



2023 北京密云初二（上）期末

数 学

考生须知：

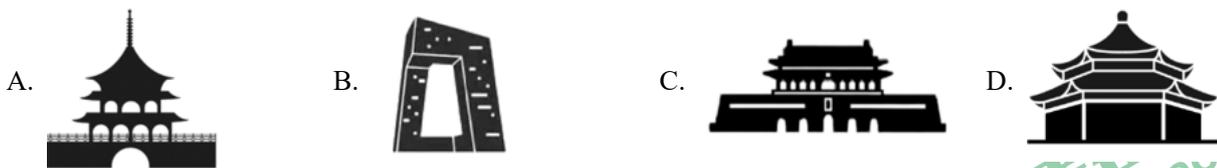
1. 本试卷共 6 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和考号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效，作图必须使用 2B 铅笔。
4. 考试结束，请将本试卷和答题纸一并交回。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）下面各题均有四个选项，其中只有一个选项是符合题意的。

1. 若分式 $\frac{1}{x-4}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是（ ）

- A. $x \neq -4$ B. $x = -4$ C. $x \neq 4$ D. $x = 4$

2. 《国语·楚语》记载：“夫美者，上下、内外、大小、远近皆无害焉，故曰美”。这一记载充分表明传统美的本质特征在于对称和谐。中国建筑布局一般都是采用均衡对称的方式建造，更具脱俗的美感和生命力。下列建筑物的简图中，不是轴对称图形的是（ ）



3. 在下列各式的计算中，正确的是（ ）

- A. $(x^3)^2 = x^5$ B. $x^2 + x^2 = x^4$ C. $x^8 \div x^2 = x^6$ D. $(3x)^2 = 6x^2$

4. 我国的泉州湾跨海大桥是世界首座跨海高铁大桥，其创新采用的“石墨烯重防腐涂装体系”，将实现 30 年超长防腐寿命的突破。石墨烯作为本世纪发现的最具颠覆性的新材料之一，其理论厚度仅有 0.00000000034 m，请将 0.00000000034 用科学记数法表示为（ ）

- A. 0.34×10^9 B. 0.34×10^9 C. 3.4×10^{10} D. 3.4×10^{-10}

5. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $M(1, -6)$ 关于 y 轴的对称点 N 的坐标是（ ）

- A. $(-1, -6)$ B. $(-1, 6)$ C. $(1, 6)$ D. $(-6, 1)$ $(-6, -1)$

6. 正五边形的外角和为（ ）

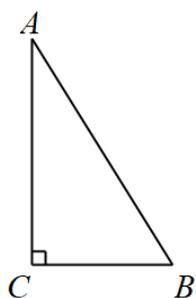
- A. 720° B. 540° C. 360° D. 180°

7. 下列等式中，从左到右的变形是因式分解的是（ ）

- A. $x(x+1) = x^2 + x$ B. $x^2 + xy - 3 = x(x+y) - 3$
 C. $x^2 + 6x + 4 = (x+3)^2 - 5$ D. $x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$



8. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，以 $\triangle ABC$ 的一边为腰画等腰三角形，使得它的第三个顶点在 $\triangle ABC$ 的其他边上，则可以画出的不同的等腰三角形的个数最多是()



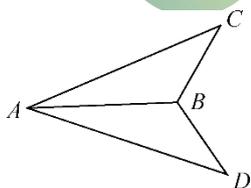
- A. 3 个 B. 4 个 C. 6 个 D. 7 个

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 若分式 $\frac{x-1}{x}$ 的值为 0，则 x 的值为_____。

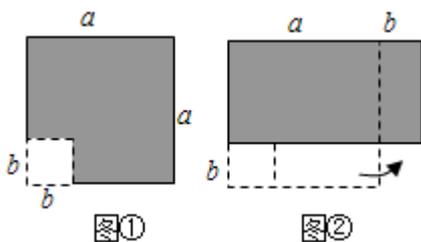
10. 计算： $(12a^3 - 6a^2 + 3a) \div 3a$ _____。

11. 已知：如图， AB 平分 $\angle CAD$ 。请添加一个条件_____，使得 $\triangle ABC \cong \triangle ABD$ 。（要求：不添加辅助线，只需填一个答案即可）



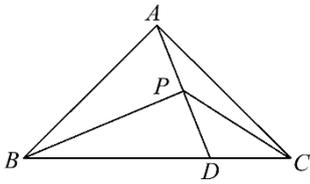
12. 等腰三角形的两边长分别为 4 和 9，则第三边长为_____。

13. 在边长为 a 的正方形中挖去一个边长为 b 的小正方形（其中 $a > b$ ）（如图①），把余下的部分拼成一个长方形（如图②），根据两个图形中阴影部分的面积相等，可以验证的乘法公式是_____。

