



三帆中学初三数学 12 月统练

一、选择题

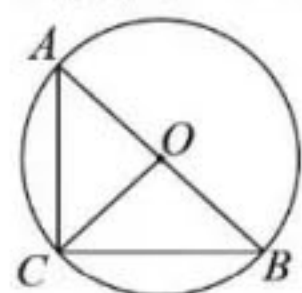
1. 下列手机手势解锁图案中，是中心对称图形的是()



2. 抛物线 $y = (x + 2)^2 - 1$ 的对称轴是()

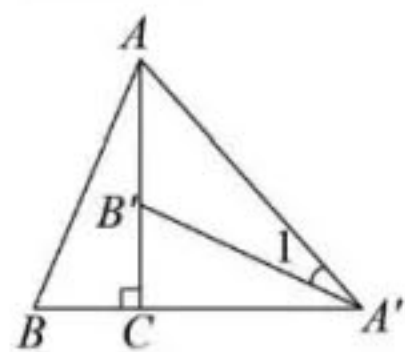
- A. 直线 $x = -1$ B. 直线 $x = 1$ C. 直线 $x = -2$ D. 直线 $x = 2$

3. 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径，点 C 在 $\odot O$ 上，若 $\angle ACO = 50^\circ$ ，则 $\angle B$ 的度数为()



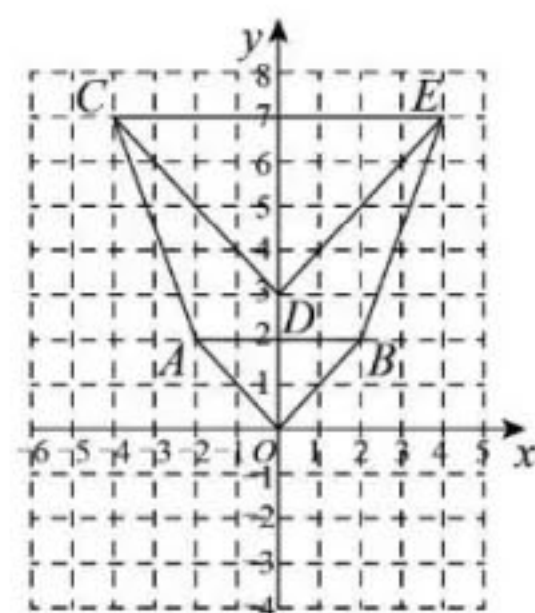
- A. 60° B. 50° C. 45° D. 40°

4. 如图，将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕直角顶点 C 顺时针旋转 90° ，得到 $\triangle A'B'C'$ ，连接 AA' ，若 $\angle 1 = 25^\circ$ ，则 $\angle BAC$ 的度数是()



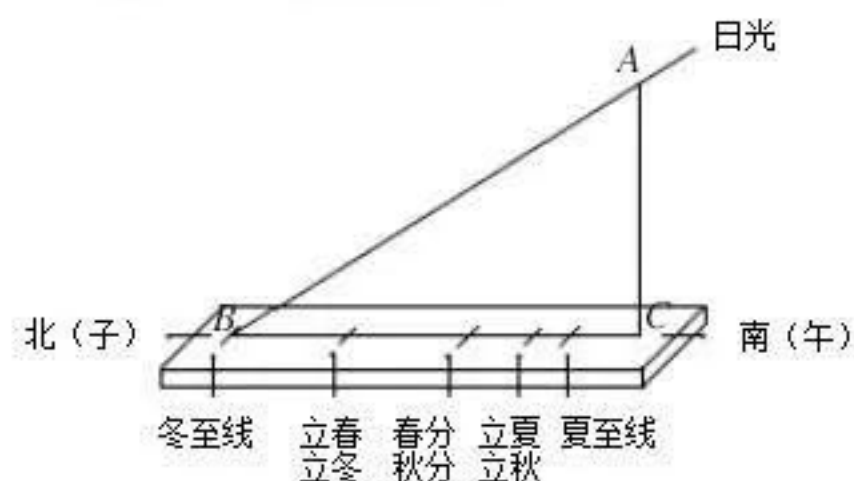
- A. 20° B. 25° C. 30° D. 35°

5. 如图，将 $\triangle ABO$ 的三边扩大一倍得到 $\triangle CED$ (顶点均在格点上)，它们是以点 P 为位似中心的位似图形，则点 P 的坐标是()



