

2017 北京市怀柔区初三（上）期末 数 学



一、选择题(本题共 30 分，每小题 3 分)

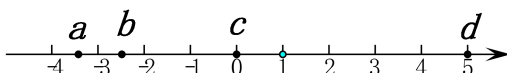
第 1-10 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个

1. 2016 年 9 月 15 日 22 时 04 分 09 秒 “天宫二号” 在酒泉卫星发射中心成功发射，为祖国的航天历史打开新的历程。“天宫二号” 全长 10.4 米，总重量达 8600 公斤，将 8600 用科学记数法表示应为

- (A) 86×10^2 (B) 8.6×10^3 (C) 86×10^3 (D) 0.86×10^3

2. 实数 a, b, c, d 在数轴上对应点的位置如图所示，这四个数中，绝对值最小的是

- (A) a (B) b
(C) c (D) d



3. 已知 $5x = 6y (y \neq 0)$ ，那么下列比例式中正确的是

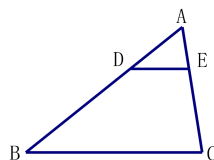
- (A) $\frac{x}{5} = \frac{y}{6}$ (B) $\frac{x}{6} = \frac{y}{5}$ (C) $\frac{x}{y} = \frac{5}{6}$ (D) $\frac{x}{5} = \frac{6}{y}$

4. 已知 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ，如果它们的相似比为 3:2，那么它们的面积比是

- (A) 3:2 (B) 2:3 (C) 4:9 (D) 9:4

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ，分别交 AB, AC 于点 D, E 。若 $AE=3, EC=6$ ，则 $\frac{AD}{AB}$ 的值为

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{6}$



6. 一枚质地均匀的正方体骰子，其六个面上分别刻有 1、2、3、4、5、6 的点数，掷这个骰子一次，则掷得面朝上的点数为偶数的概率是

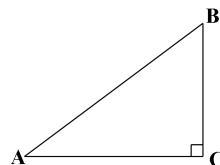
- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{3}$

7. 将抛物线 $y = -x^2 + 1$ 向上平移 2 个单位，得到的抛物线表达式为

- (A) $y = -(x+2)^2$ (B) $y = -(x-2)^2$ (C) $y = -x^2 - 1$ (D) $y = -x^2 + 3$

8. 如图， $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC=4, BC=3$ ，则 $\tan A$ 的值为

- (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$



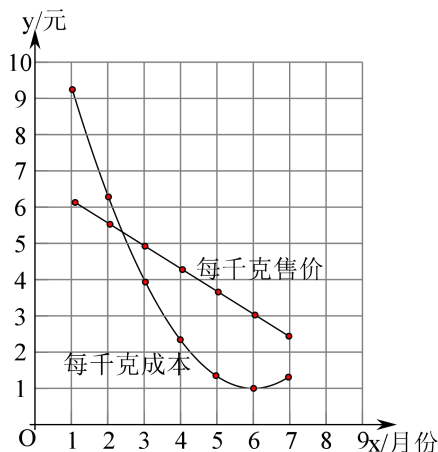
9. 象棋在中国有着三千多年的历史，属于二人对抗性游戏的一种。由于用具简单，趣味性强，成为流行极为广泛的

棋艺活动.如图是一方的棋盘,如果“马”的坐标是 $(-2,2)$,它是抛物线 $y=ax^2(a\neq 0)$ 上的一个点,那么下面哪个棋子在该抛物线上

- (A) 帥 (B) 卒 (C) 炮 (D) 仕



第 9 题图



第 10 题图

10. 在 1~7 月份,某地的蔬菜批发市场指导菜农生产和销售某种蔬菜,并向他们提供了这种蔬菜每千克售价与每千克成本的信息如图所示,则出售该种蔬菜每千克利润最大的月份可能是

- (A) 1 月份 (B) 2 月份 (C) 5 月份 (D) 7 月份

二、填空题(本题共 18 分,每小题 3 分)

11. 分解因式: $a^2b - b^3 =$ _____.

12. 请写出一个开口向下,且经过 $(0,3)$ 的抛物线的表达式_____.

