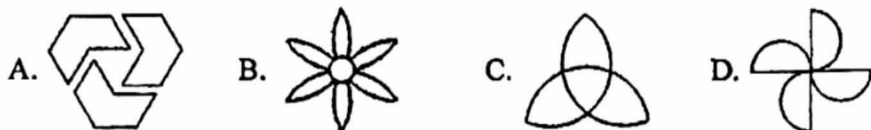
年级：初三 科目：数学 班级：_____ 姓名：_____

考
生
须
知

1. 本试卷共 6 页, 共三道大题 28 道小题. 满分 100 分. 考试时间 120 分钟.
2. 在试卷和答题纸上准确填写班级、姓名和学号.
3. 试题答案一律书写在答题纸上, 在试卷上作答无效.
4. 考试结束后, 试卷和答题纸一律上交.

一. 选择题 (本题共 16 分, 每小题 2 分) (每题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个)

1. 下列图形中, 既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是 ()



2. 下列方程是一元二次方程的是 ()

- A. $x^2 + y + 3 = 0$ B. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$ C. $3x^2 - 2 = 0$ D. $5x + 3 = 0$

3. 已知点 $A(-1, a)$, 点 $B(b, 2)$ 关于原点对称, 则 $a+b$ 的值是 ()

- A. 1 B. 2 C. -2 D. -1

4. 一元二次方程 $x^2 - 5x + 2 = 0$ 的根的情况是 ()

- A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 没有实数根 D. 无法确定

5. 将二次函数 $y = x^2 - 2x + 3$ 化为 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式, 结果为 ()

- A. $y = (x+1)^2 + 2$ B. $y = (x+1)^2 + 4$ C. $y = (x-1)^2 + 2$ D. $y = (x-1)^2 + 4$

6. 已知关于 x 的一元二次方程 $(k+1)x^2 - (2k+1)x + k - 1 = 0$ 有实数根, 则 k 的取值范围是 ()

- A. $k \geq -\frac{5}{4}$ B. $k \neq -1$ C. $k > -\frac{5}{4}$ 且 $k \neq -1$ D. $k \geq -\frac{5}{4}$ 且 $k \neq -1$

7. 若 $M(-4, y_1)$, $N(-3, y_2)$, $P(1, y_3)$ 为二次函数 $y = x^2 + 4x - 5$ 的图象上的三点, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是 ()

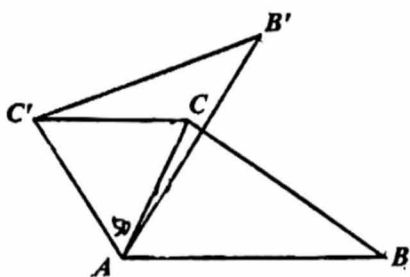
- A. $y_2 < y_1 < y_3$ B. $y_1 < y_3 < y_2$ C. $y_3 < y_1 < y_2$ D. $y_1 < y_2 < y_3$

8. 四位同学在研究二次函数 $y = ax^2 + bx - 6$ ($a \neq 0$) 时, 甲同学发现函数的最小值为 -8; 乙同学发现当 $x=2$ 时, $y=3$; 丙同学发现 $x=3$ 是一元二次方程 $ax^2 + bx - 6 = 0$ ($a \neq 0$) 的一个根; 丁同学发现函数图象的对称轴是直线 $x=1$; 已知这四位同学中只有一位同学发现的结论是错误的, 则该同学是 ()

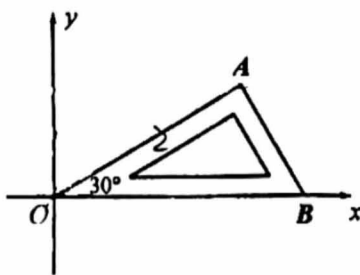
- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

