

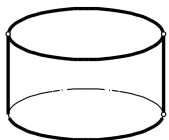
2019 北京西城实验初三零模

数 学

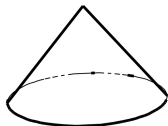


一、选择题（本题共 16 分每小题 2 分）第 1~8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个

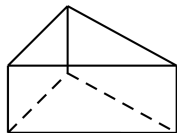
1. 在下面四个几何体中，俯视图是矩形的是



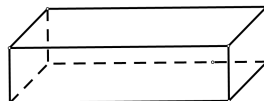
A.



B.



C.

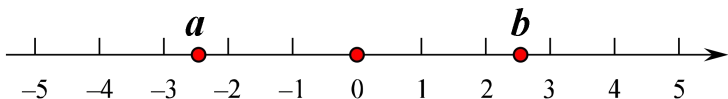


D.

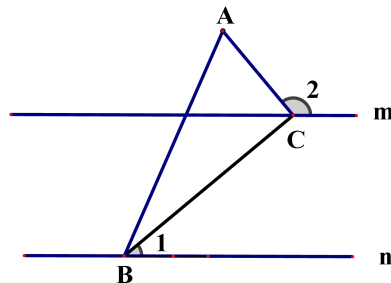
2. 黄河是中华民族的象征，被誉为母亲河，黄河壶口瀑布位于山西省吉县城西 45 千米处，是黄河上最具气势的自然景观其落差约 30 米，年平均流量 1010 立方米/秒。若以分作时间单位，则其年平均流量可用科学计数法表示为

- A. 6.06×10^4 立方米/分 B. 1.01×10^6 立方米/分
 C. 3.636×10^6 立方米/分 D. 36.36×10^5 立方米/分

3. 实数 a , b 在数轴上的对应的位置如图所示，则正确的结论是



- A. $a + b < 0$ B. $a > |-2|$ C. $b > \pi$ D. $\frac{a}{b} < 0$
4. 如图，直线 $m \parallel n$ ， $\triangle ABC$ 的顶点 B , C 分别在直线 n , m 上，且 $\angle ACB = 90^\circ$ ，若 $\angle 1 = 40^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为



- A. 140°
 B. 130°
 C. 120°
 D. 110°
5. 下列计算正确的是
- A. $a^3 \cdot a^3 = 2a^3$
 B. $a^2 \cdot a^2 = a^4$
 C. $a^6 \div a^3 = a^3$
 D. $(-2a^2)^3 = -8a^6$

6. 在一个不透明的盒子中装有 a 个小球，它们除了颜色不同外，其余都相同，其中有 5 个白球，每次试验前，将盒子中的小球摇匀，随机摸出一个球记下颜色后再放回盒中，下表是摸球试验的一组统计数据：

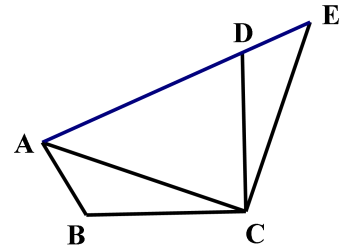
摸球次数 (n)	50	100	150	200	250	300	500
摸到白球次数 (m)	28	60	78	104	123	152	251
摸到白球概率 $(\frac{m}{n})$	0.56	0.60	0.52	0.52	0.49	0.51	0.50

由上表可以推算出 a 大约是

- A. 10 B. 14 C. 16 D. 40

7. 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle EDC$ ，若点 A, D, E 在同一条直线上， $\angle ACB = 20^\circ$ ，则 $\angle ADC$ 的度数是

- A. 55° B. 60°
C. 65° D. 70°



8. 一列自然数 0, 1, 2, 3, ..., 100. 依次将该列数的每一个数平方后除以 100，得到一系列新数。则下列结论正确的是

- A. 原数与对应新数的差不可能等于零
B. 原数与对应新数的差，随着原数的增大而增大
C. 当原数与对应新数的差等于 21 时，原数等于 30
D. 当原数取 50 时，原数与对应新数的差最大