- A. $(0, 3)$ B. $(0, 8)$ C. $(0, 2)$ D. $(0, -3)$

6. 西周时期，丞相周公旦设置一种通过测定日影长度来确定时间的仪器，称为圭表. 如图是一个根据北京的地理位置设计的主表，其中立柱 AC 高为 a ，冬至时北京的正午日光入射角 $\angle ABC$ 约为 26.5° ，则立柱根部与圭表的冬至线的距离 (BC 的长) 约为 ()



- A. $a \sin 26.5^\circ$ B. $\frac{a}{\tan 26.5^\circ}$ C. $a \tan 26.5^\circ$ D. $\frac{a}{\cos 26.5^\circ}$

7. 下列是关于四个图案的描述：
 图 1 所示是一个正三角形内接于圆；
 图 2 所示是一个正方形内接于圆；
 图 3 所示是两个同心圆，其中小圆的半径是外圈大圆半径的三分之二；
 图 4 所示是太极图，俗称“阴阳鱼”，该图案关于外圈大圆的圆中心对称.



这四个图案中，阴影部分的面积不小于该图案外圈大圆面积一半的是 ()
 A. 图 1 和图 3 B. 图 2 和图 3 C. 图 2 和图 4 D. 图 1 和图 4

8. 小明乘坐摩天轮一圈，他离地面的高度 y (米) 与旋转时间 x (分) 之间的关系可以近似地用二次函数来刻画. 经测试得出部分数据如下表：

x (分)	...	2.66	3.23	3.46	...
y (米)	...	69.16	69.62	68.46	...

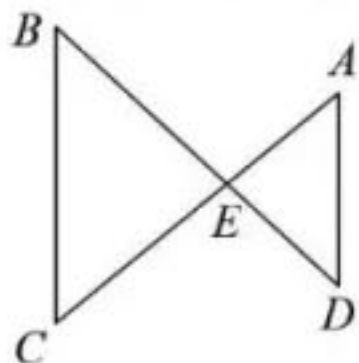


下列选项中，最接近摩天轮转一圈的时间的是 ()
 A. 5.5 分 B. 6 分 C. 6.5 分 D. 3 分



二、填空题

9. 如图, AC 与 BD 相交于点 E , $AD \parallel BC$, 若 $AE = 2$, $AC = 5$, $AD = 3$, 则 BC 的长度是_____.



10. 有一个二次函数的图象, 三位同学分别说出了它的一些特点:

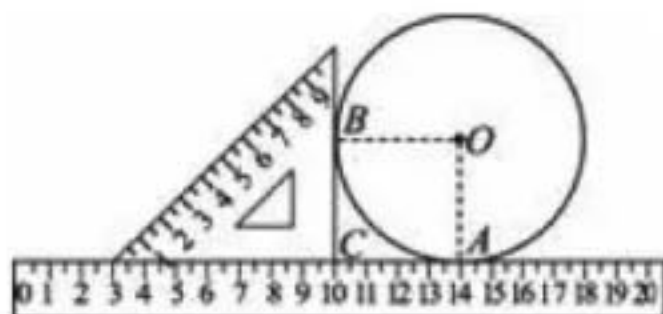
甲: 对称轴为直线 $x = 4$;

乙: 与 x 轴两个交点的横坐标都是整数;

丙: 与 y 轴交点的纵坐标也是整数.

请你写出满足上述全部特点的一个二次函数表达式_____.

11. 如图, 圆形铁片与直角三角尺、直尺紧靠在一起平放在桌面上, 已知铁片的圆心为 O , 三角尺的直角顶点 C 落在直尺的 10cm 处, 铁片与直尺的唯一公共点 A 落在直尺的 14cm 处, 铁片与三角尺的唯一公共点为 B , 则弧 AB 的长度为_____ cm .