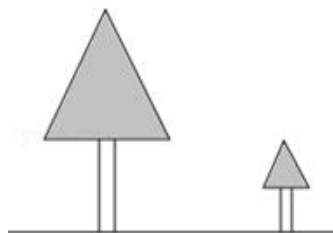
13. 农业部门引进一批新麦种,在播种前做了五次发芽试验,目的是想了解一粒这样的麦种发芽情况,实验统计数据如下:

实验的麦种数/粒	500	500	500	500	500
发芽的麦种数/粒	492	487	491	493	489
发芽率/%	98.40	97.40	98.20	98.60	97.80

估计在与实验条件相同的情况下,种一粒这样的麦种发芽的概率约为_____.

14. 已知扇形的圆心角是 120° ,半径是 6,则它的面积是_____.

15. 有两棵树,一棵高 15 米,另一棵高 7 米,两树相距 6 米,一只鸟从一棵树的树梢飞到另一棵树的树梢.问小鸟至少飞行_____米.





16. 阅读下面材料：在数学课上，老师给同学们布置了一道尺规作图题：

已知：如图，正比例函数和反比例函数的图象分别交于 M、N 两点.
 要求：在 y 轴上求作点 P，使得 $\angle MPN$ 为直角.

小丽的作法如下：

如图，以点 O 为圆心，以 OM 长为半径作 $\odot O$ ，
 $\odot O$ 与 y 轴交于 P_1 、 P_2 两点，则点 P_1 、 P_2 即为所求.

老师说：“小丽的作法正确。”

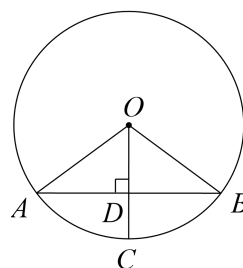
请回答：小丽这样作图的依据是_____.

三、解答题(本题共 72 分，第 17-26 题，每小题 5 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分，第 29 题 8 分)解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算： $\sqrt{8} - (\pi - \sqrt{2})^0 + |-2| - 2\cos 45^\circ$.

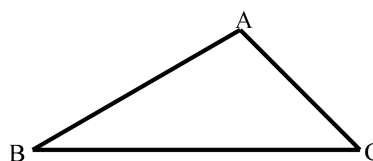
18. 已知 $x^2 - x - 5 = 0$ ，求代数式 $(x+1)^2 - x(2x+1)$ 的值.

19. 如图， $\odot O$ 的半径为 5，AB 为弦， $OC \perp AB$ ，交 AB 于点 D，交 $\odot O$ 于点 C， $CD=2$.
 求弦 AB 的长.

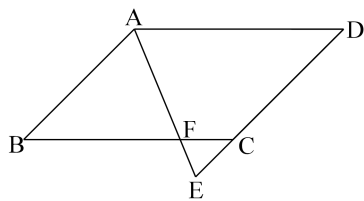


20. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=105^\circ$ ， $\angle B=30^\circ$ ， $AC=2$.

求 BC 的长.

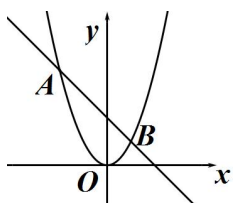


21. 如图, 四边形 ABCD 是平行四边形, AE 平分 $\angle BAD$, 交 DC 的延长线于点 E, $AB=3, EF=0.8, AF=2.4$. 求 AD 的长.



22. 如图, 直线 $L_1: y = bx + c$ 与抛物线 $L_2: y = ax^2$ 的两个交点坐标分别为 $A(m, 4)$, $B(1, 1)$.

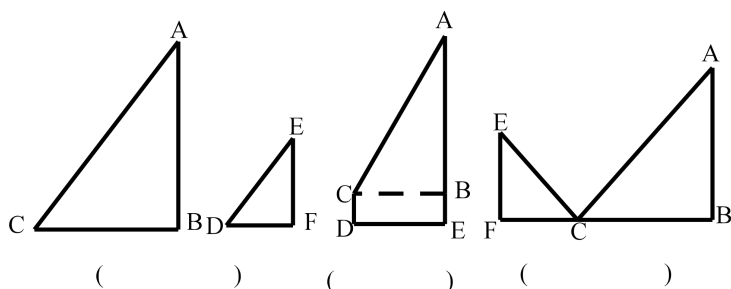
- (1) 求 m 的值;
- (2) 过动点 $P(n, 0)$ 且垂直于 x 轴的直线与 L_1, L_2 的交点分别为 C, D, 当点 C 位于点 D 上方时, 请直接写出 n 的取值范围.