二、填空题（每小题 2 分，共 16 分）

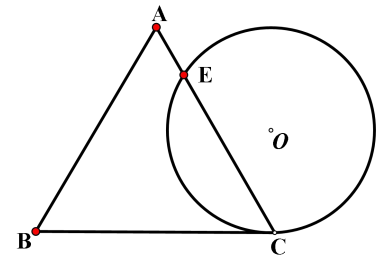
9. 函数 $y = \frac{1}{x-3}$ 中自变量 x 的取值范围是 _____

10. 分解因式： $4a^2 - 16 =$ _____

11. 已知 $x^2 + 2x - 8 = 0$ ，则代数式 $\frac{1}{x^2-1} \div \frac{x+1}{x^2-2x+1} - \frac{1}{x+1}$ 的值为 _____

12. 用一组 a, b 的值说明命题：“若 $a^2 = b^2$ ，则 $a = b$ ”是错误的，这组值可以是 $a =$ _____, $b =$ _____.

13. 一个边长为 4cm 的等边三角形 ABC 与 $\odot O$ 等高，如图放置， $\odot O$ 与 BC 相切与点 C， $\odot O$ 与 AC 相交于点 E，则 CE 的长为 _____ cm.



14. 程大位是我国明朝商人，珠算发明家，他 60 岁时完成的《直指算法统宗》是东方古代数学名著，讲述了传统的珠算规则，确立了算盘用法，书中有如下问题：

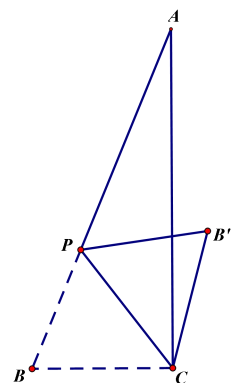
一个馒头一百僧，大僧三个更无争，小僧三人分一个，大小和尚得几丁



意思是：有 100 个和尚分 100 个馒头，如果大和尚 1 人分 3 个，小和尚 3 人分 1 个，正好分完。设大和尚有 x 人，可列方程为 _____.

15. 在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y = x^2$ 的图像经过点 $M(x_1, y_1)$ ， $N(x_2, y_2)$ 两点，若 $-4 < x_1 < -2$ ， $0 < x_2 < 2$ ，则 y_1 _____ y_2 （用“<”，“=”或“>”号连接）

16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中 $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AC = 12$ ， $BC = 5$ ，P 是边 AB 上的动点（不与点 B 重合），将 $\triangle BCP$ 沿 CP 所在的直线翻折，得到 $\triangle B'CP$ ，连接 $B'A$ ， $B'A$ 长度的最小值是 m， $B'A$ 长度的最大值是 n，则 $m+n$ 的值等于 _____.



三、解答题（共 68 分）要求写出必安的解答步骤或证明过程。

17. 计算: $2 \cos 30^\circ + (\frac{1}{3})^{-1} - |\sqrt{3} - 2| + \sqrt{12}$.



18. 下面是小星同学设计的“过直线外一点作已知直线的平行线”的尺规作图过程:

已知: 如图, 直线 l 和直线 l 外一点 A

求作: 直线 AP , 使得 $AP \parallel l$

作法: 如图

① 在直线 l 上任取一点 B , 以点 A 为圆心, AB 为半径画圆, 与直线 l 交于点 B, C 两点

② 连接 AC, AB , 延长 BA 交 l 于点 D

③ 作 $\angle DAC$ 的平分线 AP , 并反向延长

所以直线 AP 就是所求做的直线

• A

根据小星同学设计的尺规作图过程,



(1) 使用直尺和圆规, 保全图形 (保留作图痕迹)

(2) 完成下面的证明

证明: $\because AB = AC,$

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$ (_____ ① _____) (填推理的依据)

$\because \angle DAC$ 是 $\triangle ABC$ 的外角

$\therefore \angle DAC = \angle ABC + \angle ACB.$

$\therefore \angle DAC = 2\angle ABC.$

$\because AP$ 平分 $\angle DAC$

$\therefore \angle DAC = 2\angle DAP.$

\therefore _____ ② _____

$\therefore AP \parallel l$ (_____ ③ _____) (填推理的依据)