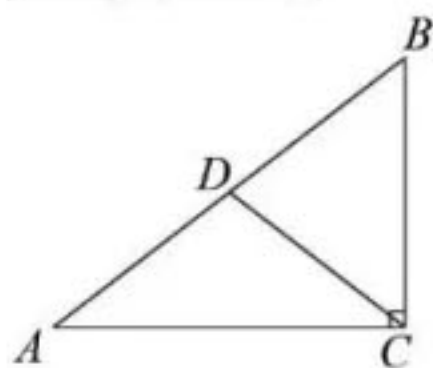


12. 某农科院在相同条件下做了某种苹果幼树移植成活率的试验, 结果如下:

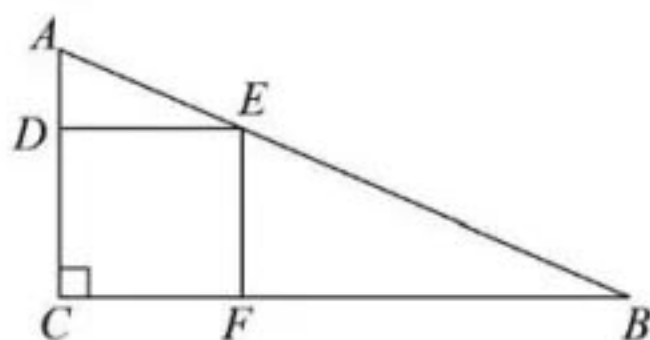
移植总数	100	400	750	1500	3500	7000	9000	14000
成活数	83	314	606	1197	2810	5613	7194	11208
成活的频率	0.83	0.785	0.808	0.798	0.803	0.802	0.799	0.801

那么该苹果幼树移植成活的概率估计值为_____. (结果精确到 0.1)

13. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, CD 是 AB 边上的中线, $AC = 8$, $BC = 6$, 则 $\angle ACD$ 的正弦值是_____.



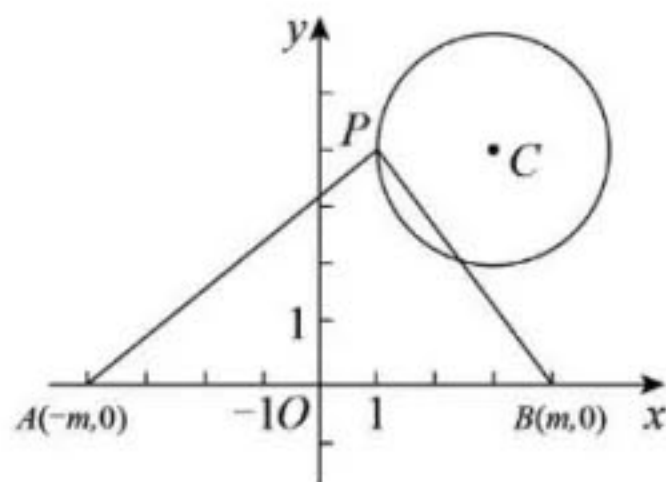
14. 《九章算术》是中国古代的数学专著, 它奠定了中国古代数学的基本框架, 以计算为中心, 密切联系实际, 以解决人们生产、生活中的数学问题为目的. 书中记载了这样一个问题: “今有句五步, 股十二步. 问句中容方几何.” 其大意是: 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 的两条直角边的长分别为 5 和 12, 则它的内接正方形 $CDEF$ 的边长为_____.



15. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + 3 - t = 0$ 在 $0 < x < \frac{7}{2}$ 的范围内有且仅有一个实根, 则实数 t 的取值范围是_____.

16. 在平面直角坐标系 xOy 中, $A(-m, 0)$, $B(m, 0)$ (其中 $m > 0$), 点 P 在以点 $C(3, 4)$ 为圆心, 半径等于 2 的圆上, 如果动点 P 满足 $\angle APB = 90^\circ$.