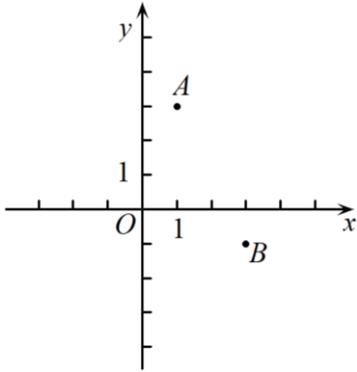


14. 若 $a^x = 2$ ， $a^y = 5$ ，则 $a^{x+y} =$ _____。

15. 如图， $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC$ 。在 BC 上截取 $BD = BA$ ，作 $\angle ABC$ 的平分线与 AD 相交于点 P ，连接 PC 。若 $\triangle ABC$ 的面积为 8cm^2 ，则 $\triangle BPC$ 的面积为_____ cm^2 。



16. 在平面直角坐标系 xOy 中, $A(1, 3)$, $B(3, -1)$, 点 P 在 y 轴上, 当 $PA+PB$ 取得最小值时, 点 P 的坐标为_____.



三、解答题 (共 68 分, 其中 17 题 6 分, 18~23 题每题 5 分, 24~26 题每题 6 分, 27、28 题每题 7 分)

17. 因式分解

(1) $m^3 - mn^2$

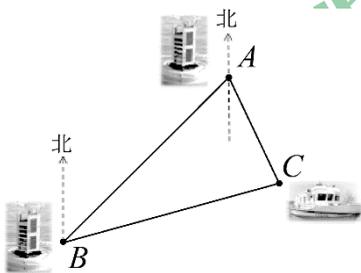
(2) $2x^2 - 8xy + 8y^2$

18. 计算: $\left(\frac{1}{5}\right)^{-1} + (\pi - 3)^0 - |-2|$

19. 计算: $\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x^2-1} \div \frac{x}{x^2-2x+1}$

20. 解分式方程: $\frac{10-x}{x+3} = 1 + \frac{5}{x+3}$

21. 密云水库是首都的“生命之水”, 作为北京重要的水源地, 保持水质成为重中之重. 如图所示, 点 A 和点 B 分别表示两个水质监测站, 点 C 表示某一时刻监测人员乘坐的监测船的位置. 其中, B 点在 A 点的西南方向, 船只 C 在 A 点南偏东 25° 方向和 B 点北偏东 75° 方向的交汇处, 求此时从船只 C 看 A 、 B 两个水质监测站的视角 $\angle ACB$ 的度数.

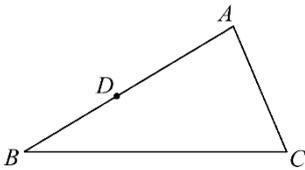


22. 数学课上, 李老师布置如下任务:

如图, 已知 $\triangle ABC$, 点 D 是 AB 边上的一个定点, 在 AC 边上确定一点 E , 使 $DE \parallel BC$.



下面是小莉设计的尺规作图过程.



作法:

- ①以点 D 为圆心, BD 长为半径作弧交 BC 边于点 F , 连接 DF .
- ②作 $\angle ADF$ 的角平分线, 交 AC 边于点 E ;

则点 E 即为所求.

根据小莉设计的尺规作图过程,

- (1) 使用直尺和圆规, 补全图形; (保留作图痕迹)
- (2) 完成下面的证明, 并在括号内填写推理的依据.

证明: $\because DB = DF$,

$\therefore \angle B = \underline{\hspace{2cm}}$. ()

$\because DE$ 是 $\angle ADF$ 的角平分线,

$\therefore \angle ADF = 2\angle ADE$.

$\because \angle ADF = \angle B + \angle DFB$, ()

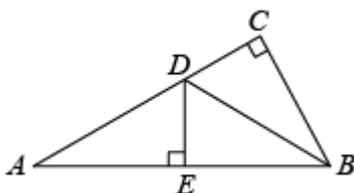
即 $\angle ADF = 2\angle B$,

$\therefore \angle ADE = \angle B$.

$\therefore DE \parallel BC$.

23. 已知 $2a^2 + 3a - 6 = 0$. 求代数式 $3a(2a+1) - (2a+1)(2a-1)$ 的值.

24. 已知: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, AB 边的垂直平分线分别交 AC 于点 D , 交 AB 于点 E .



(1) 求证: $DE = DC$;

(2) 连接 EC , 若 $AB = 6$, 求 $\triangle EBC$ 的周长.

25. 交通是经济的脉络和文明的纽带. 截至 2020 年底, 我国高速铁路运营里程五年间翻了近一番, 稳居世界第一, 居民出行更加便捷. 据悉, 甲乙两城市相距 800 千米, 乘坐高铁列车比乘坐普通列车的运行时间缩短了 4 小时, 已知高铁列车的平均速度是普通列车平均速度的 2.5 倍, 求高铁列车的平均速度.

26. 阅读材料, 解决问题

爱因斯坦是 20 世纪著名物理学家, 他创立的相对论影响了人类对世界的看法. 有趣的是, 这位科学巨匠闲暇之余喜欢琢磨一些数学趣题. 一次, 爱因斯坦在计算一道两位数乘法运算时, 联想到了“头同尾合十”



的速算方法.

