初三第一学期期末学业水平调研

数 学

2020.1

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. 下列图形中既是轴对称图形，又是中心对称图形的是

A　　　　B　　　　C　　　　D

2. 五张完全相同的卡片上，分别写有数字 1，2，3，4，5，现从中随机抽取一张，抽到的卡片上所写数字小于 3 的概率是

A. $\frac{1}{5}$　　B. $\frac{2}{5}$　　C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{4}{5}$

3. 关于方程 $x^2-3x-1=0$ 的根的情况，下列说法正确的是

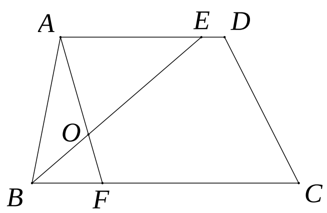
A．有两个不相等的实数根　　B．有两个相等的实数根

C．没有实数根　　D．无法判断

4. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AD\,//\,BC$，点 E，F 分别是边 AD，BC 上的点，AF 与 BE 交于点 O，AE=2，BF=1，则△AOE 与△BOF 的面积之比为

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{4}$

C．2　　D．4



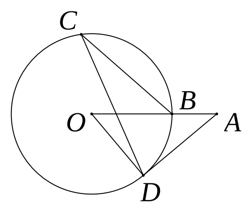
5. 若扇形的半径为 2，圆心角为 90°，则这个扇形的面积为

A. $\frac{\pi}{2}$　　B. π　　C. 2π　　D. 4π

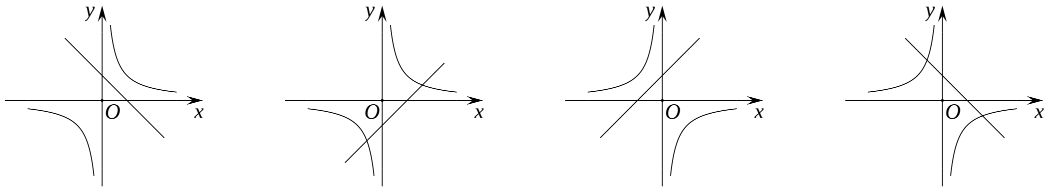
6. 如图，OA 交⊙O 于点 B，AD 切⊙O 于点 D，点 C 在⊙O 上. 若∠A＝40°，则∠C 为

A．20°　　B．25°

C．30°　　D．35°



7. 在同一平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y=kx+1$ 与 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图象可能是



A　　　　B　　　　C　　　　D

8. 在平面直角坐标系 xOy 中，将横纵坐标之积为 1 的点称为“好点”，则函数 $y=|x|-3$ 的图象上的“好点”共有

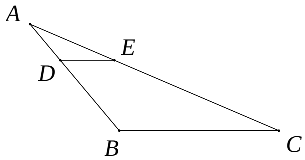
A．1 个　　　　B．2 个　　　　C．3 个　　　　D．4 个

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

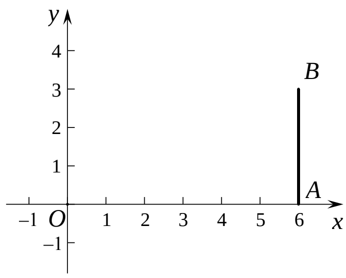
9. 反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 的图象经过 $(2,y_1),(3,y_2)$ 两点，则 y_1______y_2.（填“>”，“=”或“<”）

10. 如果关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx-1=0$ 的一个解是 $x=1$，则 $2020-a-b=$______.

11. 如图，在△ABC 中，点 D，E 分别是边 AB，AC 上的点，$DE // BC, AD=1, BD=AE=2$，则 EC 的长为________.



12. 如图，在平面直角坐标系中有两点 $A(6,0)$ 和 $B(6,3)$，以原点 O 为位似中心，相似比为 $\frac{1}{2}$，把线段 AB 缩短为线段 CD，其中点 C 与点 A 对应，点 D 与点 B 对应，且 CD 在 y 轴右侧，则点 D 的坐标为________.

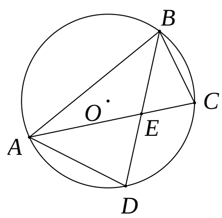


13. 下表是某种植物的种子在相同条件下发芽率试验的结果.