- (1) 线段 OP 的长等于_____. (用含 m 的代数式表示);
 (2) m 的最小值为_____.

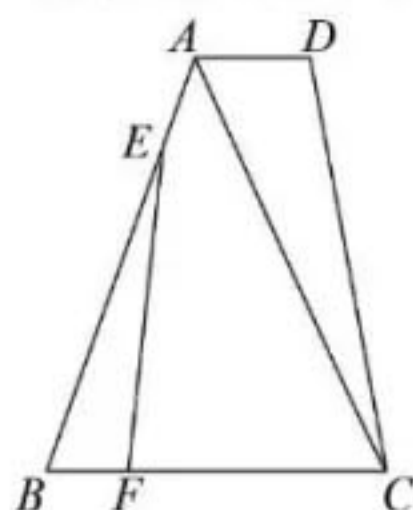


三、解答题

17. 计算: $4\sin 30^\circ - \sqrt{2}\cos 45^\circ - \sqrt{3}\tan 30^\circ + 2\sin 60^\circ$.

18. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle B = \angle ACB$, 点 E 、 F 分别在 AB 、 BC 上, 且 $\angle EFB = \angle D$.

- (1) 求证: $\triangle EFB \sim \triangle CDA$;
 (2) 若 $AB = 20$, $AD = 5$, $BF = 4$, 求 EB 的长.



19. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 上部分点的横坐标 x , 纵坐标 y 的对应值如下表:

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	...
y	...	-5	0		4	3	0	...

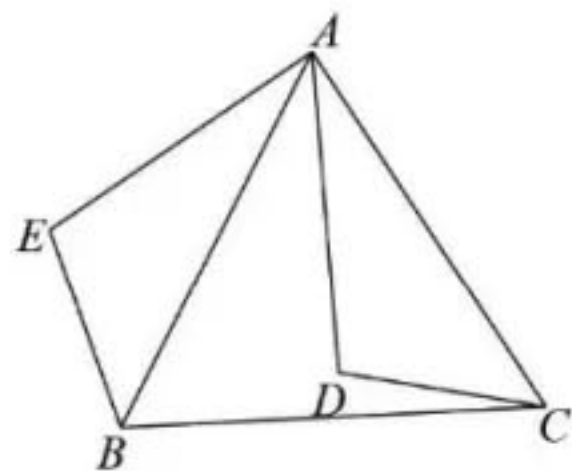
- (1) 把表格填写完整;
 (2) 根据上表填空:
 ① 在对称轴右侧, y 随 x 增大而_____;
 ② 当 $-2 < x < 2$ 时, 则 y 的取值范围是_____.

(3) 确定抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的解析式.

20. 如图, D 是等边三角形 ABC 内一点, 将线段 AD 绕点 A 顺时针旋转 60° , 得到线段 AE , 连接 CD 、 BE .

(1) 求证: $\angle AEB = \angle ADC$;

(2) 连接 DE , 若 $\angle ADC = 105^\circ$, 求 $\angle BED$ 的度数.



21. 阅读下文并解答问题:

小丽袋子中卡片上分别标有 1、2、3、4; 小兵袋子中卡片上分别标有 1、2、3. 小冬先从小丽的袋子中抽出一张卡片, 再从小兵的袋子中抽出一张卡片, 分别用 a 、 b 表示从小丽、小兵袋子中抽出的卡片上标有的数字.

(1) 请用树状图或列表法写出 (a, b) 的所有取值情况;

(2) 求在 (a, b) 中使关于 x 的一元二次方程 $x^2 - ax + 2b = 0$ 有实数根的概率.



22. 已知点 A 、 B ($AB < 2$), 现没有直尺, 只有一把生锈的圆规, 仅能做出半径为 1 的圆, 能否在平面内找

到一点 F , 使得 $\triangle ABF$ 是等边三角形?