23. 《雁栖塔》位于怀柔“北京雁栖湖国际会都中心”所处大岛西南部突出部位的半岛上, 是“北京雁栖湖国际会都中心”的标志性建筑, 也是整个雁栖湖风景区的标志性建筑.

某校数学课外小组为了测量《雁栖塔》(底部可到达) 的高度, 准备了如下的测量工具: ①平面镜, ②皮尺, ③长为 1 米的标杆, ④高为 1.5m 的测角仪 (测量仰角、俯角的仪器). 第一组选择用②④做测量工具; 第二组选用②③做测量工具; 第三组利用自身的高度并选用①②做测量工具, 分别画出如下三种测量方案示意图.

- (1) 请你判断如下测量方案示意图各是哪个小组的, 在测量方案示意图下方的括号内填上小组名称.
- (2) 选择其中一个测量方案示意图, 写出求《雁栖塔》高度的思路.



24. 阅读下列材料:

“怀山俊秀, 柔水有情”一怀柔, 一直受到世人的青睐. 在上世纪 90 年代, 联合国第 4 届世界妇女大会 NGO 论坛的举办使怀柔蜚声海内外, 此后, 随着世界养生大会、国际青少年嘉年华、全国汽车拉力赛等一系列活动赛事的成功举办, 为这座国际交往新城聚集了庞大的人气. 2014 年 11 月 11 日, 全世界的眼光再次聚焦在北京怀柔雁栖湖, 这里成功举办了第 22 次 APEC 领导人峰会. 现如今怀柔已成为以自然风光游为基础, 休闲度假游、乡村美食游、满族风情游为特色, 影视文化游、健身养生游、竞技赛事游为时尚的多元化旅游胜地.

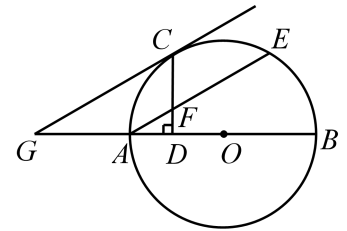
随着怀柔旅游业的迅速发展，也带动了怀柔的经济收入. 据统计，2011 年全年接待游客 1047 万人次，比上一年增长 5.3%；2012 年全年接待游客 1085 万人次，比上一年增长 3.7%；2013 年全年接待游客 1107.6 万人次，比上一年增长 2%；2014 年全年接待游客 1135 万人次，比上一年增长 2.4%；2015 年全年接待游客 1297.4 万人次，比上一年增长 14.3%.

(以上数据来源于怀柔信息网)

根据以上材料解答下列问题:

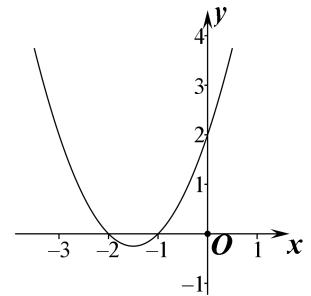
- (1) 用折线图将 2011-2015 年怀柔区全年接待游客量表示出来，并在图中标明相应数据；
- (2) 根据绘制的折线图中提供的信息，预估 2016 年怀柔区全年接待游览容量约_____万人次，你的预估理由是_____.

25. 如图，AB 是⊙O 的直径，AE 是弦，直线 CG 与⊙O 相切于点 C，CG//AE，CG 与 BA 的延长线交于点 G，过点 C 作 CD⊥AB 于点 D，交 AE 于点 F.



- (1) 求证: $AC = CE$;
- (2) 若 $\angle EAB = 30^\circ$ ， $CF = a$ ，
写出求四边形 GAFC 周长的思路.

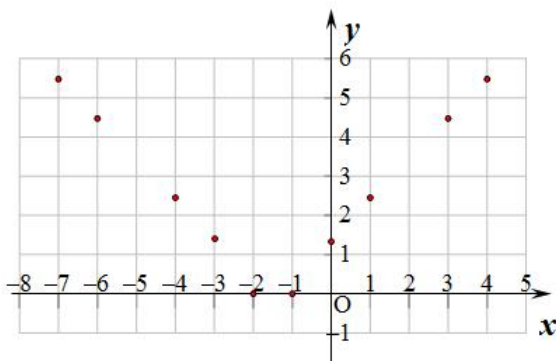
26. 函数 $y = x^2 + 3x + 2$ 的图象如图所示，根据图象回答问题:



- (1) 当 x _____时， $x^2 + 3x + 2 = 0$ ；
- (2) 在上述问题的基础上，探究解决新问题：
①函数 $y = \sqrt{(x+1)(x+2)}$ 的自变量 x 的取值范围是_____；
②下表是函数 $y = \sqrt{(x+1)(x+2)}$ 的几组 y 与 x 的对应值.

x	...	-7	-6	-4	-3	-2	-1	0	1	3	4	...
y	...	5.477...	4.472...	2.449...	1.414	0	0	1.414	2.449...	4.472...	5.477...	...

