北京一六一中学 2020 届初三年级中考保温训练

数 学 试 卷

考生须知	1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。 2. 在试卷和草稿纸上准确填写姓名、准考证号、考场号和座位号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束，将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个

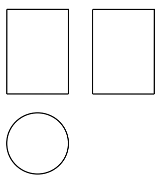
1．面对突如其来的疫情，全国广大医务工作者以白衣为战袍，义无反顾的冲在抗疫战争的 一线，用生命捍卫人民的安全。据统计，全国共有 346 支医疗队，将近 42600 名医护工作者加入到支援湖北武汉的抗疫队伍，将 42600 用科学计数法表示为

A.0.426×10^5　　B.4.26×10^4　　C.42.6×10^3　　D.426×10^2

2．剪纸是我们国家特别悠久的民间艺术形式之一，它是人们用祥和的图案企望吉祥、幸福的一种寄托。下列剪纸图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是

A　　B　　C　　D

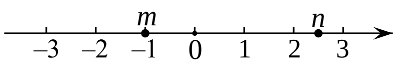
3. 右图是某个几何体的三视图，则该几何体是



A．圆锥　　B．长方体

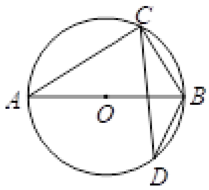
C．三棱柱　　D．圆柱

4. 实数 m ， n 在数轴上的对应点的位置如图所示，则正确的结论是



A．$m>n$　　B．$m>-n$　　C．$|m|>|n|$　　D．$mn>0$

5．如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， CD 是弦，若 $\angle CDB=32^\circ$，则 $\angle CBA$ 的度数为



A． 68°　　B． 58°　　C． 64°　　D． 32°

6．如果 m-n-3=0，那么代数式$\left(\frac{m^2}{n}-n\right)\cdot\frac{n}{m+n}$的值为

A.3　　　　B.2　　　　C.-3　　　　D.-2

7． 在一次男子马拉松长跑比赛中，随机抽取了 10 名选手，记录他们的成绩（所用的时间）如下：

选手	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
时间(min)	129	136	140	145	146	148	154	158	165	175

由此所得的以下推断不正确的是

A．这组样本数据的平均数超过 130

B．这组样本数据的中位数是 147

C．在这次比赛中，估计成绩为 130 min 的选手的成绩会比平均成绩差

D．在这次比赛中，估计成绩为 142 min 的选手，会比一半以上的选手成绩要好

8． 如图 1，荧光屏上的甲、乙两个光斑（可看作点）分别从相距 8cm 的 A，B 两点同时开始沿线段 AB 运动，运动过程中甲光斑与点 A 的距离 S_1(cm)与时间 t (s)的函数关系图象如图 2，乙光斑与点 B 的距离 S_2(cm)与时间 t (s)的函数关系图象如图 3，已知甲光斑全程的平均速度为 1.5cm/s，且两图象中$\triangle P_1O_1Q_1 \cong \triangle P_2Q_2O_2$．下列叙述正确的是

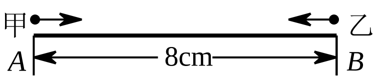


图 1

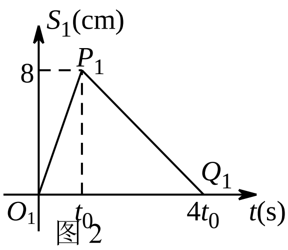


图 2

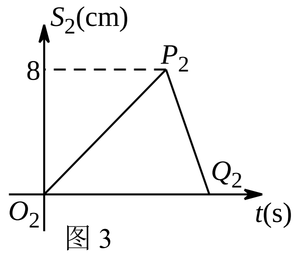


图 3

（A）甲光斑从点 A 到点 B 的运动速度是从点 B 到点 A 的运动速度的 4 倍

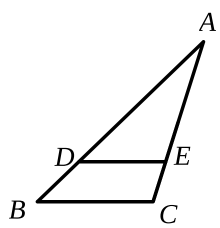
（B）乙光斑从点 A 到 B 的运动速度小于 1.5cm/s

（C）甲乙两光斑全程的平均速度一样

（D）甲乙两光斑在运动过程中共相遇 3 次

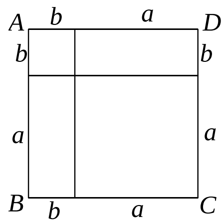
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．如果分式$\frac{x}{x-2}$有意义，那么 x 的取值范围是____________.



