



延期开学学习效果验收练习（数学）

2020.2

（考试时间 90 分钟，满分为 100 分）

学校_____ 姓名_____ 成绩_____

一、选择题（本题共 16 分，每小题 4 分）

第 1—4 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. 某同学在利用描点法画二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象时，先取自变量 x 的一些值，计算出相应的函数值 y ，如下表所示：

x	$\cdots$	0	1	2	3	4	$\cdots$
y	$\cdots$	-3	0	-1	0	3	$\cdots$

接着，他在描点时发现，表格中只有一组数据计算错误，他计算错误的一组数据是

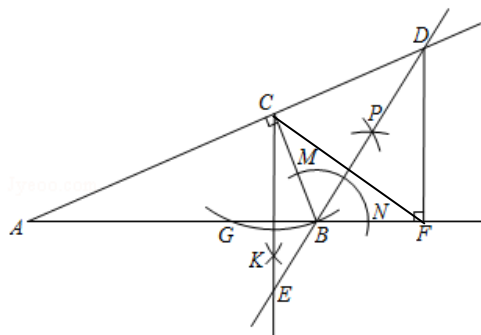
- (A) $\begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x=3 \\ y=0 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x=0 \\ y=-3 \end{cases}$

2. 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$.

- (1) 以点 C 为圆心，以 CB 的长为半径画弧，交 AB 于点 G ，分别以点 G, B 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}GB$ 的长为半径画弧，两弧交于点 K ，作射线 CK ；
- (2) 以点 B 为圆心，以适当的长为半径画弧，交 BC 于点 M ，交 AB 的延长线于点 N ，分别以点 M, N 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径画弧，两弧交于点 P ，作直线 BP 交 AC 的延长线于点 D ，交射线 CK 于点 E ；
- (3) 过点 D 作 $DF \perp AB$ 交 AB 的延长线于点 F ，连接 CF .

根据以上操作过程及所作图形，有如下结论：

- ① $CE = CD$ ；
- ② $BC = BE = BF$ ；
- ③ $S_{\text{四边形} CDFB} = \frac{1}{2}CF \cdot BD$ ；
- ④ $\angle BCF = \angle BCE$.



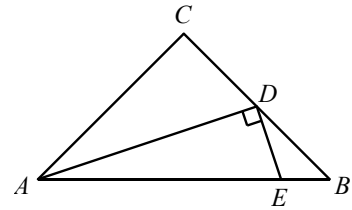
所有正确结论的序号为

- (A) ①②③ (B) ①③ (C) ②④ (D) ③④



3. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=BC$, $\angle C=90^\circ$, 点 D 是 BC 的中点, $DE \perp AD$ 交 BC 于点 E . 若 $AC=1$, 则 $\triangle BDE$ 的面积为

- (A) $\frac{1}{24}$ (B) $\frac{1}{16}$
(C) $\frac{1}{12}$ (D) $\frac{1}{8}$

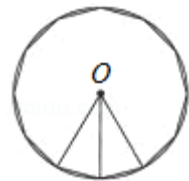


4. 对于正整数 k 定义一种运算: $f(k) = [\frac{k+1}{4}] - [\frac{k}{4}]$, 例: $f(3) = [\frac{3+1}{4}] - [\frac{3}{4}]$, $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 例: $[3.9] = 3$, $[-1.8] = -2$. 则下列结论错误的是

- (A) $f(1) = 0$ (B) $f(k) = 0$ 或 1
(C) $f(k+4) = f(k)$ (D) $f(k+1) \geq f(k)$

二、填空题(本题共 16 分, 每小题 4 分)

5. 刘徽是我国魏晋时期卓越的数学家, 他在为《九章算术》作注时提出了“割圆术”, 利用圆的内接正多边形逐步逼近圆来近似计算圆的面积. 如图, 若用圆的内接正十二边形的面积 S_1 来近似估计 $\odot O$ 的面积 S , 设 $\odot O$ 的半径为 1, 则 $S-S_1 =$ _____.



6. 若点 (m, m) , (n, n) ($m \neq n$) 都在抛物线 $y = x^2 + 2x + c$ 上, 且 $m < 1 < n$, 则 c 的取值范围是_____.

7. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(-2, 0)$, $B(2, 0)$, 点 P 在直线 $y = \sqrt{3}x$ 上, 若 $\triangle ABP$ 是直角三角形, 则点 P 的坐标为_____.

8. 对于两个非零整数 x, y , 如果满足这两个数的积等于它们的和的 6 倍, 称这样的 x, y 为友好整数组, 记作 $\langle x, y \rangle$, $\langle x, y \rangle$ 与 $\langle y, x \rangle$ 视为相同的友好整数组. 请写出一个友好整数组_____, 这样的友好整数组一共有_____组.