如下图，在平面直角坐标系 xOy 中，描出了上表中各对对应值为坐标的点的概位置，请你根据描出的点，画出该函数的图象:



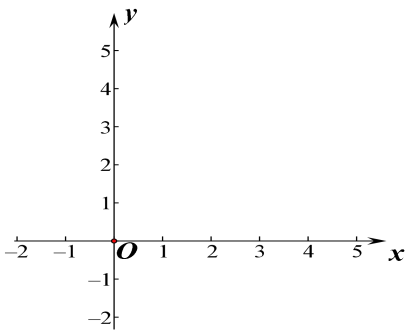


③写出该函数的一条性质：_____ .

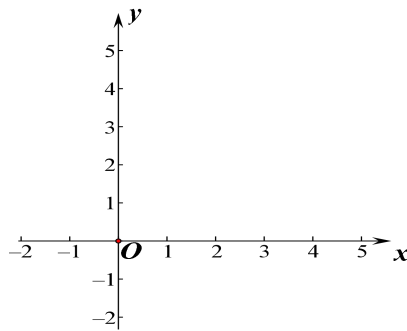
27. 已知：关于 x 的方程 $x^2 - (m+2)x + m + 1 = 0$.

- (1) 求证：该方程总有实数根；
- (2) 若二次函数 $y = x^2 - (m+2)x + m + 1$ ($m > 0$) 与 x 轴交点为 A, B (点 A 在点 B 的左边)，且两交点间的距离是 2，求二次函数的表达式；
- (3) 横、纵坐标都是整数的点叫做整点.

在 (2) 的条件下，垂直于 y 轴的直线 $y = n$ 与抛物线交于点 E, F . 若抛物线在点 E, F 之间的部分与线段 EF 所围成的区域内 (包括边界) 恰有 7 个整点，结合函数的图象，直接写出 n 的取值范围.



备用图 1



备用图 2

28. 在等边 $\triangle ABC$ 中， E 为 BC 边上一点， G 为 BC 延长线上一点，过点 E 作 $\angle AEM = 60^\circ$ ，交 $\angle ACG$ 的平分线于点 M .

(1) 如图 (1)，当点 E 在 BC 边的中点位置时，通过测量 AE, EM 的长度，猜想 AE 与 EM 满足的数量关系是_____；

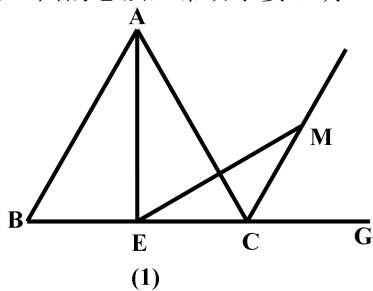
(2) 如图 (2)，小晏通过观察、实验，提出猜想：当点 E 在 BC 边的任意位置时，始终有 $AE = EM$. 小晏把这个猜想与同学进行交流，通过讨论，形成了证明该猜想的几种想法：

想法 1：在 BA 上取一点 H 使 $AH = CE$ ，连接 EH ，要证 $AE = EM$ ，只需证 $\triangle AHE \cong \triangle ECM$.

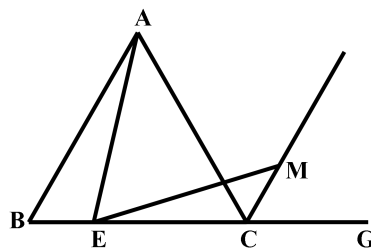
想法 2：找点 A 关于直线 BC 的对称点 F ，连接 AF, CF, EF . (易证 $\angle BCF + \angle BCA + \angle ACM = 180^\circ$ ，所以 M, C, F 三点在同一直线上) 要证 $AE = EM$ ，只需证 $\triangle MEF$ 为等腰三角形.