10. 如图，在$\triangle ABC$中，D，E 分别是 AB，AC 边上的点，$DE \parallel BC$．若 $AD=6$，$BD=2$，$DE=3$，则 $BC=$________.

11.如图，正方形 $ABCD$，根据图形，写出一个正确的等式：__________.

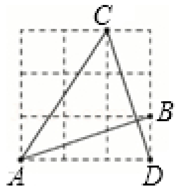


12.方程术是《九章算术》最高的数学成就，其中“盈不足”一章中曾记载“今有大器五小器一容三斛（“斛”是古代的一种容量单位），大器一小器五容二斛，问大小器各容几何？”

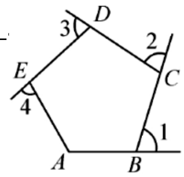
译文：有大小两种盛酒的桶，已知 5 个大桶加上 1 个小桶可以盛酒 3 斛，1 个大桶加上 5 个小桶可以盛酒 2 斛，问 1 个大桶和 1 个小桶分别可以盛酒多少斛？

设 1 个大桶可以盛酒 x 斛，1 个小桶可以盛酒 y 斛，依题意，可列二元一次方程组为________________________.

13．如图所示的网格是正方形网格，点 A，B，C，D 均落在格点上，则∠BAC+∠ACD＝_______°.



14． 已知“若 $a>b$，则 $ac>bc$”是假命题，请写出一个满足条件的 c 的值是_________.



15．如图，∠1，∠2，∠3，∠4 是五边形 $ABCDE$ 的四个外角，若∠A=120°，则∠1+∠2+∠3+∠4=_________°.

16．在抗击新冠肺炎疫情期间，老百姓越来越依赖电商渠道获取必要的生活资料.石经营的水果店也适时加入了某电商平台，并对销售的水果中的部分（如下表）进行 促销：参与促销的水果免配送费且一次购买水果的总价满 128 元减 x 元.每笔订单顾客网上支付成功后，小石会得到支付款的80%.

（1）当 $x=8$ 时，某顾客一次购买苹果和车厘子各1箱，小石会得到_________元；

（2）在促销活动中，为保障小石每笔订单所得到的金额不低于促销前总价的七折， 则 x 的最大值为_________.

参与促销水果	
水 果	促销前单价
苹果	58 元/箱
耙耙柑	70 元/箱
车厘子	100 元/箱
火龙果	48 元/箱

三、解答题（本题共 68 分，第 17－22 题，每小题 5 分，第 23－24 题，每小题 6 分，第 25 题 5 分，第 26，27，28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程．

17．　计算：$\sqrt{8}-\left(\pi-\sqrt{2}\right)^0+2sin45°+\left|1-\sqrt{2}\right|$.

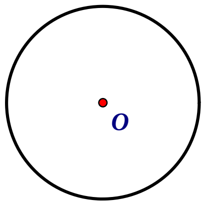
18．　解不等式组$\begin{cases}4(x-1)\le 3(x+2),\\ \dfrac{x-1}{2}<x-4,\end{cases}$并写出它的所有整数解.

19．下面是小东设计的“作圆的一个内接矩形，并使其对角线的夹角为60°”的尺规作图过程.

已知：⊙O.