19. 解不等式组:
$$\begin{cases} 8(x-1) > 5x-17 \\ 6-x \geq \frac{x-10}{2} \end{cases}$$

20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2kx + k - 2 = 0$

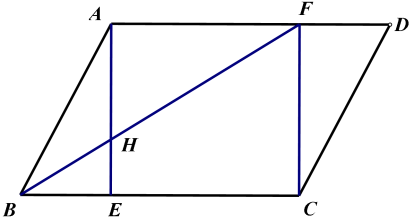
(1) 利用根的判别式判断方程根的情况;

(2) 当 k 为最大的负整数时, 求方程的根。

21. 在平行四边形 $ABCD$ 中, 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E , 点 F 在 CD 上, $CF = AE$, 连接 BF , AF

(1) 求证: 四边形 $BFDE$ 是矩形;

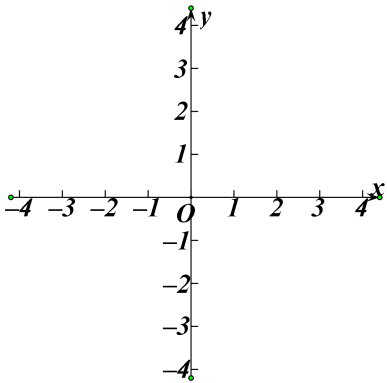
(2) 若 AF 平分 $\angle BAD$, 且 $AB = 3AE$, $BF = 6$, 求 AH 的长.



22. 如图, 一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图像与反比例函数 $y = \frac{m}{x} (m \neq 0)$ 的图像交于 $A(-1, -1)$, $B(n, 2)$ 两点.

(1) 求反比例函数与一次函数的表达式;

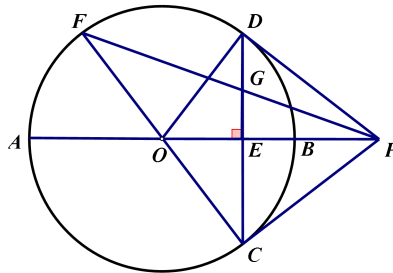
(2) 点 P 在 x 轴上, 过点 P 作垂直于 x 轴的直线 l , 交直线 AB 于点 C , 若 $AB = 2AC$, 请直接写出点 C 的坐标.



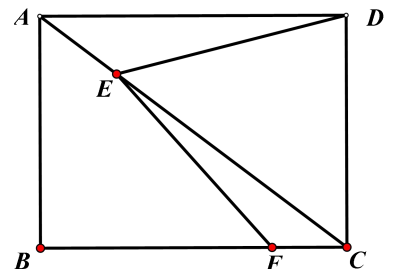
23. 如图, O 的直径 AB 垂直于弦 CD , 垂足为 E , 过点 C 做 O 的切线, 交 AB 的延长线于点 P , 联结 PD

(1) 判断直线 PD 与 O 的位置关系, 并加以证明;

(2) 联结 CO 并延长 O 于点 F , 联结 FP 交 CD 于点 G , 如果 $CF=10$, $\cos \angle APC = \frac{4}{5}$, 求 EG 的长



24. 如图, 矩形 $ABCD$ 的对角线上有动点 E , 连结 DE , 边 BC 上有一定点 F , 连接 EF , 已知 $AB=3\text{cm}$, $AD=4\text{cm}$, 设 A, E 两点间的距离为 $x \text{ cm}$, D, E 两点间的距