小天经过探究完成了以下的作图步骤:

第一步: 分别以点 A 、 B 为圆心, 1 为半径作圆, 两圆交于点 C ;

第二步: 以 C 为圆心, 1 为半径作圆交第一步中的两圆于点 D 、 E ;

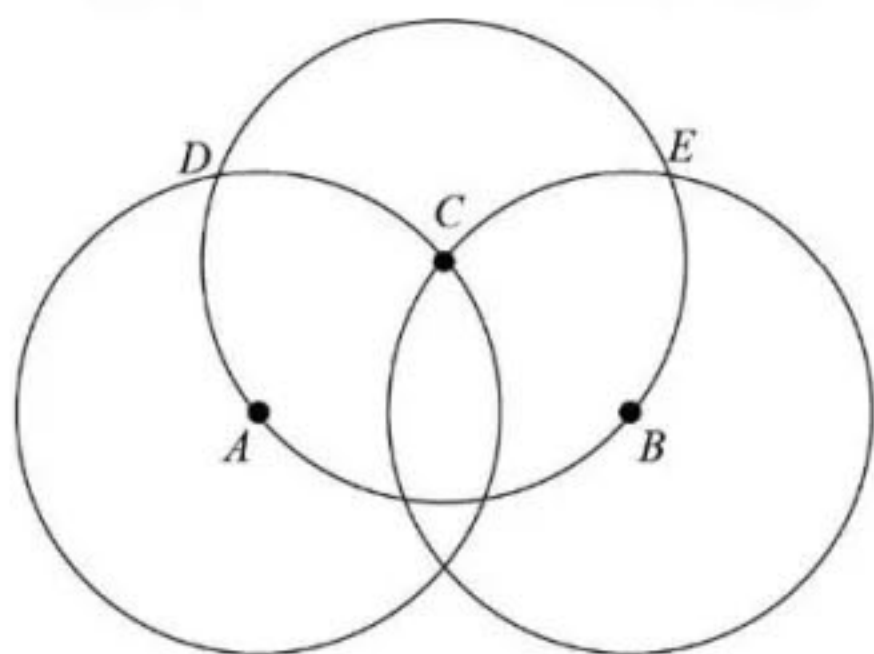
第三步: 分别以 D 、 E 为圆心, 1 为半径作圆, 两圆交于点 C 、 F .

(1) 请将图补充完整, 并作出 $\triangle ABF$;

(2) 以下说法中,

- ① 点 C 在线段 AB 的垂直平分线上;
- ② $\triangle CAD$ 和 $\triangle CBE$ 都是等边三角形;
- ③ 点 C 在线段 AF 的垂直平分线上;
- ④ $\triangle ABF$ 是等边三角形.

正确的有_____. (填上所有正确的序号)



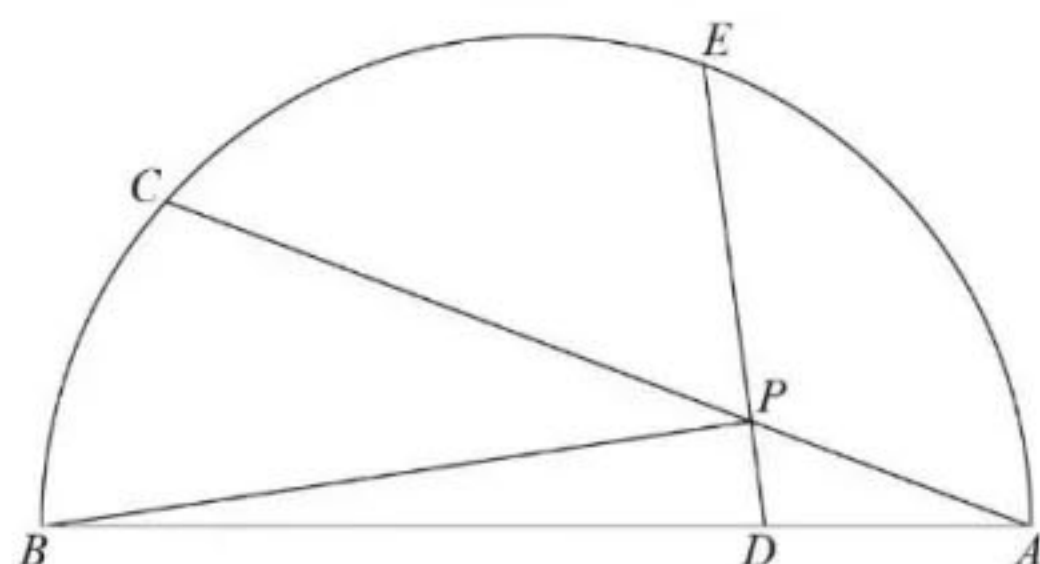
23. 某文具店销售一种进价为每本 10 元的笔记本, 为获得高利润, 以不低于进价进行销售, 结果发现, 每月销售量 y 与销售单价 x 之间的关系可以近似地看作一次函数: $y = -5x + 150$, 物价部门规定这种笔记本每本的销售单价不得高于 18 元.