求作:矩形 $ABCD$,使得矩形 $ABCD$ 内接于⊙O,且其对角线 AC,BD 的夹角为 60°

作法：如图，



①作⊙O 的直径 AC;

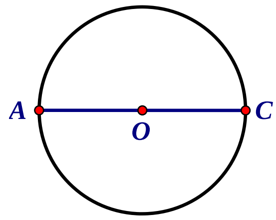
②以点 A 为圆心,AO 长为半径画弧,交直线 AC 上方的圆弧于点 B;

③连接 BO 并延长交⊙O 于点 D;

④连接 AB，BC，CD，DA.

所以四边形 $ABCD$ 就是所求作的矩形

根据小东设计的尺规作图过程，



（1）使用直尺和圆规,补全图形(保留作图痕迹);

（2）完成下面的证明

证明：∵点 A,C 都在⊙O 上,

∴$OA=OC$.

同理 $OB=OD$.

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形

∵AC 是⊙O 的直径,

∴∠ABC=90°(____________)(填推理的依据)

∴四边形 $ABCD$ 是矩形

∵AB=_________=BO,

∴∠AOB=60°

∴四边形 $ABCD$ 是所求作的矩形.

20．　已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+\left(a+1\right)x+a=0$.

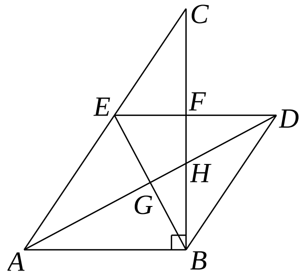
（1）求证：此方程总有两个实数根；

（2）如果此方程有两个不相等的实数根，写出一个满足条件的 a 的值，并求此时方程的根.

21．如图，在$\triangle ABC$中，$\angle ABC$=90°，过点B作AC的平行线交$\angle CAB$的平分线于点D，过点D作AB的平行线交AC于点E，交BC于点F，连接BE，交AD于点G.

（1）求证：四边形$ABDE$是菱形；

（2）若BD=14，$\cos\angle GBH=\dfrac{7}{8}$，求$GH$的长.



22．在平面直角坐标系xOy中，直线$y=-x$与双曲线$y=\dfrac{k}{x}$（$k\neq0$）的一个交点为$P(\sqrt{6},m)$.

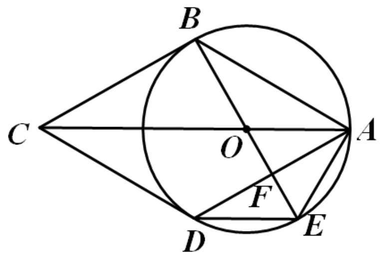
（1）求k的值；

（2）将直线$y=-x$向上平移$b(b>0)$个单位长度后，与x轴，y轴分别交于点A，点B，与双曲线$y=\dfrac{k}{x}$（$k\neq0$）的一个交点记为Q.若$BQ=2AB$，求b的值.

23．如图，AB，AD是$\odot O$的弦，AO平分$\angle BAD$.过点B作$\odot O$的切线交AO的延长线于点C，连接CD，BO.延长BO交$\odot O$于点E，交AD于点F，连接AE，DE.

（1）求证：CD是$\odot O$的切线；

（2）若$AE=DE=3$，求AF的长.



24.经过多方努力，北京市2019年在区域空气质量同步改善、气象条件较常年整体有利的情况下，大气环境中细颗粒物（$PM_{2.5}$）等四项主要污染物同比均明显改善.对北京市空气质量的有关数据进行收集、整理、描述与分析，下面给出了部分信息：

