



# 2023北京十四中初三12月月考

## 数 学

2023.12

数学试卷 总分 100 分 时间：120 分钟 2023 年12 月

|                  |   |
|------------------|---|
| 考<br>生<br>须<br>知 | 1. 本试卷共 4 页，共三道大题，28 道小题。<br>2. 在答题卡上指定位置贴好条形码。<br>3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。<br>4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。<br>5. 考试结束，将答题卡按页码顺序排好交回。 |
|------------------|---|

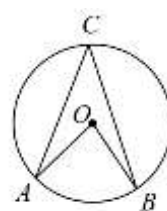
### 一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）。

1. 抛物线  $y = (x - 3)^2 + 1$  的顶点坐标是 ( )。

- A. (3,-1)    B. (3,1)    C. (-3,1)    D. (-3,-1)

2. 如图，A, B, C 是  $\odot O$  上的三个点，若  $\angle C = 40^\circ$ ，则  $\angle AOB$  的度数为 ( )。

- A.  $40^\circ$     B.  $60^\circ$     C.  $80^\circ$     D.  $140^\circ$



第 2 题图

3. 若点(0, a), (4, b)都在二次函数  $y = (x - 2)^2$  的图象上，则 a 与 b 的大小关系是 ( )。

- A.  $a > b$     B.  $a < b$     C.  $a = b$     D. 无法确定

4. 方程  $x^2 - 3 = 0$  的根的情况是 ( )。

- A. 无实数根    B. 有两个相等的实数根  
 C. 有两个不相等的实数根    D. 只有一个实数根

5. 将  $y = x^2 - 6x + 5$  用配方法化成  $y = (x - h)^2 + k$  的形式，下列结果中正确的是 ( )。

- A.  $y = (x - 6)^2 + 5$     B.  $y = (x + 3)^2 - 9$   
 C.  $y = (x - 3)^2 + 5$     D.  $y = (x - 3)^2 - 4$

6. 投掷一枚质地均匀的硬币 m 次，正面向上 n 次，下列表述最准确的是 ( )。

- A.  $\frac{n}{m}$  的值一定是  $\frac{1}{2}$     B.  $\frac{n}{m}$  的值一定不是  $\frac{1}{2}$   
 C. m 越大， $\frac{n}{m}$  的值越接近 1    D. 随着 m 的增加， $\frac{n}{m}$  的值在  $\frac{1}{2}$  附近摆动，呈现出一定的稳定性

7. 如图，在菱形 ABCD 中，点 E 在 BC 上，AE 与对角线 BD 交于点 F。若  $AB = 5$ ， $BE = 3$ ，则  $\frac{AF}{EF}$  为 ( )。

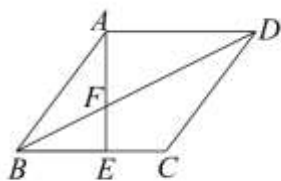
- A.  $\frac{3}{5}$     B.  $\frac{5}{4}$     C.  $\frac{4}{3}$     D.  $\frac{5}{3}$

8. 遥控电动跑车竞速是青少年喜欢的活动.如图是某赛道的部分路线示意图，某赛车从入口 A 驶入，行至

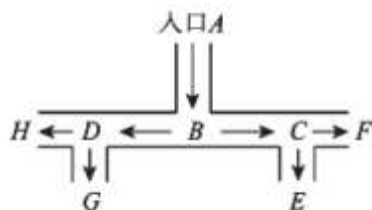


每个岔路口选择前方两条线路的可能性相同，则该赛车从F口驶出的概率是（ ）。

- A.  $\frac{1}{3}$       B.  $\frac{1}{4}$       C.  $\frac{1}{5}$       D.  $\frac{1}{6}$