所谓“头同尾合十”是指：两个因数的十位数字相同，个位数字相加刚好为10；

其对应的速算方法是：

第一步：用两个因数的个位数字相乘，把得到的乘积作为结果的后两位，如果乘积是一位数，就把这个数作为结果的个位，十位用0表示；

第二步：用相同的十位数字乘以比它大1的数，把得到的乘积放在第一步结果的前面.

像这样组成的数就是两位数相乘的结果. 例如：

速算 74×76 ，先算 $4 \times 6 = 24$ ，再算 $7 \times (7+1) = 56$ ，则 $74 \times 76 = 5624$ ；

速算 59×51 ，先算 $9 \times 1 = 09$ ，再算 $5 \times (5+1) = 30$ ，则 $59 \times 51 = 3009$ ；

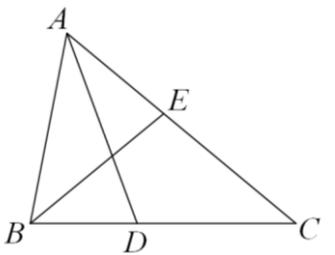
(1) 利用上述速算方法，计算 47×43 的积为_____；

(2) 用 \overline{ab} 和 \overline{ac} 分别表示两个两位数，其中 a 表示十位数字， b 和 c 表示它们的个位数字，且 $b+c=10$ ，

①依据题意，两位数 $\overline{ab} = 10a+b$ ，则两位数 $\overline{ac} =$ _____；

②为说明该速算方法的正确性，请你证明 $\overline{ab} \times \overline{ac} = 100a(a+1) + bc$ 成立.

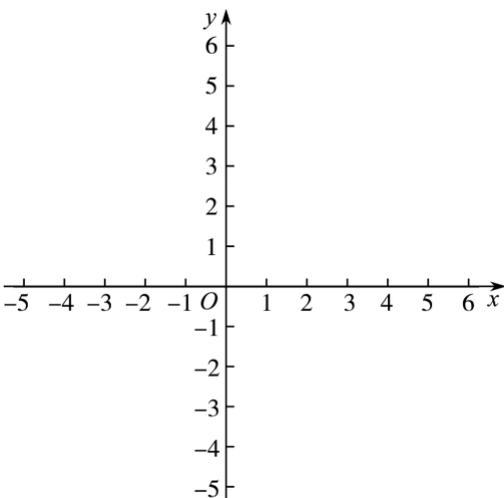
27. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 60^\circ$ ， $\angle C = 40^\circ$ ， $\angle BAC$ 与 $\angle ABC$ 的角平分线 AD 、 BE 分别交 BC 、 AC 边于点 D 和点 E .



(1) 求证： $\triangle BEC$ 是等腰三角形；

(2) 用等式表示线段 AB 、 AC 、 BD 之间数量关系，并证明.

28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的点 M 和图形 G ，给出如下定义：点 N 为图形 G 上任意一点，当点 P 是线段 MN 的中点时，称点 P 是点 M 和图形 G 的“中立点”.





(1) 已知点 $A(4,0)$ ，若点 P 是点 A 和原点的中立点，则点 P 的坐标为_____；

(2) 已知点 $B(-2,3), C(1,3), D(-2,0)$.

①连接 BC ，求点 D 和线段 BC 的中立点 E 的横坐标 x_E 的取值范围；

②点 F 为第一、三象限角平分线上的一点，在 $\triangle BCD$ 的边上存在点 F 和 $\triangle BCD$ 的中立点，直接写出点 F 的横坐标 x_F 的取值范围.





参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）下面各题均有四个选项，其中只有一个选项是符合题意的。

1. 【答案】C

【解析】

【分析】根据题意得 $x-4 \neq 0$ ，进行计算即可得。

【详解】解：∵分式 $\frac{1}{x-4}$ 有意义，

∴ $x-4 \neq 0$ ，

$x \neq 4$ ，

故选：C.

【点睛】本题考查了分式有意义的条件，解题的关键是掌握分式有意义的条件，正确计算。

2. 【答案】B

【解析】

【分析】根据如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴进行分析即可。

【详解】解：A，C，D 选项中的图形都能找到这样的一条直线，使图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，所以是轴对称图形；

B 选项中的图形不能找到这样的一条直线，使图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，所以不是轴对称图形；

故选：B.

【点睛】本题考查了轴对称图形的概念，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合。

3. 【答案】C

【解析】

【分析】根据幂的乘方，合并同类项，同底数幂的除法，积的乘方运算，逐项分析判断即可求解。

【详解】解：A. $(x^3)^2 = x^6$ ，故该选项不正确，不符合题意；

B. $x^2 + x^2 = 2x^2$ ，故该选项不正确，不符合题意；

C. $x^8 \div x^2 = x^6$ ，故该选项正确，符合题意；

D. $(3x)^2 = 9x^2$ ，故该选项不正确，不符合题意。

故选：C.