a.北京市2019年空气质量各级别分布情况如下图（全年无严重污染日）（不完整）：

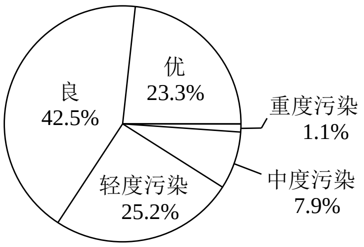


图 1

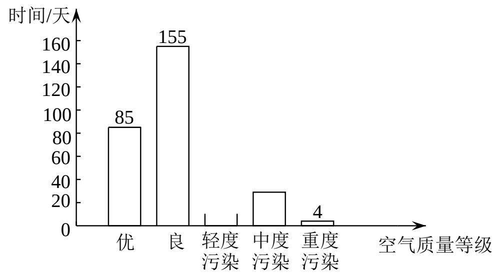
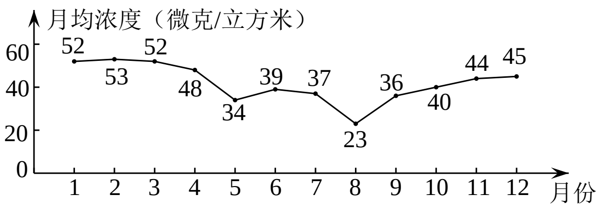


图 2

b.北京市2019年大气环境中二氧化硫（SO_2）的年均浓度为4微克/立方米， 稳定达到国家二级标准（60微克/立方米）；PM_{10}，二氧化氮（NO_2）的年均浓度分别为68微克/立方米，37微克/立方米，均首次达到国家二级标准（70微克/立方米，40微克/立方米）；$PM_{2.5}$的年均浓度为m微克/立方米，仍是北京市大气主要污染物，超过国家二级标准（35微克/立方米）的20%.

c.北京市2019年大气环境中$PM_{2.5}$月均浓度变化情况如下：



二氧化硫（SO_2）月均浓度（单位：微克/立方米）如下（不完整）：

月份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
月均浓度	9	6	5		4		3	2	3	3	5	4

（以上数据来源于北京市生态环境局官方网站）

根据以上信息，回答下列问题：

（1）北京市2019年空气质量为“轻度污染”天数为（　　　　）

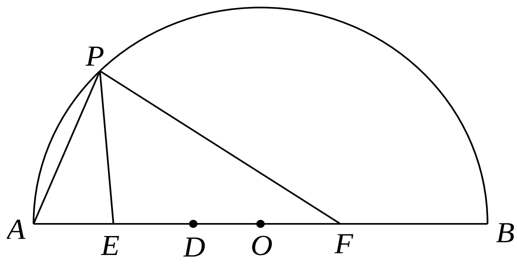
A．82　　　　B．92　　　　C．102

（2）m的值是___________；

（3）北京市2019年大气环境中$PM_{2.5}$月均浓度达到国家二级标准的概率为_____；

（4）北京市2019年大气环境中SO_2月均浓度的众数是4，则中位数是_________.

25. 如图，D 是直径 AB 上一定点，E，F 分别是 AD，BD 的中点，P 是弧 AB 上一动点，连接 PA，PE，PF. 已知 AB＝6cm，设 A，P 两点间的距离为 $x$cm，P，E 两点间的距离为 $y_1$cm，P，F 两点间的距离为 $y_2$cm.



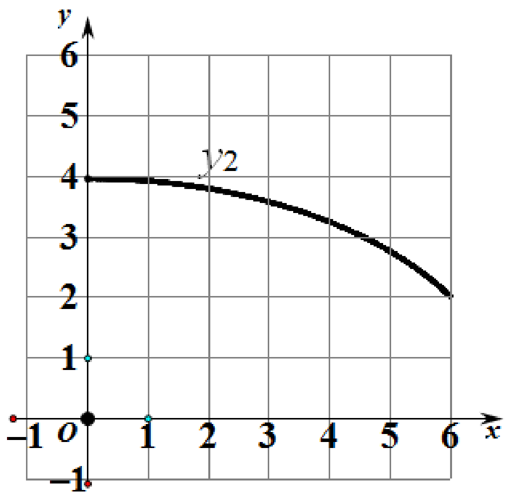
小腾根据学习函数的经验，分别对函数 y_1，y_2 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究.