(1) 当每月销售量为 70 本时, 获得的利润为多少元?

(2) 该文具店这种笔记本每月获得利润为 w 元, 求每月获得的利润 w 与销售单价 x 之间的函数关系式, 并写出自变量的取值范围;

(3) 当销售单价定为多少元时, 每月可获得最大利润, 最大利润为多少元?

24. 如图，以 AB 为直径的半圆上有一点 C ，连接 AC ，点 P 是 AC 上一个动点，连接 BP ，作 $PD \perp BP$ 交 AB 于点 D ，交半圆于点 E 。已知： $AC = 5\text{cm}$ ，设 PC 的长度为 $x\text{cm}$ ， PD 的长度为 $y_1\text{cm}$ ， PE 的长度为 $y_2\text{cm}$ （当点 P 与点 C 重合时， $y_1 = 5$ ， $y_2 = 0$ ，当点 P 与点 A 重合时， $y_1 = 0$ ， $y_2 = 0$ ）



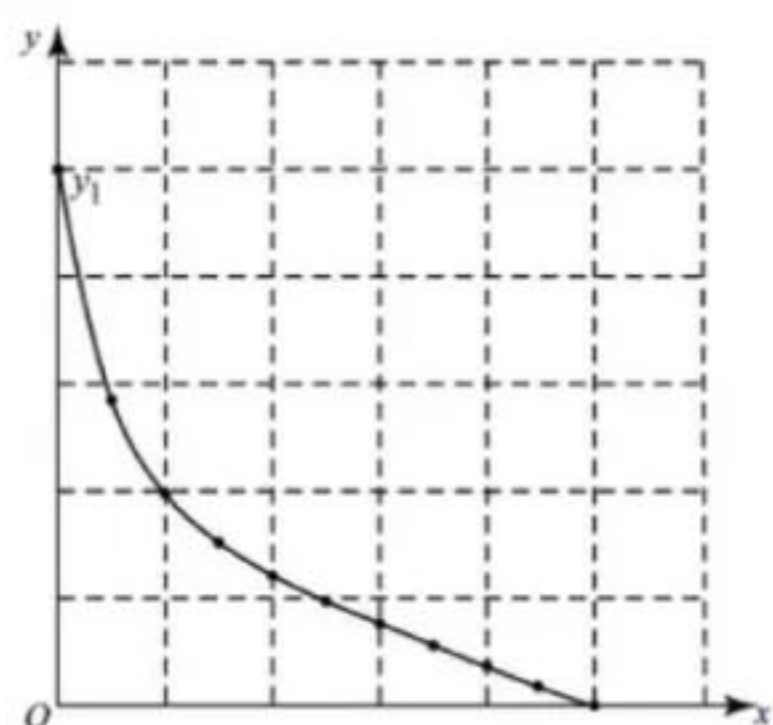
小青同学根据学习函数的经验，分别对函数 y_1, y_2 随自变量 x 变化而变化的规律进行了探究。