第7题图

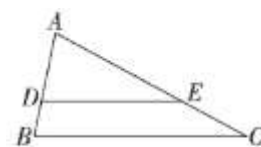


第8题图

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）。

9. 抛物线  $y = x^2 + 1$  向下平移 2 个单位后的抛物线解析式为\_\_\_\_\_。

10. 如图，在  $\triangle ABC$  中，点 D, E 分别在 AB, AC 上，且  $DE \parallel BC$ 。若  $AD=2$ ,  $AB=3$ ,  $DE=4$ ，则 BC 的长为\_\_\_\_\_。

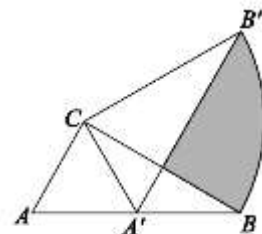


第10题图

11. 若关于  $x$  的一元二次方程  $(a-1)x^2 + a^2x - a = 0$  有一个根是  $x=1$ ，则  $a =$ \_\_\_\_\_。

12. 关于  $x$  的方程  $x^2 - x - 1 = 0$  的两个根分别为  $x_1, x_2$ ，则  $x_1 + x_2 - x_1 \cdot x_2$  的值为\_\_\_\_\_。

13. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle ABC = 30^\circ$ ， $BC = 2$ 。将  $\triangle ABC$  绕点 C 逆时针旋转  $\alpha$  角后得到  $\triangle A'B'C'$ ，当点 A 的对应点 A' 落在 AB 边上时，旋转角  $\alpha$  的度数是\_\_\_\_\_度，阴影部分的面积为\_\_\_\_\_。



第13题图

14. 下列关于抛物线  $y = x^2 + bx - 2$ 。

- ① 抛物线的开口方向向下；
- ② 抛物线与 y 轴交点的坐标为  $(0, -2)$ ；
- ③ 当  $b > 0$  时，抛物线的对称轴在 y 轴右侧；
- ④ 对于任意的实数 b，抛物线与 x 轴总有两个公共点。

其中正确的说法是\_\_\_\_\_。（填写正确的序号）

15. 某电视机厂计划用两年的时间把某种型号的电视机的成本由 2000 元降低到 1280 元，若每年下降的百分数相同，设这个百分数为  $x$ ，由题意可列方程\_\_\_\_\_。

16. 对于二次函数  $y = ax^2$  和  $y = bx^2$ 。其自变量和函数值的两组对应值如下表：

|            |       |                 |
|------------|-------|-----------------|
| $x$        | -1    | $m (m \neq -1)$ |
| $y = ax^2$ | $c$   | $c$             |
| $y = bx^2$ | $c+3$ | $d$             |

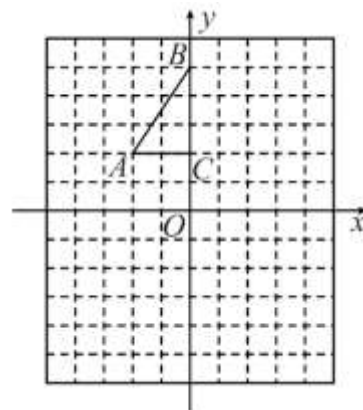
根据二次函数图象的相关性质可知： $m =$ \_,  $d - c =$ \_\_\_\_\_。

三、解答题（本题共 68 分，第 17 题每小题 3 分共 6 分，第 18--22 题，每小题 5 分；第 23--26 题，每小题 6 分；第 27 题 7 分；第 28 题 6 分）。

17. 解方程：（1） $x(x-3) = 4$       （2） $3x^2 - 2x - 1 = 0$



18. 如图，方格纸中每个小正方形的边长都是 1 个单位长度， $Rt\triangle ABC$  的三个顶点的坐标分别为 $A(-2,2), B(0,5), C(0,2)$



(1) 将 $\triangle ABC$  以点 $C$  为旋转中心旋转 $180^\circ$ 得到  $\triangle A_1B_1C$ ，请画出  $\triangle A_1B_1C$ ；

(2) 平移 $\triangle ABC$ ，使点 $A$ 的对应点 $A_2$ 的坐标为 $(-2,-6)$ ，请画出平移后的 $\triangle A_2B_2C_2$ ；

(3) 若将 $\triangle A_1B_1C$  绕某一点旋转可得到 $\triangle A_2B_2C_2$ ，请直接写出旋转中心的坐标。

19. 已知二次函数  $y = x^2 + 2x - 3$ .