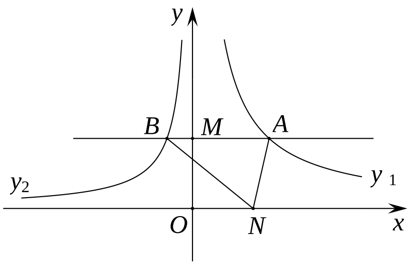
种子个数	100	400	900	1500	2500	4000
发芽种子个数	92	352	818	1336	2251	3601
发芽种子频率	0.92	0.88	0.91	0.89	0.90	0.90

根据上表中的数据，可估计该植物的种子发芽的概率为______.

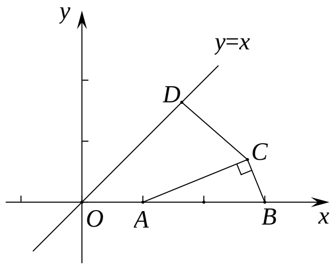
14. 如图，⊙O 是△ABC 的外接圆，D 是 AC 的中点，连结 AD, BD，其中 BD 与 AC 交于点 E. 写出图中所有与△ADE 相似的三角形：__________.



15. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知函数 $y_1=\dfrac{3}{x}(x>0)$ 和 $y_2=-\dfrac{1}{x}(x<0)$，点 M 为 y 轴正半轴上一点，N 为 x 轴上一点，过 M 作 y 轴的垂线分别交 y_1，y_2 的图象于 A, B 两点，连接 AN，BN，则 $\triangle ABN$ 的面积为__________.



16. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(1,0)$, $B(3,0)$，C 为平面内的动点，且满足 $\angle ACB=90°$，D 为直线 $y=x$ 上的动点，则线段 CD 长的最小值为__________.



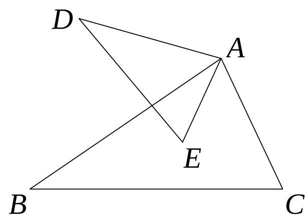
三、解答题（本题共 68 分，第 17~22 题，每小题 5 分，第 23~26 题，每小题 6 分，第 27~28 题，每小题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17．解一元二次方程：$x^2-2x-3=0$.

18．如图，在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 中，$\dfrac{AB}{AD}=\dfrac{AC}{AE}$，且 $\angle EAC=\angle DAB$.

求证：$\triangle ABC \backsim \triangle ADE$.



19．某司机驾驶汽车从甲地去乙地，他以 80 km/h 的平均速度用 6 h 到达目的地.

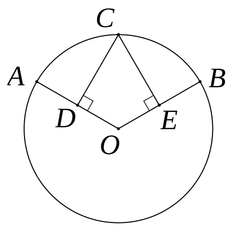
（1）当他按原路匀速返回时，汽车的速度 v 与时间 t 有怎样的函数关系？

（2）如果该司机返回到甲地的时间不超过 5 h，那么返程时的平均速度不能小于多少？

20．如图，在⊙ O 中，$AC=CB$，$CD\perp OA$ 于点 D，$CE\perp OB$ 于点 E.

（1）求证：$CD=CE$；

（2）若$\angle AOB=120°$，$OA=2$，求四边形 $DOEC$ 的面积.



21．已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-mx+m-1=0$.

（1）求证：方程总有两个实数根；

（2）若方程有一个根为负数，求 m 的取值范围.

22．一个不透明的布袋中有完全相同的三个小球，把它们分别标号为 1，2，3. 小林和小华做一个游戏，按照以下方式抽取小球：先从布袋中随机抽取一个小球，记下标号后放回布袋中搅匀，再从布袋中随机抽取一个小球, 记下标号. 若两次抽取的小球标号之和为奇数，小林赢；若标号之和为偶数，则小华赢.