二. 填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

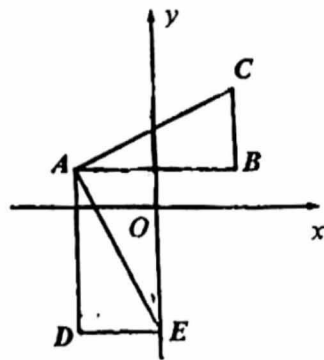
9. 若方程 $(m-2)x^{m^2-2} + 3x = 0$ 是关于 x 的一元二次方程, 则 m 的值为_____.
10. 写出一个二次函数, 令其图象满足: (1) 开口向下; (2) 与 y 轴交于点 $(0, -2)$, 则这个二次函数的解析式可以是_____.
11. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + k = 0$ 有一个根是 4, 则方程的另一个根为_____.
12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 65^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转, 得到 $\triangle AB'C'$, 连接 $C'C$. 若 $C'C \parallel AB$, 则 $\angle BAB' =$ _____ $^\circ$.
13. 将抛物线 $y = 2(x-3)^2 + 2$ 向左平移 2 个单位长度, 再向下平移 4 个单位长度, 得到抛物线的解析式是_____.
14. 一个两位数, 个位数字比十位数字少 1, 且个位数字与十位数字的乘积等于 72, 若设个位数字为 x , 列出方程为_____.
15. 如图, 将含有 30° 角的直角三角板放置在平面直角坐标系中, OB 在 x 轴上, 若 $OA = 2$, 将三角板绕原点 O 旋转 120° 得到 $\triangle OA_1B_1$, 则点 A 的对应点 A_1 的坐标为_____.
16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB \parallel x$ 轴, 已知点 C 的纵坐标是 3, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 旋转 90° 得到 $\triangle ADE$, 使点 C 恰好落在 y 轴负半轴点 E 处, 若点 C 和点 D 关于原点 O 成中心对称, 则点 A 的坐标_____.



第 12 题图



第 14 题图



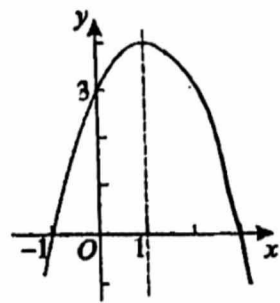
第 16 题图

三. 解答题 (本题共 68 分, 17 题 6 分, 18—23 题每题 5 分, 24—26 题每题 6 分, 27、28 题每题 7 分)

17. 解下列方程:

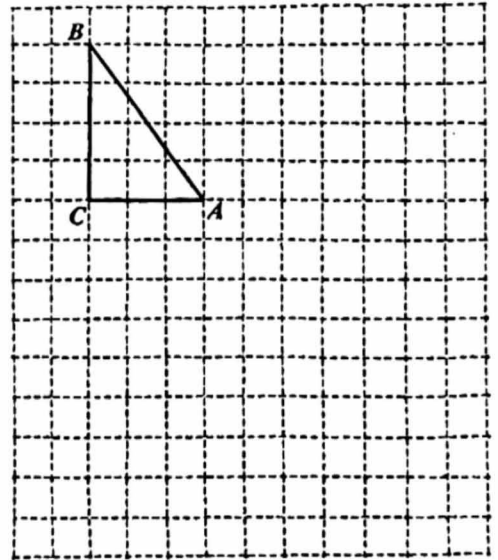
(1) $x^2 - 4x - 5 = 0$;

(2) $3x^2 - 6x + 2 = 0$.

18. 已知: 如图是抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象的一部分, 图象经过点 $(-1, 0)$, $(0, 3)$, 且对称轴是直线 $x = 1$,(1) 由图象可知, a _____ 0 (用“ $>$ ”或“ $<$ ”填空), 抛物线与 x 轴的另一个交点的坐标是_____, 当 x _____ 时, y 随 x 的增大而减小;(2) 若点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ 在该抛物线的图象上, 且 $-1 < x_1 < 0$, $1 < x_2 < 2$, $3 < x_3 < 4$, 则 y_1 _____ y_2 , y_3 _____ 0 (用“ $>$ ”或“ $<$ ”填空).

19. 在下列网格图中，每个小正方形的边长均为 1 个单位长度. 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，点 A, B, C 均在格点上.