下面是小腾的探究过程，请补充完整：

(1)按照下表中自变量 x 的值进行取点、画图、测量，分别得到了 y_1，y_2 与 x 的几组对应值：

x/cm	0	1	2	3	4	5	6
y_1/cm	0.97	1.27		2.66	3.43	4.22	5.02
y_2/cm	3.97	3.93	3.80	3.58	3.25	2.76	2.02

(2)在同一平面直角坐标系 xOy 中，描出补全后的表中各组数值所对应的点$(x，y_1)$，$(x，y_2)$，并画出函数 y_1，y_2 的图象；

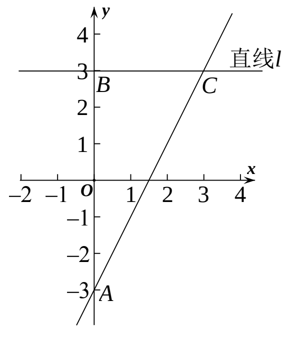


(3)结合函数图象，解决问题：当△PEF 为等腰三角形时，AP 的长度约为__________cm.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=2x-3$ 与 y 轴交于点 A，点 A 与点 B 关于 x 轴对称，过点 B 作 y 轴的垂线 l，直线 l 与直线 $y=2x-3$ 交于点 C.

（1）求点 C 的坐标；

（2）如果抛物线 $y=nx^2-4nx+5n$ （n＞0)与线段 BC 有唯一公共点，求 n 的取值范围.



27．在△ABC 中，AB=BC，∠B=90°，点 D 为直线 BC 上一个动点（不与 B、C 重合），连结 AD，将线段 AD 绕点 D 按顺时针方向旋转 90°，使点 A 旋转到点 E，连结 EC.

（1）如果点 D 在线段 BC 上运动，如图 1：

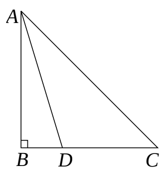


图1

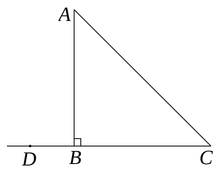


图2

①依题意补全图 1；

②求证：∠BAD=∠EDC

通过观察、实验，小明得出结论：在点 D 运动的过程中，总有∠DCE=135°.小明与同学讨论后，形成了证明这个结论的几种想法：

想法一：在 AB 上取一点 F，使得 BF=BD，要证∠DCE =135°，只需证△ADF≌△DEC.

想法二：以点 D 为圆心，DC 为半径画弧交 AC 于点 F. 要证∠DCE=135°，只需证 △AFD≌△ECD.

想法三：过点 E 作 BC 所在直线的垂线段 EF，要证∠DCE=135°，只需证 EF=CF.

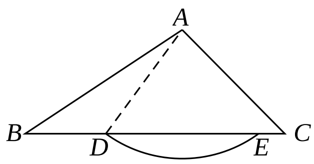
……

请你参考上面的想法，证明∠DCE=135°.

（2）如果点 D 在线段 CB 的延长线上运动，利用图 2 画图分析，∠DCE 的度数还是确定的值吗？如果是，直接写出∠DCE 的度数；如果不是，说明你的理由.

28．在△ABC 中，D 是边 BC 上一点，以点 A 为圆心，AD 长为半径作弧，如果与边 BC 有交点 E（不与点 D 重合），那么称弧 DE 为△ABC 的 $A-$外截弧.

例如，右图中弧 DE 是△ABC 的一条 $A-$外截弧.



在平面直角坐标系 xOy 中，已知△ABC 存在 $A-$外截弧，其中点 A 的坐标为 $(5, 0)$，点 B 与坐标原点 O 重合.

（1）在点 $C_1(0, 2)$，$C_2(5, -3)$，$C_3(6, 4)$，$C_4(4, 2)$ 中，满足条件的点 C 是_______；

（2）若点 C 在直线 $y=x-2$ 上，

①求点 C 的纵坐标的取值范围；

②直接写出△ABC 的 $A-$外截弧所在圆的半径 r 的取值范围.