【点睛】本题考查了幂的乘方，合并同类项，同底数幂的除法，积的乘方运算，掌握以上运算法则是解题的关键。

4. 【答案】D

【解析】



【分析】把小于1的正数用科学记数法写成 $a \times 10^{-n}$ 的形式，即可得.

【详解】解： $0.00000000034 = 3.4 \times 10^{-10}$,

故选：D.

【点睛】本题考查了科学记数法，解题的关键是掌握科学记数法.

5. 【答案】A

【解析】

【分析】根据平面直角坐标系中，关于 y 轴的对称点的坐标特点：横坐标互为相反数，纵坐标不变进行求解即可.

【详解】解：点 $M(1, -6)$ 关于 y 轴的对称点 N 的坐标是 $(-1, -6)$,

故选择：A

【点睛】此题主要考查了关于 y 轴对称点的坐标特征，点 $P(x, y)$ 关于 y 轴的对称点 P' 的坐标是 $(-x, y)$.

6. 【答案】C

【解析】

【分析】根据任何多边形的外角和是 360 度即可求出答案.

【详解】解：正五边形的外角和是 360° .

故选：C.

【点睛】考查了多边形的外角和定理，任何多边形的外角和是 360 度. 外角和与多边形的边数无关.

7. 【答案】D

【解析】

【分析】根据因式分解的定义逐个判断即可.

【详解】解：A、不是因式分解，故本选项不符合题意；

B、不是因式分解，故本选项不符合题意；

C、不是因式分解，故本选项不符合题意；

D、是因式分解，故本选项符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查了因式分解的定义，能熟记因式分解的定义的内容是解此题的关键.

8. 【答案】C

【解析】

【分析】根据等腰三角形的定义，分别以 A, B, C 三个顶点为等腰三角形的顶点可以画出4个等腰三角形，分别以三条边为等腰三角形的底边可以作出3个等腰三角形，最多可以作出7个不同的等腰三角形

【详解】①以 B 为圆心， BC 长为半径画弧，交 AB 于点 D ， $\triangle BCD$ 是等腰三角形，

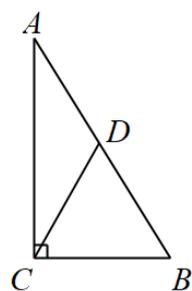


图1

②以A为圆心，AC长为半径画弧，交AB于点E， $\triangle ACE$ 就是等腰三角形；

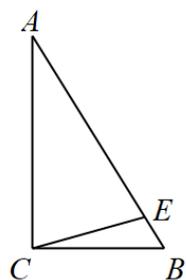


图2

③以C为圆心，BC长为半径画弧，交AC于点F， $\triangle BCF$ 就是等腰三角形，交AB于点F'， $\triangle BCF'$ 是等腰三角形；

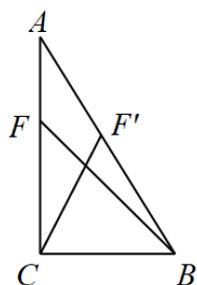


图3

④作AC的垂直平分线交AB于点H， $\triangle ACH$ 就是等腰三角形；

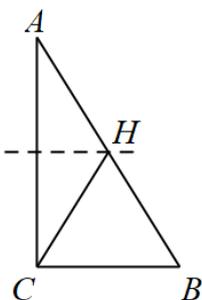


图4

⑤作AB的垂直平分线交AC于G，则 $\triangle AGB$ 是等腰三角形；

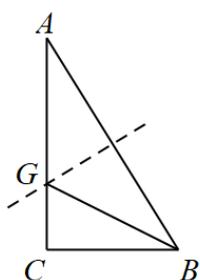


图5

⑥作 BC 的垂直平分线交 AB 于 I ，则 $\triangle BCI$ 和 $\triangle ACI$ 都是等腰三角形，此情形点 H 与点 I 重合与④的情形重合，共计 2 个等腰三角形.

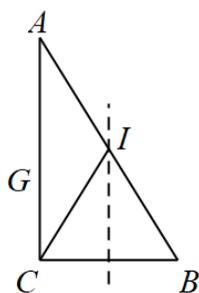


图6

综上所述，最多有 7 个等腰三角形.

故选：D.

【点睛】本题考查了等腰三角形的定义，分类讨论是解题的关键.

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 【答案】1

【解析】

【分析】根据分式的值为零的条件即可得出.

【详解】解：∵分式 $\frac{x-1}{x}$ 的值为 0，

∴ $x-1=0$ 且 $x \neq 0$,

∴ $x=1$.

故答案为 1.

【点睛】本题考查了分式的值为零的条件：当分式的分母不为零，分子为零时，分式的值为零.

10. 【答案】 $4a^2 - 2a + 1$

【解析】

【分析】根据多项式除以单项式的法则计算即可.