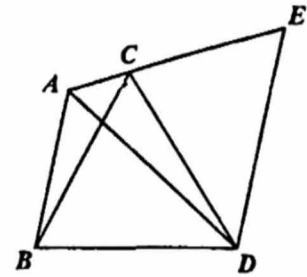
- (1) 把 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针方向旋转 90° ，画出旋转后的 $\triangle AB_1C_1$ ；
- (2) 若点 B 的坐标为 $(-3,5)$ ，在图中建立平面直角坐标系，画出与 $\triangle ABC$ 关于点 $(1,-1)$ 对称的 $\triangle A_2B_2C_2$ ，并写出点 B_2, C_2 的坐标.



20. 已知关于 x 的方程 $mx^2 + (2m-1)x + m-1 = 0$.

- (1) 求证：方程总有实数根；
- (2) 若方程有两个实数根且都是整数，求整数 m 的值.

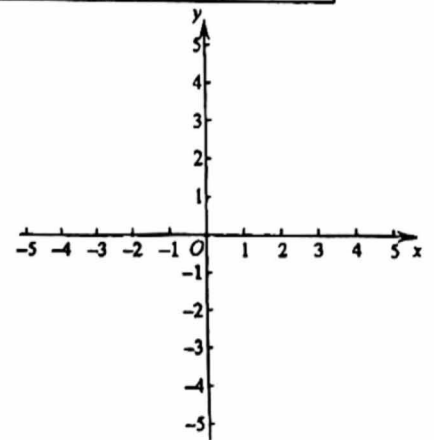
21. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=120^\circ$ ，以 BC 为边向外作等边 $\triangle BCD$ ，把 $\triangle ABD$ 绕着点 D 按顺时针方向旋转 60° 后得到 $\triangle ECD$ ，且 A, C, E 三点共线，若 $AB=3, AC=2$ ，求 $\angle BAD$ 的度数与 AD 的长.



22. 下表是二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 图象上部分点的自变量 x 和函数值 y .

x	...	-1	0	1	2	3	4	5	...
y	...	8	3	0	-1	0	m	8	...

- (1) 观察表格， $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) 求此二次函数的表达式，并画出该函数的图象；
- (3) 该二次函数的图象与直线 $y=n$ 有两个交点 A, B ，若 $AB \leq 6$ ，直接写出 n 的取值范围.



23. 某宾馆有若干间标准房, 经市场调查表明, 每天入住的房间数 y (间) 与每间标准房的价格 x (元) 之间满足一次函数关系. 当标准房的价格为 200 元时, 每天入住的房间数为 60 间; 当标准房的价格为 210 元时, 每天入住的房间数为 55 间. 该馆规定每间标准房的价格不低于 170 元, 且不高于 240 元.

- (1) 求房间数 y (间) 与标准房的价格 x (元) 的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围.
- (2) 设客房的日营业额为 w (元). 若不考虑其他因素, 宾馆标准房的价格定为多少元时, 客房的日营业额最大? 最大为多少元?

24. 将矩形 $ABCD$ 绕点 A 顺时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 360^\circ$), 得到矩形 $AEFG$.

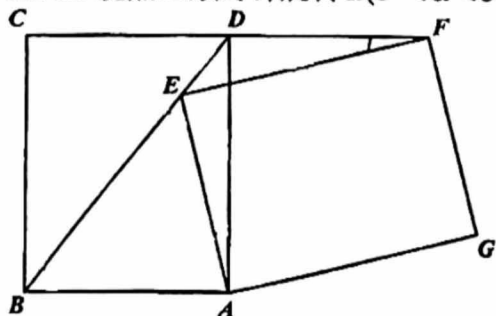
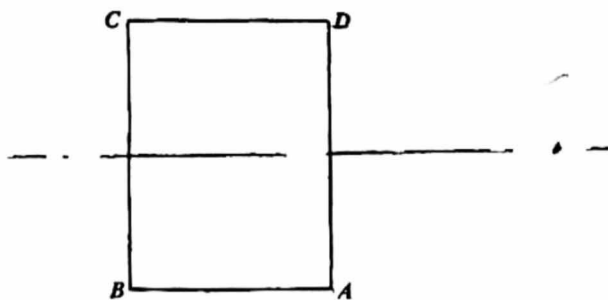


图 1



备用图

- (1) 如图 1, 连接 BD , DF , 当点 E 在 BD 上时, 求证: $FD=AE$;
- (2) 当 $GC=GB$ 时, $\alpha =$ _____.