下面是小青同学的探究过程，请补充完整：

(1) 按照下表中自变量 x 的值进行取点、画图、测量，分别得到了 y_1 ， y_2 与 x 的几组对应值，请补全表格：

x / cm	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
y_1 / cm	5	2.85	1.98	1.52	1.21	0.97	0.76	0.56	0.37	0.19	0
y_2 / cm	0	0.46		1.29	1.61	1.84	1.96	1.95	1.79	1.41	0

(2) 在同一平面直角坐标系 xOy ，描出补全后的表中各组数值所对应的点 (x, y_1) ， (x, y_2) ，并画出函数 y_1 ， y_2 的图象：



(3) 结合函数图象，解决问题：

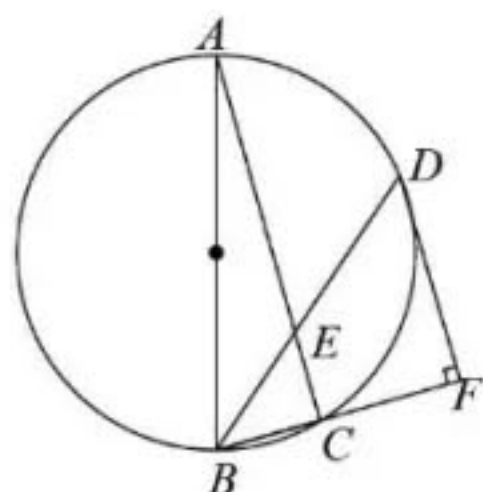
- ①当 PD ， PE 的长都大于 1cm 时， PC 长度的取值范围约是_____；
- ②点 C 、 D 、 E 能否在以 P 为圆心的同一个圆上？_____（填“能”或“否”）



25. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, 点 D 在 $\odot O$ 上, BD 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 E , $DF \perp BC$ 交 BC 的延长线于点 F .

(1) 求证: FD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $BD = 4$, $\cos \angle DBF = \frac{4}{5}$, 求 DE 的长.



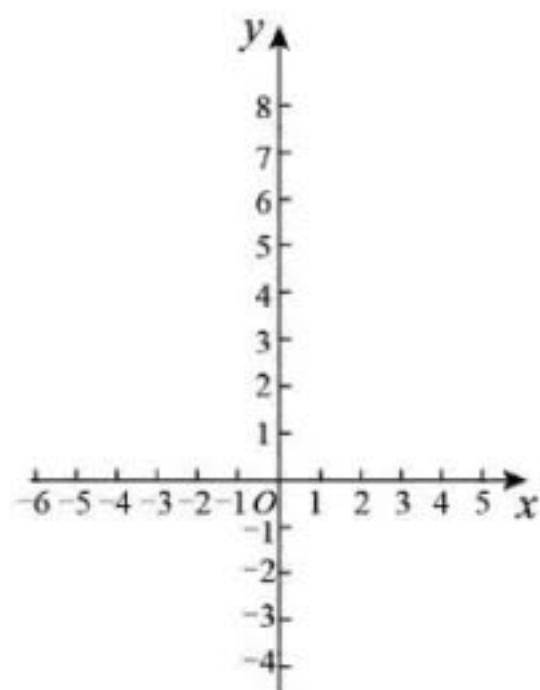
26. 已知: 二次函数 $C_1: y_1 = ax^2 + 2ax + a - 1 (a \neq 0)$.

(1) 求二次函数 C_1 的对称轴, 并写出顶点坐标;

(2) 已知二次函数 C_1 的图象经过点 $A(-3, 1)$.

① 求 a 的值;

② 点 B 在二次函数 C_1 的图象上, 点 A 、 B 关于对称轴对称, 连接 AB . 二次函数 $C_2: y_2 = kx^2 + kx (k \neq 0)$ 的图象, 与线段 AB 只有一个交点, 求 k 的取值范围.





27. 已知 C 为线段 AB 中点, $\angle ACM = \alpha$. Q 为线段 BC 上一动点 (不与点 B 重合), 点 P 在射线 CM 上, 连接 PA , PQ . 记 $BQ = kCP$.