想法 3：将线段 BE 绕点 B 顺时针旋转 60° ，得到线段 BF ，连接 CF, EF ，要证 $AE = EM$ ，只需证四边形 $MCFE$ 为平行四边形.

请你参考上面的想法，帮助小晏证明 $AE = EM$. (一种方法即可)



(1)



(2)

29. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 A 为平面内一点，给出如下定义：过点 A 作 $AB \perp y$ 轴于点 B ，作正方形 $ABCD$ (点

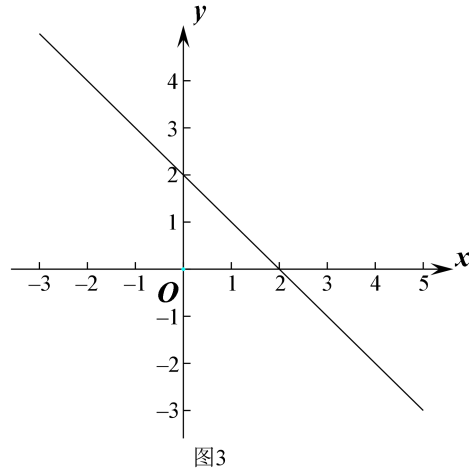
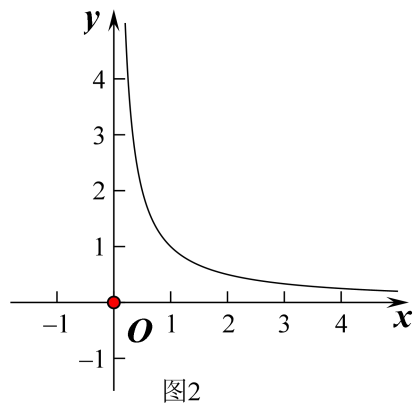
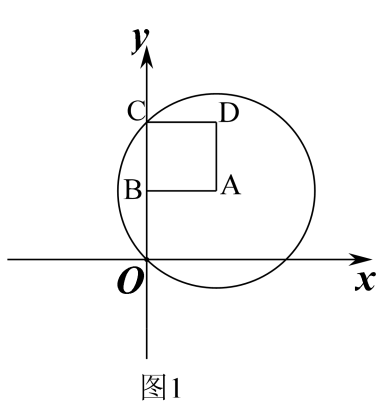
A、B、C、D 顺时针排列), 即称正方形 ABCD 为以 A 为圆心, OA 为半径的 $\odot A$ 的“友好正方形”.

(1) 如图 1, 若点 A 的坐标为 (1, 1), 则 $\odot A$ 的半径为_____.

(2) 如图 2, 点 A 在双曲线 $y = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) 上, 它的横坐标是 2, 正方形 ABCD 是 $\odot A$ 的“友好正方形”, 试判断点 C

与 $\odot A$ 的位置关系, 并说明理由.

(3) 如图 3, 若点 A 是直线 $y = -x + 2$ 上一动点, 正方形 ABCD 为 $\odot A$ 的“友好正方形”, 且正方形 ABCD 在 $\odot A$ 的内部时, 请直接写出点 A 的横坐标 m 的取值范围.



数学试题答案

一、选择题(本题共 30 分, 每小题 3 分)

第 1-10 题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	(B)	(C)	(B)	(D)	(B)	(C)	(D)	(A)	(B)	(C)

二、填空题(本题共 18 分, 每小题 3 分)

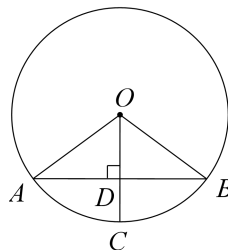
题号	11	12	13	14	15	16
答案	$b(a+b)(a-b)$	$y=-x^2+3$ 等(满足 $a < 0$, $c=3$ 即可)	约 0.98	12π	10	半圆(或直径)所对的圆周角是直角

三、解答题(本题共 72 分, 第 17-26 题, 每小题 5 分, 第 27 题 7 分, 第 28 题 7 分, 第 29 题 8 分)

17. 解: 原式 = $2\sqrt{2} - 1 + 2 - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$ 4 分
 $= \sqrt{2} + 1$ 5 分

18. 解: 原式 = $x^2 + 2x + 1 - 2x^2 - x$2 分
 $= -x^2 + x + 1$3 分
 $\therefore x^2 - x - 5 = 0$,
 $\therefore x^2 - x = 5$4 分
 \therefore 原式 = $-x^2 + x + 1 = -(x^2 - x) + 1 = -5 + 1 = -4$5 分