北京一六一中学2020届初三年级中考考前保温题
数学试卷答案及评分标准

一、选择题（本题共16分，每小题2分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	D	B	B	A	C	C

二、填空题（本题共16分，每小题2分）

9. $x \neq 2$　　10. 4　　11. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$　　12. $\begin{cases} 5x + y = 3 \\ x + 5y = 2 \end{cases}$

13. 90°　　14. -1（答案不唯一）　　15. 300°　　16.（1）120；（2）16．

三、解答题（本题共68分，第17—22题，每小题5分，第23—24题，每小题6分，第25题5分，第26，27，28题，每小题7分）

17.原式$=2\sqrt{2}-1+2\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\sqrt{2}-1$ ……………………4分

$=4\sqrt{2}-2$……………………5分

18．解：原不等式组为 $\begin{cases} 4(x-1)\leq 3(x+2), & ① \\ \dfrac{x-1}{2}<x-4. & ② \end{cases}$

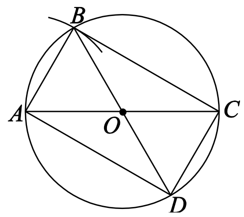
解不等式①，得 $x\leq 10$．………………………2分

解不等式②，得$x>7$ ．………………………3分

∴ 原不等式组的解集为$7<x\leq 10$．………………………4分

∴ 原不等式组的所有整数解为8，9，10．………………………5分

19. （1）补全的图形如图所示：…………………………………3分



（2）直径所对的圆周角是直角，

AO．……………………………………………………5分

20. 解：（1）由题意，得△$=(a+1)^2-4a=a^2+2a+1-4a=a^2-2a+1=(a-1)^2$，………2分

∵当a为任意实数时，$(a-1)^2\geq 0$

∴此方程总有两个实数根．……………………………………………………3 分

（2）略．……………………………………………………………………5分

21. （1）证明：$\because AC // BD$， $AB // ED$，

$\therefore$四边形 $ABDE$ 是平行四边形． ………………………………1 分

$\because AD$ 平分 $\angle CAB$， $\therefore \angle CAD = \angle BAD$．

$\because AC // BD$， $\therefore \angle CAD = \angle ADB$． $\therefore \angle BAD = \angle ADB$．

$\therefore AB = BD$．

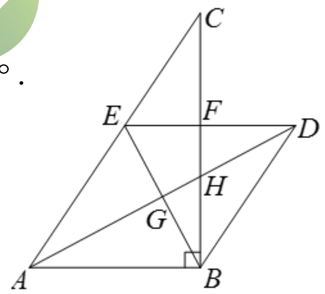
$\therefore$四边形 $ABDE$ 是菱形． ………………………………………2 分

（2）解： $\because \angle ABC = 90°$，

$\therefore \angle GBH + \angle ABG = 90°$．

$\because AD \perp BE$， $\therefore \angle GAB + \angle ABG = 90°$．

$\therefore \angle GAB = \angle GBH$ ………………………3 分



$\because \cos\angle GBH = \dfrac{7}{8}$， $\therefore \cos\angle GAB = \dfrac{7}{8}$．