(1) 把函数配成  $y = a(x - h)^2 + k$  的形式；

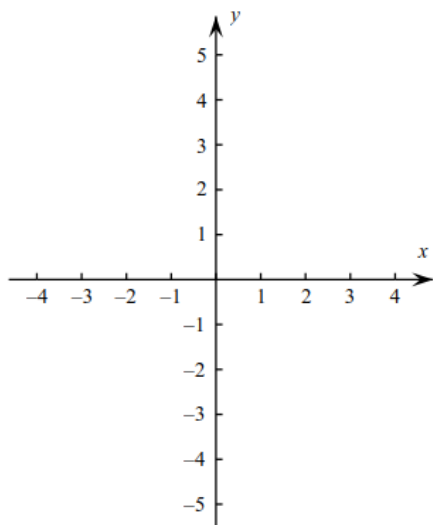
(2) 求函数与 $x$  轴交点坐标；

(3) 用五点法画函数图象；

|     |     |  |  |  |  |  |     |
|-----|-----|--|--|--|--|--|-----|
| $x$ | ... |  |  |  |  |  | ... |
| $y$ | ... |  |  |  |  |  | ... |

(4) 若  $y > 0$ ，则 $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

(5) 若  $-3 < x < 0$ ，则 $y$  的取值范围是\_\_\_\_\_.



20. 已知关于 $x$  的一元二次方程 $x^2 - (k+3)x + 2k+2 = 0$ .

(1) 求证：不论 $k$ 为何值，方程总有两个实数根；

(2) 若方程有一个根小于1，求  $k$  的取值范围。

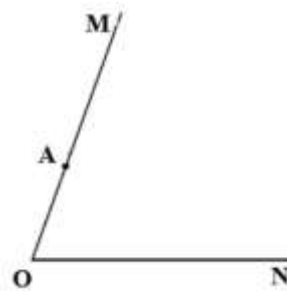


21. 下图是小宇设计的“作已知角的平分线”的尺规作图过程. 已知:  $\angle$  MON.

求作: 射线OP, 使得OP平分 $\angle$ MON.

作法: 如图,

- ① 在射线OM上任取一点A, 以A为圆心, OA长为半径作圆, 交OA的延长线于B点;
- ② 以O为圆心, OB长为半径作弧, 交射线ON于C点;
- ③ 连接BC, 交 $\odot$ A于P点, 作射线OP.



射线OP就是要求作的角平分线.

(1) 使用直尺和圆规, 依作法补全图形(保留作图痕迹);

(2) 完成下面的证明.

证明:  $\because$  OB是 $\odot$ A直径, P点在 $\odot$ A上,

$\therefore \angle$ OPB =  $90^\circ$  ( ). (填依据)

$\therefore$  OP  $\perp$  BC.

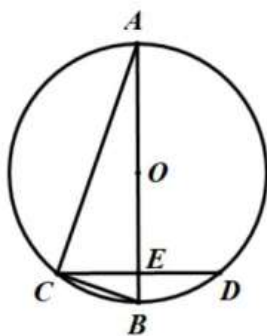
$\because$  OB = OC,

$\therefore$  OP平分 $\angle$ MON ( ). (填依据)

22. 如图, 已知AB为 $\odot$ O直径, CD是弦, 且AB  $\perp$  CD于点E, 连接AC、BC.

(1) 求证:  $\angle$ CAB =  $\angle$ BCD;

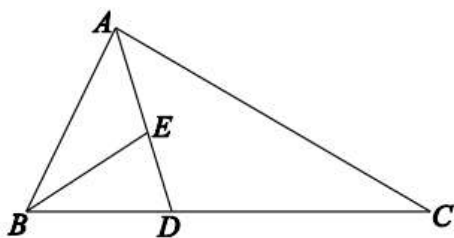
(2) 若 BE = 1, CD = 6, 求 $\odot$ O的半径.