25. 材料 1: 昌平南环大桥是经典的悬索桥, 当今大跨度桥梁大多采用此种结构. 此种桥梁各结构的名称如图 1 所示, 其建造原理是在两边高大的桥塔之间, 悬挂着主索, 再以相应的间隔, 从主索上设置竖直的吊索, 与桥面垂直, 并连接桥面, 承接桥面的重量, 主索的几何形态近似符合抛物线.

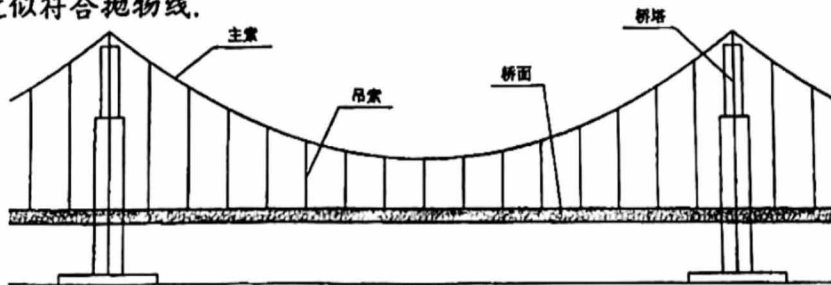


图 1

材料 2: 如图 2, 某一同类型悬索桥, 两桥塔 $AD=BC=10$ m, 间距 AB 为 32 m, 桥面 AB 水平, 主索最低点为点 P , 点 P 距离桥面为 2 m.

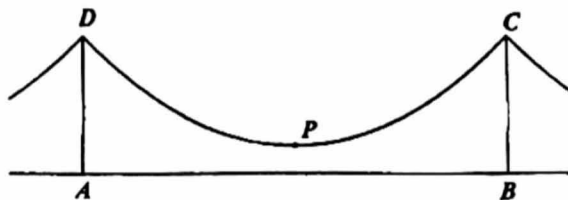
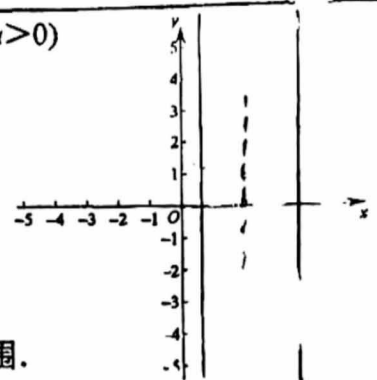


图 2

- (1) 建立适当的平面直角坐标系, 并求出主索抛物线的解析式;
- (2) 若距离点 P 水平距离为 8 m 处有两条吊索需要更换, 求这两条吊索的总长度.

26. 已知, 点 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$ 在二次函数 $y=ax^2-4ax+4a-1(a>0)$ 的图象上, 且 $x_2 - x_1 = 3$.



(1) 若二次函数的图象经过点 $(3, 1)$.

①求此二次函数的表达式;

②若 $y_1 = y_2$, 求顶点到 MN 的距离;

(2) 当 $x_1 \leq x \leq x_2$ 时, 二次函数的最大值与最小值

的差为 1 且点 M, N 在对称轴的异侧, 求 a 的取值范围.

27. 已知, 正方形 $ABCD$, 等腰 $Rt\triangle BEF$, 其中 $\angle BEF=90^\circ$, $BE=EF$. 连接 DF , 点 G 为 DF 的中点, 连接 EG, CG, EC .

(1) 如图 1, 若 $BE=1, AB=5$, 当 E, F, D 三点共线时, $CG=4$, 则 $\angle GCE=$ _____;

(2) 如图 2, 若点 E 在 CB 的延长线上,

①补全图形;

②判断 EG 与 GC 的数量和位置关系, 并证明;

(3) 将图 2 中的 $\triangle BEF$ 绕点 B 逆时针旋转至图 3 所示位置, 在 (2) 中所得的结论是否仍然成立? 若成立, 请写出证明过程; 若不成立, 请说明理由.