19. 解: $\because OC$ 是 $\odot O$ 的半径, $OC \perp AB$ 于点 D ,
 $\therefore AD = BD = \frac{1}{2} AB$1 分
 $\because OC = 5, CD = 2$,
 $\therefore OD = OC - CD = 3$2 分



在 $Rt\triangle AOD$ 中, $OA = 5, OD = 3$,
 $\therefore AD = \sqrt{OA^2 - OD^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$,4 分
 $\therefore AB = 2AD = 8$5 分

20. 解: $\because \angle A = 105^\circ, \angle B = 30^\circ$.
 $\therefore \angle C = 45^\circ$1 分



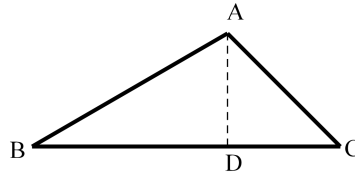
过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D, $\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$

在 $Rt\triangle ADC$ 中, $\angle ADC = 90^\circ$, $\angle C = 45^\circ$, $AC = 2$.

$\therefore \angle DAC = \angle C = 45^\circ$.

$\therefore \sin C = \frac{AD}{AC}$, $\therefore AD = \sqrt{2}$2 分

$\therefore AD = CD = \sqrt{2}$3 分



在 $Rt\triangle ADB$ 中, $\angle ADB = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$.

$\therefore AD = \sqrt{2}$, $\therefore AB = 2\sqrt{2}$.

\therefore 由勾股定理得: $BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{6}$4 分

$\therefore BC = BD + CD = \sqrt{6} + \sqrt{2}$5 分

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

21. 解: \therefore 四边形 ABCD 为平行四边形,

$\therefore AB = DC = 3$, $AB \parallel DE$1 分

$\therefore \frac{AF}{FE} = \frac{DC}{CE}$.

$\therefore AB = 3$, $EF = 0.8$, $AF = 2.4$,

$\therefore \frac{2.4}{0.8} = \frac{3}{CE}$3 分

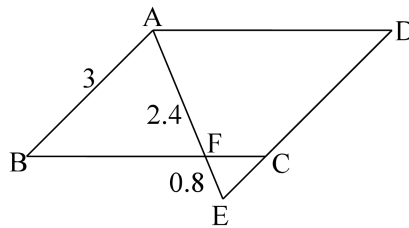
$\therefore CE = 1$4 分

$\therefore DE = DC + CE = 3 + 1 = 4$.

$\therefore AB \parallel DE$, $\therefore \angle BAE = \angle E$.

$\therefore AE$ 平分 $\angle BAD$, $\therefore \angle BAE = \angle DAE$. $\therefore \angle E = \angle DAE$.

$\therefore AD = DE = 4$. \therefore AD 的长为 4.5 分



北京中考在线
微信号: BJ_zkao

22. 解: (1) 把 $B(1,1)$ 代入 $y = ax^2$ 得: $a = 1$, $\therefore y = x^2$1 分

把 $A(m,4)$ 代入 $y = x^2$ 得 $4 = m^2$, $\therefore m = \pm 2$2 分

\therefore 点 A 在二象限, $\therefore m = -2$3 分

(2) $-2 < n < 1$5 分

23. 解: (1) 二组 一组 三组3 分

(2) 一图思路: ① 分别测出在同一时刻标杆 EF 和《雁栖塔》AB 的影长 DF, CB;

② 由 $\triangle ABC \sim \triangle EFD$, 利用 $\frac{AB}{EF} = \frac{CB}{DF}$ 求出 AB 的值.5 分

二图思路: ① 用测角仪测出 $\angle ACB$ 的角度; ② 用皮尺测量 CB 的长;