23. 如图, 在 $\triangle$ ABC中, AD平分 $\angle$ BAC, E是AD上一点, 且BE = BD.

(1) 求证:  $\triangle$ ABE  $\sim$   $\triangle$ ACD;

(2) 若 BD = 1, CD = 2, 求  $\frac{AE}{AD}$  的值



24. 由于惯性的作用, 行使中的汽车在刹车后还要继续向前滑行一段距离才能停止, 这段距离称为“刹车距离”. 某公司设计了一款新型汽车, 现在对它的刹车性能(车速不超过 150km/h)进行测试, 测得数据



如下表：

|               |   |     |      |      |      |     |
|---------------|---|-----|------|------|------|-----|
| 车速 $v$ (km/h) | 0 | 30  | 60   | 90   | 120  | 150 |
| 刹车距离 $s$ (m)  | 0 | 7.8 | 19.2 | 34.2 | 52.8 | 75  |

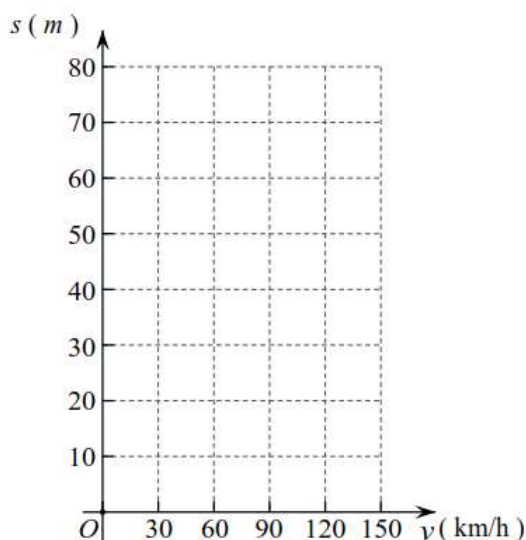
(1) 以车速 $v$ 为横坐标，刹车距离 $s$ 为纵坐标，在坐标系中描出表中各组数值所对应的点，并用平滑曲线连接这些点；

(2) 由图表中的信息可知：

①该型汽车车速越大，刹车距离越\_\_\_\_\_（填“大”或“小”）；

②若该型汽车某次测试的刹车距离为40 m，估计该车的速度约为\_\_\_\_\_ km/h；

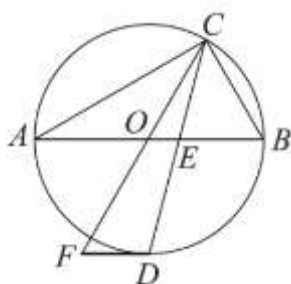
(3) 若该路段实际行车的最高限速为120 km/h，要求该型汽车的安全车距要大于最高限速时刹车距离的3倍，则安全车距应超过\_\_\_\_\_ m.



25. 如图，点C在以AB为直径的 $\odot O$ 上，CD平分 $\angle ACB$ 交 $\odot O$ 于点D，交AB于点E，过点D作 $DF \parallel AB$ 交CO的延长线于点F.

(1) 求证：直线DF是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $\angle A = 30^\circ$ ， $AC = 2\sqrt{3}$ ，求DF的长.



26. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中，已知抛物线 $y = x^2 - 2tx + t^2 - t$ .

(1) 求抛物线的顶点坐标（用含 $t$ 的代数式表示）；

(2) 点 $P(x_1, y_1)$ ， $Q(x_2, y_2)$ 在抛物线上，其中 $t - 1 \leq x_1 \leq t + 2$ ， $x_2 = 1 - t$ .