【详解】解： $(12a^3 - 6a^2 + 3a) \div 3a = 4a^2 - 2a + 1$

故答案为 $4a^2 - 2a + 1$



【点睛】本题考查多项式除单项式的运算，多项式除单项式先用多项式的每一项除以单项式，再把所得的商相加。

11. 【答案】 $AC = AD$ （答案不唯一）

【解析】

【分析】根据全等三角形全等的方法判断即可。

【详解】解：根据 AAS 判定 $\triangle ABC \cong \triangle ABD$ ，可以添加 $\angle C = \angle D$ ，

根据 ASA 判定 $\triangle ABC \cong \triangle ABD$ ，可以添加 $\angle ABC = \angle ABD$ ，

根据 SAS 判定 $\triangle ABC \cong \triangle ABD$ ，可以添加 $AC = AD$ ，

故答案为： $AC = AD$ （答案不唯一）。

【点睛】本题考查全等三角形的判定，解题的关键是熟练掌握全等三角形的判定方法，属于中考常考题型。

12. 【答案】9

【解析】

【详解】解： \because 等腰三角形 两边长分别为 4 和 9，

\therefore 分两种情况：（1）腰长为 4，底边为 9，但是 $4+4 < 9$ ，所以不能组成三角形，

（2）腰长为 9，底边为 4，符合题意，所以第三边长为 9。

故答案为：9

13. 【答案】 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

【解析】

【分析】第一个图形中阴影部分的面积计算方法是边长是 a 的正方形的面积减去边长是 b 的小正方形的面积，等于 $a^2 - b^2$ ；第二个图形阴影部分是一个长是 $(a+b)$ ，宽是 $(a-b)$ 的长方形，面积是 $(a+b)(a-b)$ ；这两个图形的阴影部分的面积相等。

【详解】解：阴影部分的面积 $= (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ ；

因而可以验证的乘法公式是 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ ，

故答案为： $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 。

【点睛】本题主要考查了平方差公式的几何表示，运用不同方法表示阴影部分面积是解题的关键。

14. 【答案】10

【解析】

【分析】根据同底数幂乘法的逆用得 $a^{x+y} = a^x \cdot a^y$ ，再把 $a^x = 2$ ， $a^y = 5$ 代入进行计算即可得。

【详解】解： $\because a^x = 2$ ， $a^y = 5$ ，

$\therefore a^{x+y} = a^x \cdot a^y = 2 \times 5 = 10$ ，

故答案为：10。

【点睛】本题考查了同底数幂乘法的逆用，解题的关键是理解题意，掌握同底数幂乘法的逆用。

15. 【答案】4



【解析】

【分析】根据等腰三角形三线合一的性质即可得出 $AP = PD$ ，即得出 $\triangle ABP$ 和 $\triangle DBP$ 是等底同高的三角形， $\triangle ACP$ 和 $\triangle DCP$ 是等底同高的三角形，即可推出 $S_{\triangle BPC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$ ，即可求出答案。

【详解】解： $\because BD = BA$ ， BP 是 $\angle ABC$ 的角平分线，

$\therefore AP = PD$ ，

$\therefore \triangle ABP$ 和 $\triangle DBP$ 是等底同高的三角形， $\triangle ACP$ 和 $\triangle DCP$ 是等底同高的三角形，

$\therefore S_{\triangle ABP} = S_{\triangle DBP}$ ， $S_{\triangle ACP} = S_{\triangle DCP}$ 。

$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABP} + S_{\triangle DBP} + S_{\triangle ACP} + S_{\triangle DCP}$ ， $S_{\triangle BPC} = S_{\triangle DBP} + S_{\triangle DCP}$ ，

$\therefore S_{\triangle BPC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4\text{cm}^2$ 。

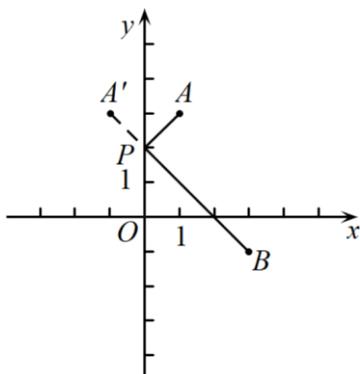
故答案为：4。

【点睛】本题考查等腰三角形的性质，掌握等腰三角形“三线合一”是解答本题的关键。

16. 【答案】(0, 2)

【解析】

【分析】根据对称性，作出点 A 关于 y 轴的对称点 A' ，连接 BA' 与 y 轴交于点 P，根据两点之间线段最短即可得结论。



【详解】

如图所示，作出点 A 关于点 y 轴的对称点 A' ，连接 BA' 交 y 轴与点 P，此时 $PA + PB = PA' + PB = A'B$ ，根据两点之间线段最短，所以点 P 的坐标为 (0, 2)

故答案为：(0, 2)