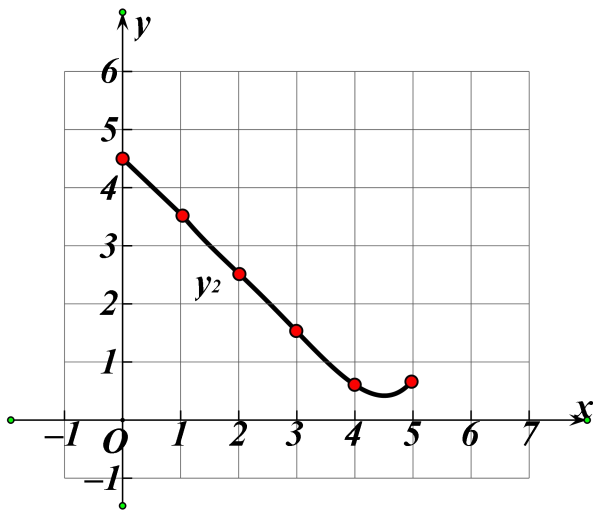
离为 y_1 cm, E, F 两点间的距离为 y_2 cm。

小胜根据学习函数的经验, 分别对函数 y_1 , y_2 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究。下面是小胜的探究过程, 请补充完整:

(1) 按照下表中自变量 x 的值进行取点、画图、测量, 得到 x 与 y 的几组对应值:

x/cm	0	1	2	3	4	5
y_1/cm	4.00	3.26	2.68	_____	2.53	3.00
y_2/cm	4.50	3.51	2.51	1.53	0.62	0.65

(2) 在同一平面直角坐标系 xOy 中, 描出补全后的表中各组数值所对应的点 (x, y_1) , (x, y_2) , 并画出函数 y_1 , y_2 的图像:



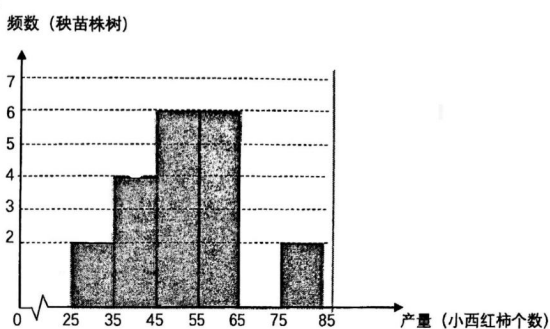
(3) 结合函数图像, 解决问题: 当 $DE > EF$ 时, AE 的长度范围约为 _____ cm

25. 水果基地为了选出适应市场需求的小西红柿秧苗, 在条件基本相同的情况下, 把两个品种的小西红柿秧苗各 300 株分别种植在甲、乙两个大棚, 对于市场最为关注的产量和产量的稳定性, 进行了抽样调查, 从甲、乙两个大棚各收集了 24 株秧苗上的小西红柿的个数, 并对数据进行整理、描述和分析。

下面给出了部分信息: (说明: 45 个以下为产量不合格, 45 个及以上为产量合格, 其中 45~65 个位产量良好, 65~85 个为产量优秀)

a. 补全下面乙组数据的频数分布直方图 (数据分成 6 组:

$25 \leq x < 35, 35 \leq x < 45, 45 \leq x < 55, 55 \leq x < 65, 65 \leq x < 75, 75 \leq x < 85$):



b. 乙组数据在产量良好 ($45 \leq x < 65$) 这两组的具体数据为:

46 46 47 47 48 48 55 57 57 57 58 61

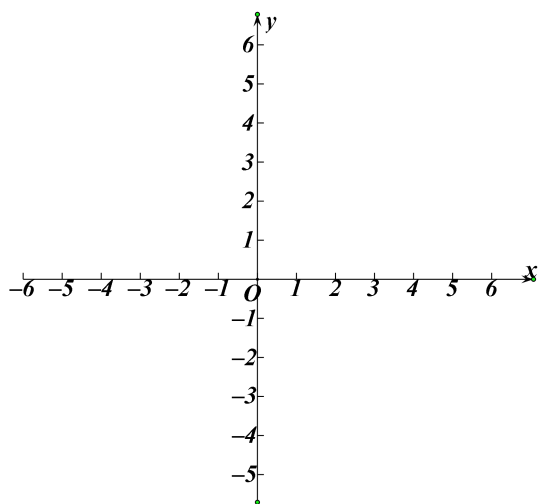
c. 数据的平均数、众数和方差如下表所示:

大棚	平均数	中位数	众数	方差
甲	52.25	51	58	238
乙	52.25	a	57	210

- (1) 补全乙的频数分布直方图
- (2) 写出表中 a 的值
- (3) 根据样本情况, 估计乙大棚产量良好及以上的秧苗数为_____株。
- (4) 根据抽样调查情况, 可以推断出_____大棚的小西红柿秧苗品种更适应市场需求, 理由为_____ (至少从两个不同的角度说明推断的合理性)

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = x + 2$ 经过点 $A(m, -2)$, 将点 A 向右平移 7 个单位长度, 得到点 B , 抛物线 $y = nx^2 - 4nx + 1$ 的顶点为 C

- (1) 求 m 的值和点 B 的坐标
- (2) 求点 C 的坐标 (用含 n 的代数式表示)
- (3) 若抛物线与线段 AB 只有一个公共点, 结合函数图像, 求 n 的取值范围

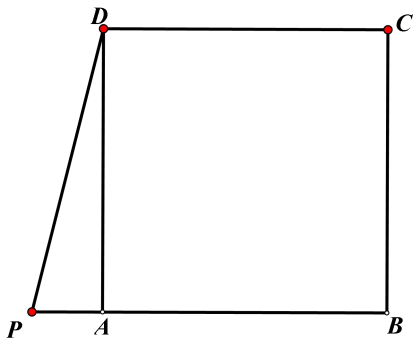


27. 如图, 正方形 $ABCD$ 中, P 是 BA 延长线上一点, 且 $\angle PDA = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 45^\circ$). 点 A , 点 E 关于 DP 对称, 连接 ED, EP , 并延长 EP 交射线 CB 于点 F , 连接 DF .

- (1) 请按照题目要求补全图形
- (2) 求证: $\angle EDF = \angle CDF$
- (3) $\angle EDF =$ _____ (含有 α 的式子表示)



(4) 过点 P 做 $PH \perp DP$ 交 DF 于点 H, 连接 BH, 猜想 AP 与 BH 的数量关系并加以证明.

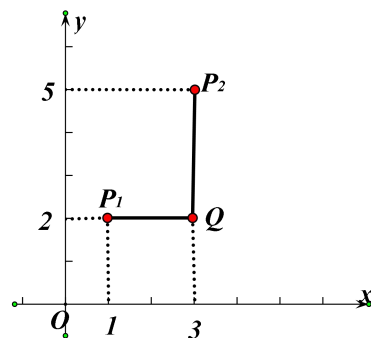


28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于任意两点 $P_1(x_1, y_1)$ 与 $P_2(x_2, y_2)$ 的“非常距离”, 给出如下定义:

若 $|x_1 - x_2| \geq |y_1 - y_2|$, 则点 P_1 与点 P_2 的“非常距离”为 $|x_1 - x_2|$;

若 $|x_1 - x_2| < |y_1 - y_2|$, 则点 P_1 与点 P_2 的“非常距离”为 $|y_1 - y_2|$;

例如: 点 $P_1(1, 2)$, 点 $P_2(3, 5)$, 因为 $|1 - 3| < |2 - 5|$, 所以点 P_1 与点 P_2 的“非常距离”为 $|2 - 5| = 3$, 也就是图中线段 P_1Q 与 P_2Q 长度的较大值 (点 Q 为垂直于 y 轴的直线 P_1Q 与垂直于 x 轴的直线 P_2Q 的交点).



(1) 已知点 $A(0, 1)$

① 在点 $B(-\frac{3}{2}, 0)$, $C(2, 1)$, $D(-1, 2)$, $E(0, -\frac{1}{2})$ 四个点中, 与点 A 的“非常距离”为 $\frac{3}{2}$ 的点是_____;

② 点 F 是 x 轴上一动点, 直接写出点 A 与点 F 的“非常距离”的最小值为_____.

(2) 已知点 M 是直线 $y = 2x + 6$ 上的一个动点,

① 点 G 的坐标是 $(0, 2)$, 求点 M 与点 G 的“非常距离”的最小值及相应的点 M 的坐标;

② 点 N 是以点 $(4, 0)$ 为圆心, $\sqrt{5}$ 为半径的圆上的一个动点, 直接写出点 M 与点 N 的“非常距离”的最小值及相应的点 M 的坐标.