三、解答题（本题共 68 分，第 9，10 题，每小题 6 分，第 11~17 题，每小题 8 分）

9. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (k+4)x + 4k = 0$.

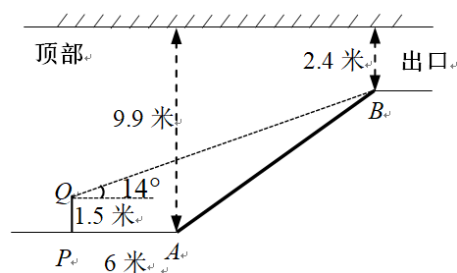
(1) 求证：无论 k 为任何实数，此方程总有两个实数根；

(2) 若方程的两个实数根为 x_1, x_2 ，满足 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{3}{4}$ ，求 k 的值；

(3) 若 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的斜边为 5，另外两条边的长恰好是方程的两个根 x_1, x_2 ，求 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的内切圆半径.

10. 地铁某站点出口横截面平面图如图所示，电梯 AB 的两端分别距顶部 9.9 米和 2.4 米，在距电梯起点 A 端 6 米的 P 处，用 1.5 米的测角仪 PQ 测得电梯终端 B 处的仰角为 14° ，求电梯 AB 的长度.

参考数据： $\sin 14^\circ \approx 0.24$ ， $\tan 14^\circ \approx 0.25$ ， $\cos 14^\circ \approx 0.97$.





11. 某中学数学兴趣小组在一次课外学习与探究中遇到一些新的数学符号，他们将其中某些材料摘录如下：

对于三个实数 a, b, c ，用 $M\{a, b, c\}$ 表示这三个数的平均数，用 $m\{a, b, c\}$ 表示这三个数中最小的数，例如 $M\{1, 2, 9\} = \frac{1+2+9}{3} = 4$ ， $m\{1, 2, -3\} = -3$ ， $m\{3, 1, 1\} = 1$ ．请

结合上述材料，解决下列问题：

(1) ① $M\{(-2)^2, 2^2, -2^2\} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

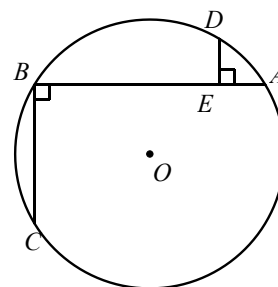
② $m\{\sin 30^\circ, \cos 60^\circ, \tan 45^\circ\} = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 若 $m\{3-2x, 1+3x, -5\} = -5$ ，则 x 的取值范围为 $\underline{\hspace{2cm}}$ ；

(3) 若 $M\{-2x, x^2, 3\} = 2$ ，求 x 的值；

(4) 如果 $M\{2, 1+x, 2x\} = m\{2, 1+x, 2x\}$ ，求 x 的值．

12. 如图，点 A, D, B, C 在 $\odot O$ 上， $AB \perp BC$ ， $DE \perp AB$ 于点 E ．若 $BC=3$ ， $AE=DE=1$ ，求 $\odot O$ 半径的长．





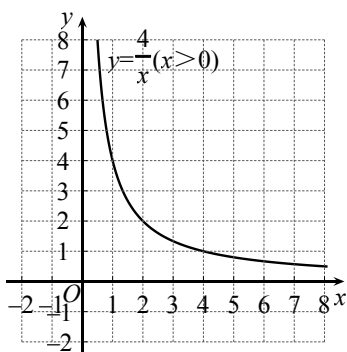
13. 模具厂计划生产面积为 4, 周长为 m 的矩形模具. 对于 m 的取值范围, 小亮已经能用“代数”的方法解决, 现在他又尝试从“图形”的角度进行探究, 过程如下:

(1) 建立函数模型

设矩形相邻两边的长分别为 x, y , 由矩形的面积为 4, 得 $xy=4$, 即 $y=\frac{4}{x}$; 由周长为 m , 得 $2(x+y)=m$, 即 $y=-x+\frac{m}{2}$. 满足要求的 (x, y) 应是两个函数图象在第_____象限内交点的坐标.

(2) 画出函数图象

函数 $y=\frac{4}{x}$ ($x>0$) 的图象如图所示, 而函数 $y=-x+\frac{m}{2}$ 的图象可由直线 $y=-x$ 平移得到. 请在同一直角坐标系中直接画出直线 $y=-x$.



(3) 平移直线 $y=-x$, 观察函数图象

在直线平移过程中, 交点个数有哪些情况? 请写出交点个数及对应的周长 m 的取值范围.