【点睛】本题考查了轴对称-最短路线问题，解决本题的关键是掌握对称性性质。

三、解答题（共 68 分，其中 17 题 6 分，18~23 题每题 5 分，24~26 题每题 6 分，27、28 题每题 7 分）

17. 【答案】(1) $m(m-n)(m+n)$

(2) $2(x-2y)^2$

【解析】



【分析】(1) 提取公因式 m ，运用平方差公式即可得；

(2) 提取公因数 2，运用完全平方公式即可得。

【小问 1 详解】

$$\text{解：原式} = m(m^2 - n^2)$$

$$= m(m-n)(m+n)；$$

【小问 2 详解】

$$\text{解：原式} = 2(x^2 - 4xy + 4y^2)$$

$$= 2(x-2y)^2.$$

【点睛】本题考查了因式分解，解题的关键是掌握因式分解，平方差公式，完全平方公式。

18. 【答案】4

【解析】

【分析】根据零指数幂，负整数指数幂，绝对值的运算法则计算即可。

$$\text{【详解】解：} \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} + (\pi-3)^0 - |-2|$$

$$= 5 + 1 - 2$$

$$= 4.$$

【点睛】本题考查实数的混合运算，掌握零指数幂，负整数指数幂的运算法则是解题的关键。

19. 【答案】 $\frac{1}{x}$

【解析】

【分析】先把分子与分母进行因式分解，再把除法转换成乘法进行约分，最后再进行分式的加法运算。

$$\text{【详解】解：} \frac{2}{x+1} - \frac{1}{x^2-1} \div \frac{x}{x^2-2x+1}$$

$$= \frac{2}{x+1} - \frac{1}{(x+1)(x-1)} \times \frac{(x-1)^2}{x}$$

$$= \frac{2}{x+1} - \frac{x-1}{x(x+1)}$$

$$= \frac{2x - (x-1)}{x(x+1)}$$

$$= \frac{1}{x}.$$

20. 【答案】 $x=1$

【解析】

【分析】分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解。

【详解】解：两边都乘以 $(x+3)$ ，得：



$$10 - x = x + 3 + 5,$$

解得： $x = 1$ ，

检验：当 $x = 1$ 时， $x + 3 \neq 0$ ，

原分式方程的解为 $x = 1$ 。

【点睛】考查了解分式方程，解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解。解分式方程一定要注意要验根。

21. 【答案】 80°

【解析】

【分析】方向角是从正北或正南方向到目标方向所形成的小于 90° 的角，由此即可计算。

【详解】解：解： $\because B$ 点在 A 点的西南方向，船只 C 在 A 点南偏东 25° 方向和 B 点北偏东 75° 方向，
 $\therefore \angle BAC = 45^\circ + 25^\circ = 70^\circ$ ， $\angle ABC = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ$ ，
 $\therefore \angle ACB = 180^\circ - \angle BAC - \angle ABC = 180^\circ - 70^\circ - 30^\circ = 80^\circ$ 。

答：从船只 C 看 A 、 B 两个水质监测站的视角 $\angle ACB$ 的度数是 80° 。

【点睛】本题考查方向角的概念，关键是掌握方向角的定义。

22. 【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

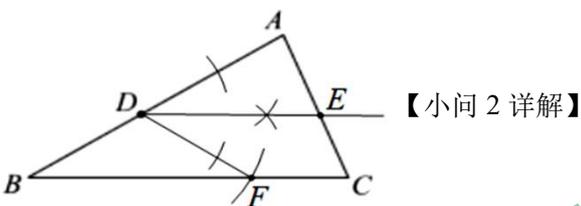
【解析】

【分析】(1) 根据所给作法即可得；

(2) 根据 $DB = DF$ 等边对等角得 $\angle B = \angle DFB$ ，根据 DE 是 $\angle ADF$ 的角平分线得 $\angle ADF = 2\angle ADE$ ，根据三角形外角性质得 $\angle ADF = \angle B + \angle DFB$ ，即 $\angle ADF = 2\angle B$ ，可得 $\angle ADE = \angle B$ ，即可得 $DE \parallel BC$ 。

【小问 1 详解】

解：如图所示，



证明： $\because DB = DF$ ，

$\therefore \angle B = \angle DFB$ 。（等边对等角）

$\because DE$ 是 $\angle ADF$ 的角平分线，

$\therefore \angle ADF = 2\angle ADE$ 。

$\because \angle ADF = \angle B + \angle DFB$ ，（三角形外角性质）

即 $\angle ADF = 2\angle B$ ，

$\therefore \angle ADE = \angle B$ 。

$\therefore DE \parallel BC$ 。

【点睛】本题考查了尺规作图，等边对等角，三角形的外角，平行线的判定，解题的关键是理解题意，掌握这些知识点。



23. 【答案】7

【解析】

【分析】先根据整式的乘法化简，然后再整体代入即可求解.

【详解】解： $3a(2a+1)-(2a+1)(2a-1)$

$$= 6a^2 + 3a - 4a^2 + 1$$

$$= 2a^2 + 3a + 1$$

$$\because 2a^2 + 3a - 6 = 0$$

$$\therefore 2a^2 + 3a + 1 = 7$$

\therefore 原式=7.