③ $AB = CB \tan \angle ACB$; ④ $AE = AB + 1.5$ 5 分

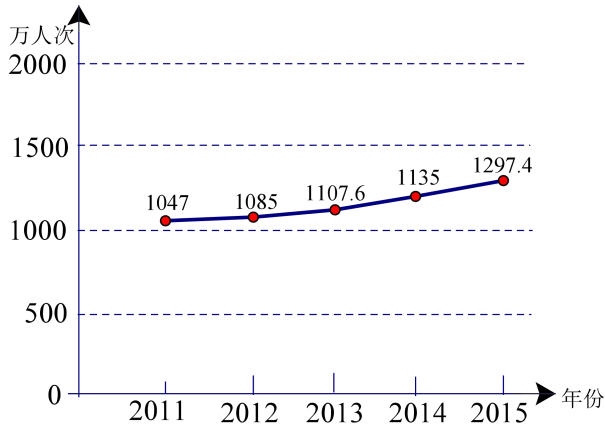
三图思路：①用皮尺分别测量 DF、CF、CB 的长；

②由 $\triangle ABC \sim \triangle DFE$ ，利用 $\frac{AB}{DF} = \frac{CB}{CF}$ 求出 AB 的值。.....5 分



24. 解：(1) 如下图：.....3 分

2011-2015 年怀柔区全年接待游客量统计图



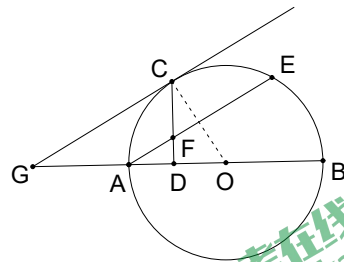
(2) 1375 (预估值在 1323 1483 之间都可以), 预估理由须包含折线图中提供的信息且支撑预估的数据. 如由前几年平均数得到等.5 分

25. 证明：(1) 连接 OC, 如图.

∵ 直线 CG 与 ⊙O 相切于点 C, ∴ CG ⊥ OC.

∵ CG // AE, ∴ AE ⊥ OC.

又 ∵ OC 为 ⊙O 的半径, ∴ AC = CE.2 分

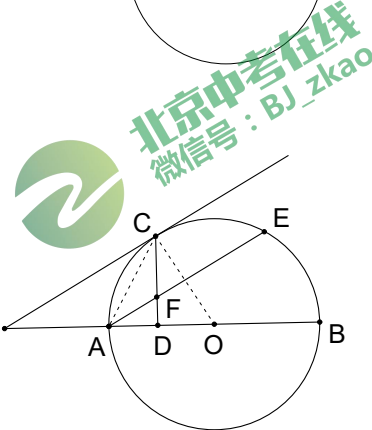


(2) 连接 AC, 如图.

① 由 ∠EAB = 30°, CG // AE, 可得 ∠CGB = 30°.

又由直线 CG 与 ⊙O 相切于点 C, ∠AOC = 60°.

可推出 △AOC 是等边三角形.3 分



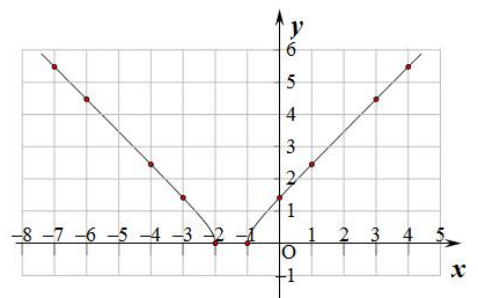
② 由 △AOC 是等边三角形, ∠EAB = 30°, CF = a,

可得 ∠CAF = ∠ACF = 30°, CF = AF = a, DF = $\frac{1}{2}a$,

$$AD = \frac{\sqrt{3}}{2}a.4 分$$

③ 利用 CG // AE, 可得到 △ADF ∼ △GDC, 从而推出 AG = $\sqrt{3}a$, GC = 3a.

④ 计算出四边形 GAFC 的周长为 $5a + \sqrt{3}a$. (每一步没有写出结果, 只要写出思路就可得满分)5 分



26. 解：(1) x = -2 或 x = -1.2 分



(2) ① $x \leq -2$ 或 $x \geq -1$ 3 分

② 如图:4 分

③ 关于直线 $x = -1.5$ 对称

或增减性等.5 分

27. 解: (1) $\Delta = (m+2)^2 - 4(m+1) = m^2 \geq 0$

\therefore 不论 m 取何值, 该方程总有实数根.2 分

(2) 由题意可知:

$$x_1 = 1, x_2 = m+1,$$

$\therefore A(1, 0) B(m+1, 0)$3 分

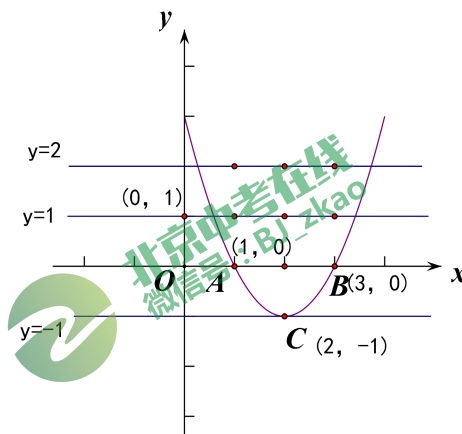
\therefore 两交点间距离为 2,

$$\therefore m+1-1=2.$$

$$\therefore m=2.4 分$$

$$\therefore y = x^2 - 4x + 3.5 分$$

(3) $1 \leq n < 2$7 分



28. (1) 相等;1 分

(2) 想法一:

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore AB=BC, \angle B=60^\circ.2 分$$

$$\therefore AH=CE, \therefore BH=BE.$$

$$\therefore \angle BHE=60^\circ.$$

$$\therefore AC \parallel HE. \therefore \angle 1 = \angle 2.3 分$$

在 $\triangle AOE$ 和 $\triangle COM$ 中, $\angle ACM = \angle AEM = 60^\circ$, $\angle AOE = \angle MOE$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 3. \therefore \angle 2 = \angle 3.5 分$$

$$\therefore \angle BHE=60^\circ, \therefore \angle AHE=120^\circ.$$

$$\therefore \angle ECM=120^\circ. \therefore \angle AHE = \angle ECM.6 分$$

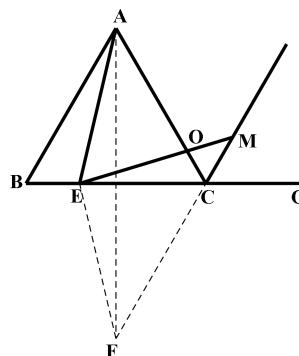
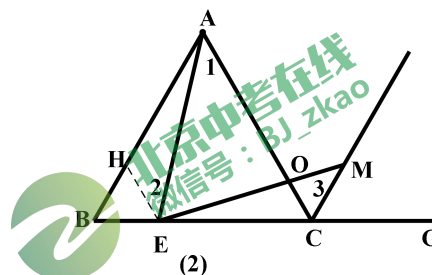
$$\therefore AH=CE, \therefore \triangle AHE \cong \triangle ECM (AAS).$$

$$\therefore AE=EM.7 分$$

(或根据一线三等角证 $\triangle ABE \sim \triangle ECO$, 得 $\angle BAE = \angle CEM$,

再证 $\angle AHE = \angle ECM$, 得 $\triangle AHE \cong \triangle ECM (ASA)$)

想法二:





∵在△AOE 和△COM中,

$\angle ACM = \angle AEM = 60^\circ$,

$\angle AOE = \angle COM$,

∴ $\angle EAC = \angle EMC$3分

又∵对称△ACE≌△FCE,

∴ $\angle EAC = \angle EFC$, $AE = EF$5分

∴ $\angle EMC = \angle EFC$.

∴ $EF = EM$. ∴ $AE = EM$7分

想法三:

∵将线段 BE 绕点 B 顺时针旋转 60° ,

∴可证△ABE≌△CBF (SAS).2分

∴ $\angle 1 = \angle 2$ $AE = CF$3分

∵ $\angle AEM = \angle CBA = 60^\circ$,

∴ $\angle 1 = \angle CEM$. ∴ $\angle 2 = \angle CEM$. ∴ $EM \parallel CF$4分

∵ $\angle CBF = 60^\circ$, $BE = BF$, ∴ $\angle BEF = 60^\circ$,

∴ $\angle MCE = \angle CEF = 120^\circ$. ∴ $CM \parallel EF$5分

∴四边形 MCFE 为平行四边形.

∴ $CF = EM$. ∴ $AE = EM$7分

29. 解: (1) $\sqrt{2}$;2分

(2) ∵ $A(2, \frac{1}{2})$, ∴ $OA = \sqrt{4 + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{17}}{2}$

∴ $AC = 2\sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{32}}{2}$

∵ $OA < AC$, ∴点 C 在⊙A 外.

(或如图, 利用勾股定理直观分析:

∵ $OB < BC$, $AB = AB$, ∴ $OA < AC$ 也可以)6分

(3) $m < 1$ 且 $m \neq 0$8分