(4) 得出结论

若能生产出面积为 4 的矩形模具, 则周长 m 的取值范围为_____.



14. 对于任意的实数 m, n , 定义运算 “ $\wedge$ ”, 有 $m \wedge n = \frac{|m - n| + m + n}{2}$.

(1) 计算: $3 \wedge (-1)$;

(2) 若 $m = |x - 1|$, $n = |x + 2|$, 求 $m \wedge n$ (用含 x 的式子表示);

(3) 若 $m = x^2 + 2x - 3$, $n = -x - 3$, $m \wedge n = -2$, 求 x 的值.

15. 在平面直角坐标系 xOy 中, 给出如下定义: 将一个函数的图象在 y 轴左侧的部分沿 x 轴翻折, 其余部分不变, 两部分组成的函数图象, 称为这个函数的变换图象.

(1) 点 $A(-1, 4)$ 在函数 $y = x + m$ 的变换图象上, 求 m 的值;

(2) 点 $B(n, 2)$ 在函数 $y = -x^2 + 4x$ 的变换图象上, 求 n 的值;

(3) 将点 $C(-\frac{1}{2}, 1)$ 向右平移 5 个单位长度得到点 D . 当线段 CD 与函数 $y = -x^2 + 4x + t$ 的变换图象有两个公共点, 直接写出 t 的取值范围.



16. 在四边形 $ABCD$ 中, $AB=AD$, $CB=CD$, $\angle ABC=\angle ADC=90^\circ$, $\angle BAD=\alpha$, $\angle BCD=\beta$, 点 E, F 是四边形 $ABCD$ 内的两个点, 满足 $\angle EAF=\frac{1}{2}\alpha$, $\angle ECF=\frac{1}{2}\beta$, 连接 BE, EF, FD .

(1) 如图 1, 当 $\alpha=\beta$ 时, 判断 $\angle ABE$ 和 $\angle ADF$ 之间的数量关系, 并证明你的猜想;

(2) 当 $\alpha \neq \beta$ 时, 用等式表示线段 BE, EF, FD 之间的数量关系(直接写出即可)

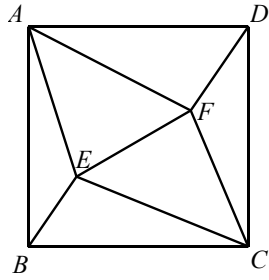
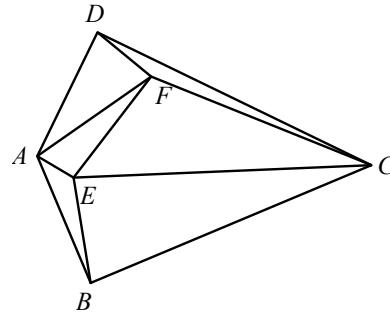


图 1



备用图



17. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(0, 3m)$, $P(0, 2m)$, $Q(0, m)$ ($m \neq 0$). 将点 A 绕点 P 顺时针旋转 90° , 得到点 M , 将点 O 绕点 Q 顺时针旋转 90° , 得到点 N , 连接 MN , 称线段 MN 为线段 AO 的伴随线段.

(1) 如图 1, 若 $m=1$, 则点 M, N 的坐标分别为_____, _____;

(2) 对于任意的 m , 求点 M, N 的坐标 (用含 m 的式子表示);

(3) 已知点 $B(-\sqrt{2}, t)$, $C(\sqrt{2}, t)$, 以线段 BC 为直径, 在直线 BC 的上方作半圆, 若半圆与线段 BC 围成的区域内 (包括边界) 至少存在一条线段 AO 的伴随线段 MN , 直接写出 t 的取值范围.

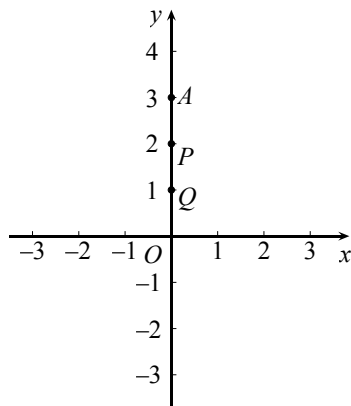
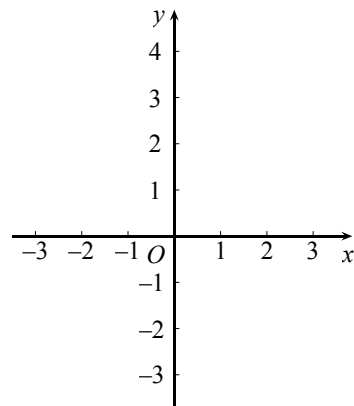


图 1



备用图