(1) 若 $\alpha = 60^\circ$, $k = 1$,

① 如图 1, 当 Q 为 BC 中点时, 求 $\angle PAC$ 的度数;

② 直接写出 PA 、 PQ 的数量关系;

(2) 如图 2, 当 $\alpha = 30^\circ$ 时, 写出一个 k 的值, 使得对于任意的点 Q 总有②中的结论成立, 并证明.

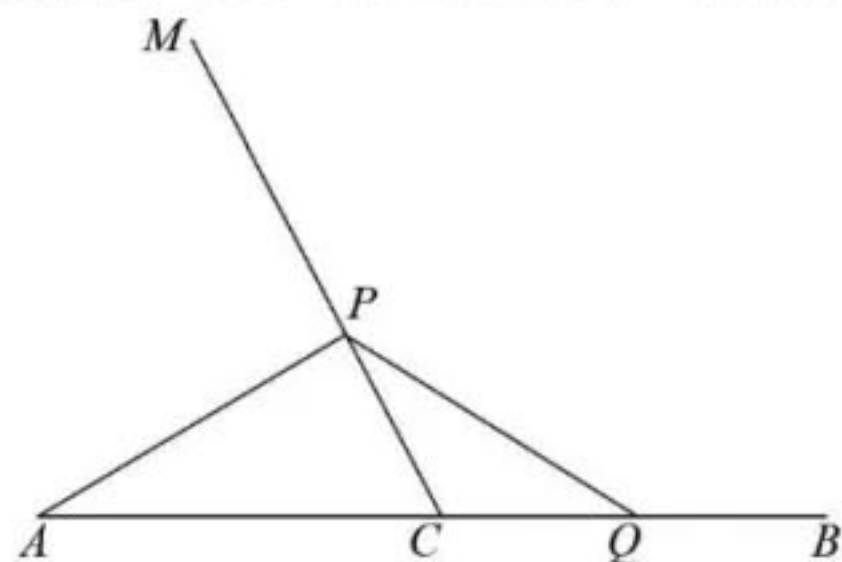


图1

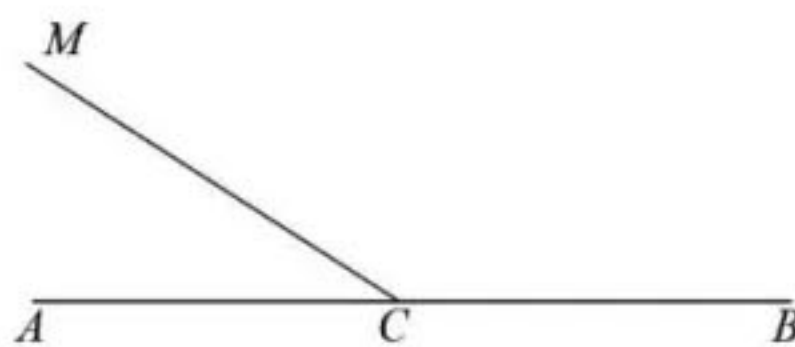


图2

28. 定义: 对于平面直角坐标系 xOy 上的点 $P(a, b)$ 和抛物线 $y = x^2 + ax + b$, 我们称 $P(a, b)$ 是抛物线 $y = x^2 + ax + b$ 的相伴点, 抛物线 $y = x^2 + ax + b$ 是点 $P(a, b)$ 的相伴抛物线.

如图, 已知点 $A(2, -2)$, $B(-4, -2)$, $C(-1, 4)$.

(1) 点 A 的相伴抛物线的解析式为_____

过 A 、 B 两点的抛物线 $y = x^2 + ax + b$ 的相伴点坐标为_____;

(2) 设点 $P(a, b)$ 在直线 AC 上运动:

① 点 $P(a, b)$ 的相伴抛物线的顶点都在同一条抛物线 Ω 上, 求抛物线 Ω 的解析式.

② 当点 $P(a, b)$ 的相伴抛物线的顶点落在 $\triangle ABC$ 内部时, 请直接写出 a 的取值范围.