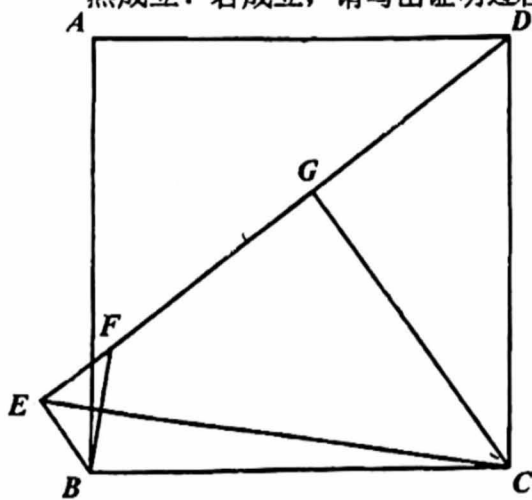


图 1

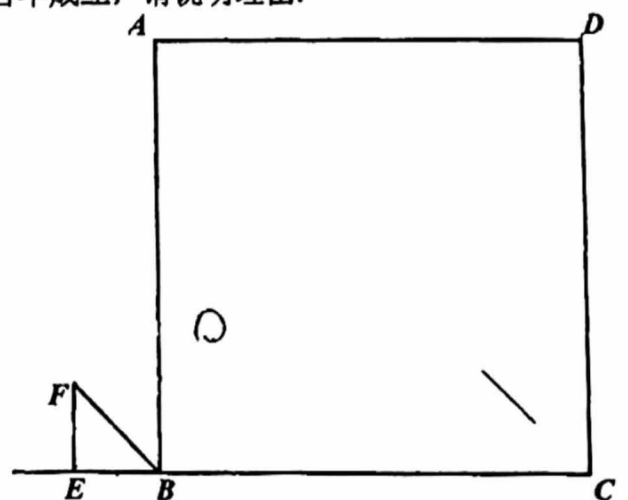


图 2

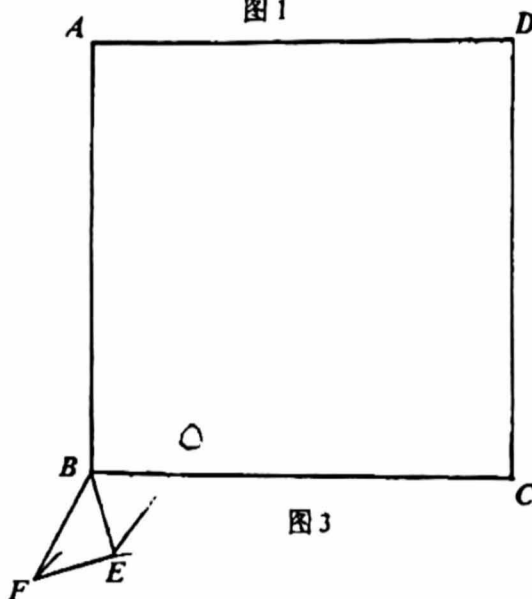


图 3

28. 定义：在平面直角坐标系 xOy 中，点 (m,n) 是某函数图象上的一点，作该函数图象中自变量大于 m 的部分关于直线 $x=m$ 的轴对称图形，与原函数图象中自变量大于或等于 m 的部分共同构成一个新函数的图象，则这个新函数叫做原函数关于点 (m,n) 的“派生函数”。