【点睛】本题考查整式的化简求值.

24. 【答案】(1) 见解析 (2) 9

【解析】

【分析】(1) 根据三角形内角和定理求出 $\angle ABC = 60^\circ$ ，根据线段垂直平分线的性质得到 $AD = DB$ ，求出 $\angle A = \angle ABD = 30^\circ$ ，再根据角平分线的性质得到 $DE = DC$ ；

(2) 判定 $\triangle EBC$ 等边三角形，即可求出周长.

【小问1详解】

证明： \because 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABC = 60^\circ，$$

$\because DE$ 是 AB 边的垂直平分线，

$$\therefore AD = DB，$$

$$\therefore \angle A = \angle ABD = 30^\circ，$$

$$\therefore \angle CBD = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$$

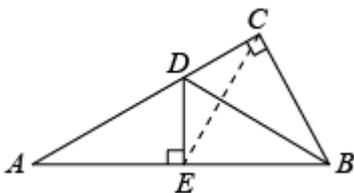
$\therefore BD$ 平分 $\angle ABC$ ，

$\because DE \perp AB, AC \perp BC$ ，

$$\therefore DE = DC；$$

小问2详解】

解： \because 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ， $AB = 6$ ，



$$\therefore BC = \frac{1}{2} AB = 3，$$

$\because DE$ 是 AB 边的垂直平分线，



$$\therefore BE = \frac{1}{2}AB = 3,$$

$$\therefore BC = BE,$$

$$\therefore \angle ABC = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle EBC$ 是等边三角形,

$\therefore \triangle EBC$ 的周长为 9.

【点睛】此题考查了线段垂直平分线的性质，角平分线的性质定理，等边三角形的判定和性质，三角形的内角和定理，熟练掌握各定理是解题的关键.

25. **【答案】** 300 km/h

【解析】

【分析】设普通列车的平均速度为 x km/h，则高铁列车的平均速度为 $2.5x$ km/h，根据乘坐高铁列车比乘坐普通列车的运行时间缩短了 4 小时列分式方程求解.

【详解】解：设普通列车的平均速度为 x km/h，则高铁列车的平均速度为 $2.5x$ km/h，

$$\frac{800}{2.5x} = \frac{800}{x} - 4$$

解得： $x = 120$,

经检验： $x = 120$ 是原分式方程的解，且符合实际意义，

$$\therefore 2.5x = 2.5 \times 120 = 300 (\text{km/h}),$$

答：高铁列车的平均速度为 300 km/h.

【点睛】此题考查了分式方程的应用，正确理解题意找到等量关系列得方程是解题的关键.

26. **【答案】** (1) 2021

(2) ① $10a + c$; ② 证明过程见详解

【解析】

【分析】(1) 根据“头同尾合十”速算方法即可求解;

(2) ① \overline{ac} 表示两个两位数， a 表示十位数字， c 表示它们的个位数字，由此即可求解;

② 计算左边，将左边逐渐转化为右边的形式即可得证.

【小问 1 详解】

解： 47×43 ,

第一步，算个位和十位上的数字： $7 \times 3 = 21$ ；第二步，算百位和千位上的数字： $4 \times (4 + 1) = 20$,

$$\therefore 47 \times 43 = 2021,$$

故答案为： 2021.

【小问 2 详解】

解： ① $\because \overline{ac}$ 表示两个两位数， a 表示十位数字， c 表示它们的个位数字，

$$\therefore \overline{ac} = 10a + c,$$



故答案为： $10a + c$ ；

② 证明： $\overline{ab \times ac}$

$$= (10a + b)(10a + c)$$

$$= 100a^2 + 10ac + 10ab + bc$$

$$= 100a^2 + 10a(b + c) + bc$$

$$\because b + c = 10$$

$$\therefore = 100a^2 + 10a(b + c) + bc$$

$$= 100a^2 + 100a + bc$$

$$= 100a(a + 1) + bc,$$

\therefore 该速算方法正确，即 $\overline{ab \times ac} = 100a(a + 1) + bc$ 成立.

【点睛】 本题主要考查有理数的混合运算，数字规律，理解数字间的规律，掌握有理数的混合运算是解题的关键.

27. 【答案】 (1) 见解析 (2) $AB + BD = AC$ ，见解析

【解析】

【分析】 (1) 利用三角形内角和，角平分线的定义得出 $\angle EBC = \angle C$ ，进而得出 $EB = EC$ ，即可得出结论；

(2) 延长 AB 至 F ，使 $BF = BD$ ，连接 DF ，利用等边对等角和三角形的外角得出 $\angle F = \angle C$ ，再证明 $\triangle AFD \cong \triangle ACD$ ，根据全等三角形的性质得出 $AF = AC$ ，再根据线段的和差即可得出 $AB + BD = AC$.