①若 $y_1$ 的最小值是-2，求 $y_1$ 的最大值；

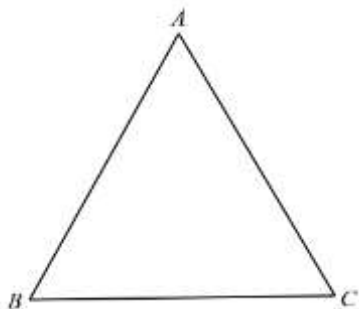
②若对于 $x_1, x_2$ ，都有 $y_1 < y_2$ ，直接写出 $t$ 的取值范围.



27. 如图，等边 $\triangle ABC$ ，将线段  $AC$  绕点  $A$  逆时针旋转  $\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 60^\circ$ )，得到线段  $AD$ ，连接  $BD$ 、 $CD$ 。

(1) 依题意补全图形，并求  $\angle BDC$  的度数。

(2) 取  $BD$  的中点  $E$ ，连接  $AE$  并延长，交  $DC$  的延长线于点  $F$ ，用等式表示线段  $AF$ ， $FC$ ， $CD$  之间的数量关系，并证明。



28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，已知点  $M(a,b)$ ,  $N$ . 对于点  $P$  给出如下定义：将点  $P$  绕点  $M$  逆时针旋转  $90^\circ$ ，得到点  $P'$ ，点  $P'$  关于点  $N$  的对称点为  $Q$ ，称点  $Q$  为点  $P$  的“对应点”。

(1) 如图，若点  $M$  在坐标原点，点  $N(1,1)$ ，

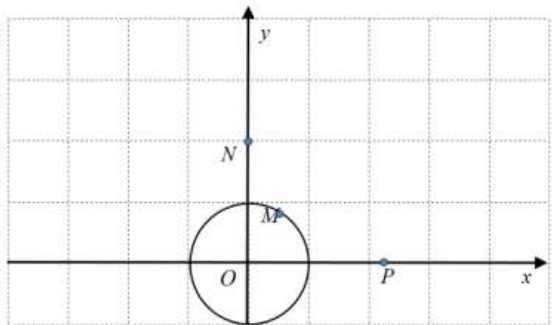
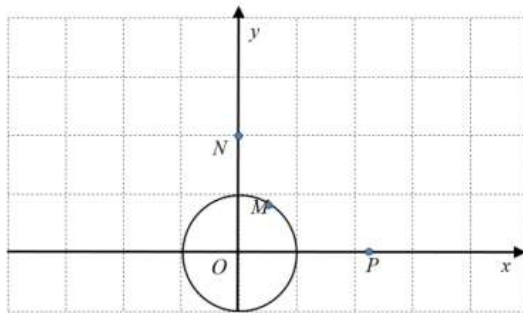
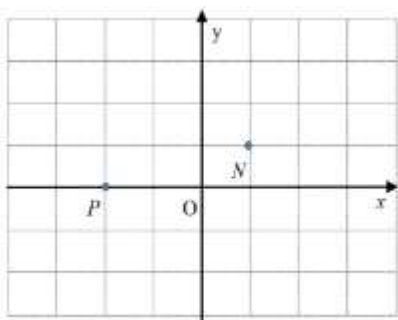
①点  $P(-2,0)$  的“对应点”  $Q$  的坐标为\_\_\_\_\_；

②若点  $P$  的“对应点”  $Q$  的坐标为  $(-1,3)$ ，则点  $P$  的坐标为\_\_\_\_\_；

(2) 如图，已知  $O$  的半径为 1， $M$  是  $O$  上一点，点  $N(0,2)$ ，若  $P(m,0)$  ( $m > 1$ ) 为  $O$  外一点，点  $Q$  为点  $P$  的“对应点”，连接  $PQ$ 。

①当点  $M(a,b)$  在第一象限时，求点  $Q$  的坐标（用含  $a,b,m$  的式子表示）。

②当点  $M$  在  $O$  上运动时，直接写出  $PQ$  长的最大值与最小值的积为\_\_\_\_\_（用含  $m$  的式子表示）。



备用图