例如：图 1 是函数 $y=x+1$ 的图象，则它关于点 $(0,1)$ 的“派生函数”的图象如图 2 所示，且

它的“派生函数”的解析式为 $y = \begin{cases} x+1(x \geq 0) \\ -x+1(x < 0) \end{cases}$ 。

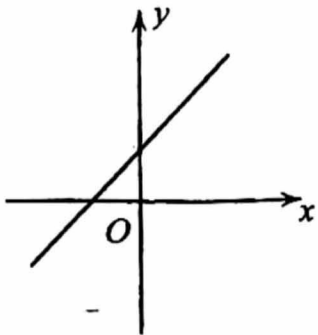


图 1

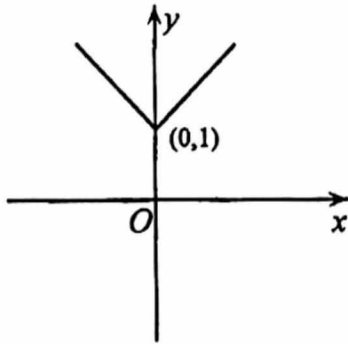


图 2

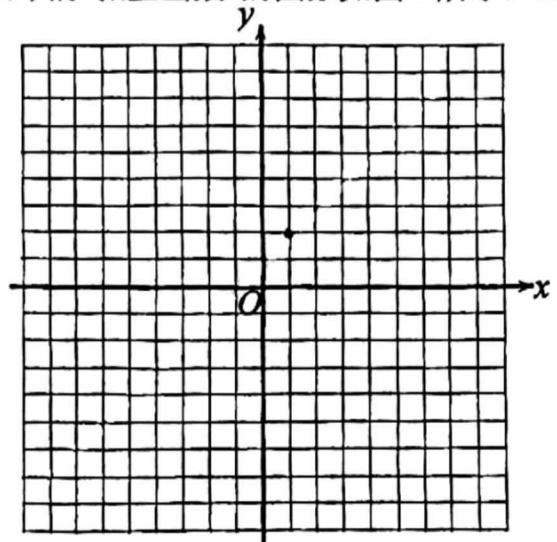
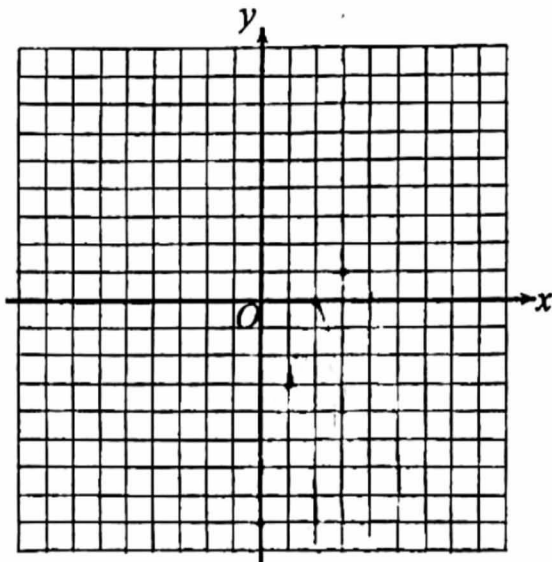
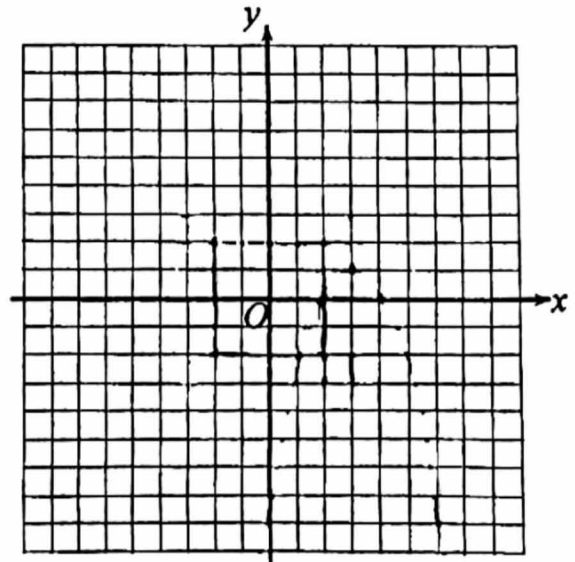


图 3

- (1) 在图 3 中画出函数 $y=x+1$ 关于点 $(1,2)$ 的“派生函数”的图象；
- (2) 点 M 是函数 $H: y=-x^2+6x-8$ 的图象上的一点，设点 M 的横坐标为 m ， H' 是数 H 关于点 M 的“派生函数”。
 - ① 当 $m=1$ 时，若函数值 y' 的范围是 $-3 \leq y' \leq 1$ ，求此时自变量 x 的取值范围；
 - ② 直接写出以点 $A(2,2)$ ， $B(-2,2)$ ， $C(-2,-2)$ ， $D(2,-2)$ 为顶点的正方形 $ABCD$ 与函数 H' 的图象只有两个公共点时， m 的取值范围。



备用图



备用图