【小问 1 详解】

证明：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 60^\circ$ ， $\angle C = 40^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABC = 80^\circ,$$

$\because BE$ 平分 $\angle ABC$ ，

$$\therefore \angle EBC = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle EBC = \angle C,$$

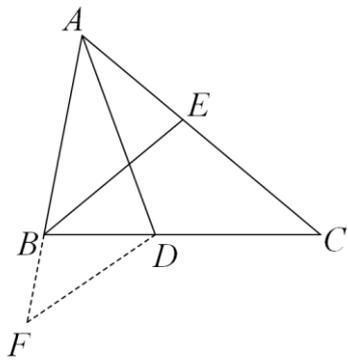
$$\therefore EB = EC,$$

$\therefore \triangle BEC$ 是等腰三角形.

【小问 2 详解】

$$AB + BD = AC,$$

证明：延长 AB 至 F ，使 $BF = BD$ ，连接 DF ，



$$\therefore \angle F = \angle BDF,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle F + \angle BDF = 80^\circ,$$

$$\therefore 2\angle F = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle F = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle F = \angle C,$$

$$\therefore AD \text{ 平分 } \angle BAC,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAD,$$

$$\therefore AD = AD,$$

$$\therefore \triangle AFD \cong \triangle ACD,$$

$$\therefore AF = AC,$$

$$\therefore AB + BF = AC,$$

$$\text{即: } AB + BD = AC.$$

【点睛】本题考查了全等三角形的判定和性质，等腰三角形的性质，添加恰当辅助线构造全等三角形是解题的关键。

28. 【答案】(1) (2,0)

$$(2) \text{ ① } -2 \leq x_E \leq -\frac{1}{2}; \text{ ② } -3 \leq x_F \leq 4$$

【解析】

【分析】(1) 根据“中立点”的定义求解即可；

(2) ①连接 BD ，取 BD 中点 E_1 ，求出 E_1 的横坐标，连接 CD ，取 CD 中点 E_2 ，根据中点坐标公式求出 E_2 的横坐标，即可得出对答案；

②分 D 为中立点时和 C 为中立点时，求出两个临界值即可。

【小问1详解】

\therefore 点 $A(4,0)$ ，若点 P 是点 A 和原点的中立点，

$$\therefore P(2,0),$$

故答案为：(2,0)；



【小问 2 详解】

① 连接 BD ，取 BD 中点 E_1 ，如图，

$$\because B(-2,3), D(-2,0),$$

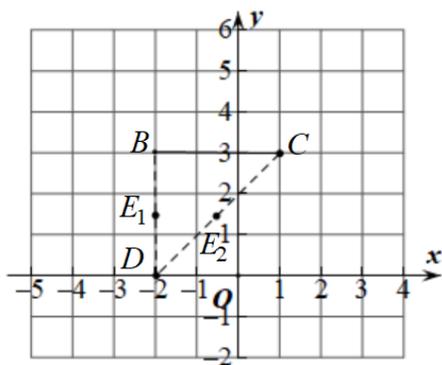
$\therefore E_1$ 点的横坐标 -2 ，

连接 CD ，取 CD 中点 E_2 ，

$$\because B(-2,3), C(1,3),$$

$$\therefore x_{E_2} = \frac{-2+1}{2} = -\frac{1}{2},$$

$$\therefore -2 \leq x_E \leq -\frac{1}{2};$$



北京中考在线
BJ_zkao



北京中考在线
微信号：BJ_zkao

②第一、三象限角平分线所在直线的解析式为 $y = x$.

当 D 为中立点时，点 F 关于点 D 的中立点为点 Q ，

\therefore 点 Q 的纵坐标是 3 ，

\therefore 点 F_1 的纵坐标是 -3 ，代入 $y = x$ ，得

$\therefore x = -3$ ，即点 F_1 的横坐标是 -3 .

当 C 为中立点时，点 F 关于点 C 的中立点为点 L ，

\therefore 点 L 的横坐标是 -2 ， $C(1,3)$ ，

$$\therefore \frac{-2+x_{F_2}}{2} = 1,$$

$\therefore x_{F_2} = 4$ ，

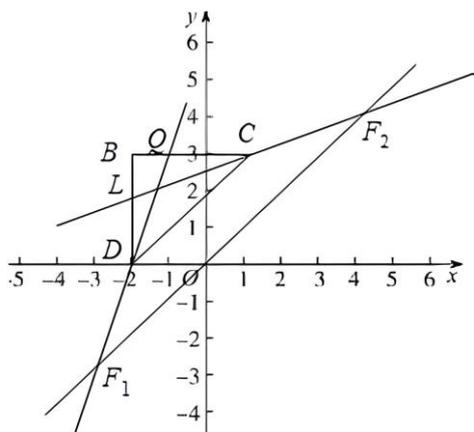
$\therefore -3 \leq x_F \leq 4$.



北京中考在线
微信号：BJ_zkao



北京中考在线
微信号：BJ_zkao



【点睛】 本题考查了新定义，中点坐标公式，正比例函数的性质，数形结合是解答本题的关键.