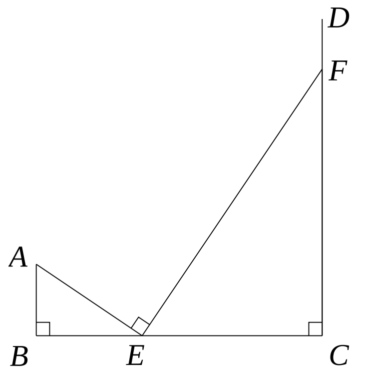
（1）用画树状图或列表的方法，列出前后两次取出小球上所标数字的所有可能情况；

（2）请判断这个游戏是否公平，并说明理由.

23．如图，$\angle ABC=90°$，$AB=2,BC=8$，射线 $CD\perp BC$ 于点 C，E 是线段 BC 上一点，F 是射线 CD 上一点，且满足 $\angle AEF=90°$.

（1）若 $BE=3$，求 CF 的长；

（2）当 BE 的长为何值时，CF 的长最大，并求出这个最大值.



24．在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 A 是直线 $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ 上一点，过点 A 分别作 x 轴，y 轴的垂线，垂足分别为点 B 和点 C，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 A .

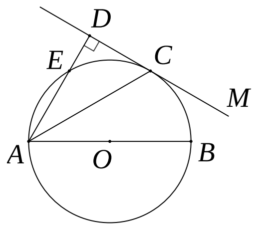
（1）若点 A 是第一象限内的点，且 $AB=AC$，求 k 的值；

（2）当 $AB>AC$ 时，直接写出 k 的取值范围.

25．如图，AB 是⊙O 的直径，直线 MC 与⊙O 相切于点 C. 过点 A 作 MC 的垂线，垂足为 D，线段 AD 与⊙O 相交于点 E.

（1）求证：AC 是 $\angle DAB$ 的平分线；

（2）若 $AB=10, AC=4\sqrt{5}$，求 AE 的长.



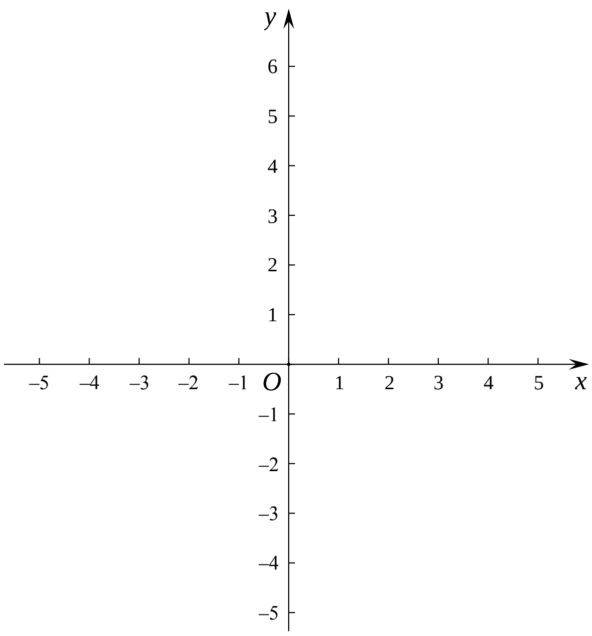
26．在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 G： $y=ax^2-2ax+4$（$a\neq 0$）.

（1）当 a=1 时，

①抛物线 G 的对称轴为 x=____________；

②若在抛物线 G 上有两点 $(2,y_1),(m,y_2)$，且 $y_2>y_1$，则 m 的取值范围是____________；

（2）抛物线 G 的对称轴与 x 轴交于点 M，点 M 与点 A 关于 y 轴对称，将点 M 向右平移 3 个单位得到点 B，若抛物线 G 与线段 AB 恰有一个公共点，结合图象，求 a 的取值范围.



27．在 Rt△ABC 中，∠ACB=90°，AC=1，记∠ABC=α，点 D 为射线 BC 上的动点，连接 AD，将射线 DA 绕点 D 顺时针旋转 α 角后得到射线 DE，过点 A 作 AD 的垂线，与射线 DE 交于点 P，点 B 关于点 D 的对称点为 Q，连接 PQ.

（1）当△ABD 为等边三角形时，

① 依题意补全图 1；

② PQ 的长为____________；

（2）如图 2，当 α=45°，且 $BD=\dfrac{4}{3}$ 时，求证：$PD=PQ$；

（3）设 $BC=t$，当 $PD=PQ$ 时，直接写出 BD 的长.（用含 t 的代数式表示）

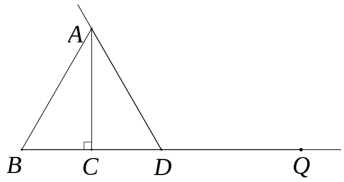


图 1

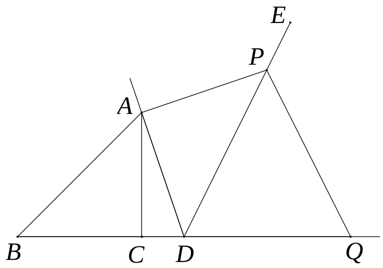
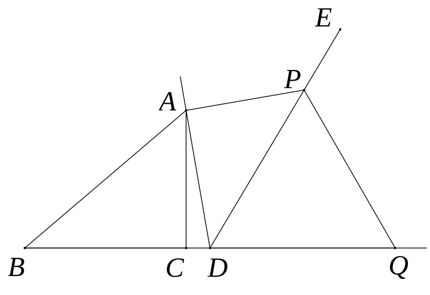


图 2



备用图

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于点 P（a，b）和实数 $k(k>0)$，给出如下定义：当 $ka+b>0$ 时，将以点 P 为圆心，$ka+b$ 为半径的圆，称为点 P 的 k 倍相关圆.

例如，在如图 1 中，点 $P(1,1)$的 1 倍相关圆为以点 P 为圆心，2 为半径的圆.

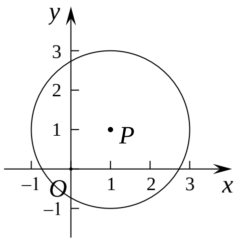


图 1

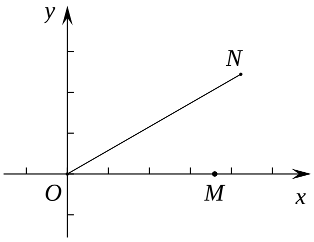


图 2

（1）在点 $P_1(2,1)$，$P_2(1,-3)$中，存在 1 倍相关圆的点是______，该点的 1 倍相关圆半径为________.

（2）如图 2，若 M 是 x 轴正半轴上的动点，点 N 在第一象限内，且满足∠MON＝30°，判断直线 ON 与点 M 的 $\frac{1}{2}$ 倍相关圆的位置关系，并证明.

（3）如图 3，已知点 A 的(0,3)，$B(1,m)$，反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象经过点 B，直线 l 与直线 AB 关于 y 轴对称.

①若点 C 在直线 l 上，则点 C 的 3 倍相关圆的半径为_________.

②点 D 在直线 AB 上，点 D 的 $\frac{1}{3}$ 倍相关圆的半径为 R，若点 D 在运动过程中，以点 D 为圆心，hR 为半径的圆与反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象最多有两个公共点，直接写出 h 的最大值.

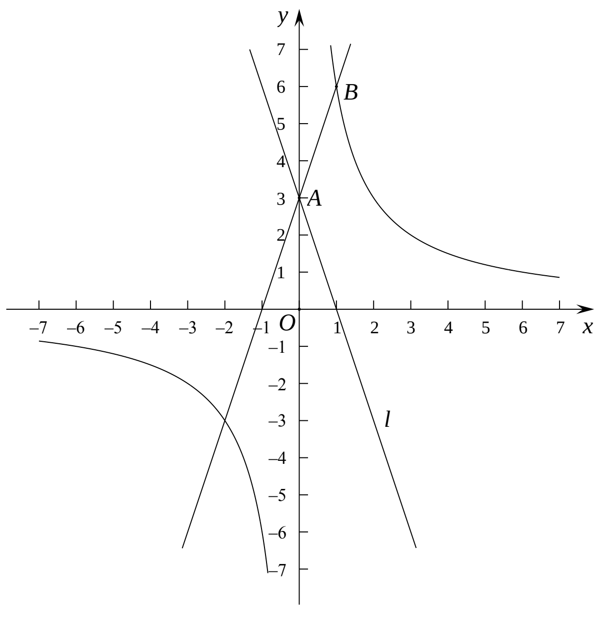


图 3