$\therefore \dfrac{AB}{AH} = \dfrac{AG}{AB} = \dfrac{7}{8}$．

$\because$四边形 $ABDE$ 是菱形， $BD = 14$， $\therefore AB = BD = 14$

$\therefore AH = 16$， $AG = \dfrac{49}{4}$． ……………………………………………4 分

$\therefore GH = AH - AG = \dfrac{15}{4}$． ……………………………………………5 分

22. 解：（1）$\because P(\sqrt{6}, m)$ 在直线 $y = -x$ 上，

$\therefore m = -\sqrt{6}$． ……………………1 分

$\because P(\sqrt{6}, -\sqrt{6})$ 在双曲线 $y = \dfrac{k}{x}$ 上，

$\therefore k = \sqrt{6} \times (-\sqrt{6}) = -6$． ………………………2 分

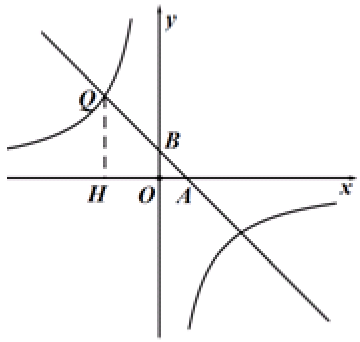


图 1

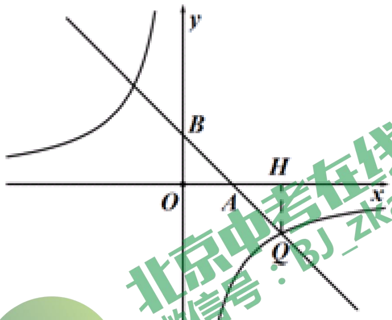


图 2

(2) $\because$ $y=-x$ 向上平移 $b\,(b>0)$ 个单位长度后，与 x 轴， y 轴分别交于 A， B，

$\therefore A(b,0), B(0,b)$ . ...3 分

作 $QH\perp x$ 轴于 H，可得 $\triangle HAQ \backsim \triangle OAB$.

如图 1，当点 Q 在 AB 的延长线上时，

$\because BQ=2AB$，

$\therefore \dfrac{HQ}{OB}=\dfrac{HA}{OA}=\dfrac{AQ}{AB}=3$.

$\because OA=OB=b$，

$\therefore HQ=3b$， $HO=2b$.

$\therefore Q$ 的坐标为 $(-2b,3b)$.

由点 Q 在双曲线 $y=-\dfrac{6}{x}$ 上， 可得 $b=1$. ....4 分

如图 2，当点 Q 在 AB 的反向延长线上时，

同理可得，Q 的坐标为 $(2b,-b)$.

由点 Q 在双曲线 $y=-\dfrac{6}{x}$ 上，可得 $b=\sqrt{3}$.

综上所述，$b=1$ 或 $b=\sqrt{3}$ . ...5 分

23. (1) 证明：如图，连接OD．　　…………………………1 分

∵ BC 为⊙O的切线，

∴ $\angle CBO=90^\circ$．

∵ AO 平分 $\angle BAD$，

∴ $\angle 1=\angle 2$．

∵ $OA=OB=OD$，

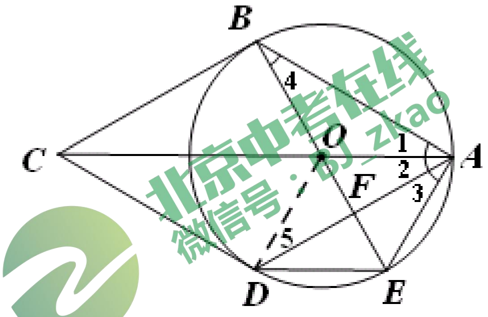
∴ $\angle 1=\angle 4=\angle 2=\angle 5$．

∴ $\angle BOC=\angle DOC$．

∴ $\triangle BOC\cong\triangle DOC$．

∴ $\angle CBO=\angle CDO=90^\circ$．

∴ CD 为⊙O的切线．　　……………3 分



(2) ∵ $AE=DE$，

∴$\widehat{AE}=\widehat{DE}$……………………………4 分

∵ $\angle 1=\angle 2=\angle 4$，

∴ $\angle 1=\angle 2=\angle 3$．

∵ BE 为⊙O的直径，

∴ $\angle BAE=90^\circ$．

∴ $\angle 1=\angle 2=\angle 3=\angle 4=30^\circ$ …………………………5 分

∴ $\angle AFE=90^\circ$　．

在 Rt$\triangle AFE$ 中，

∵ $AE=3$，$\angle 3=30^\circ$，

∴ $AF=\dfrac{3}{2}\sqrt{3}$．　　…………………………6 分

24．　解：（1）B；　……………………………… 1 分

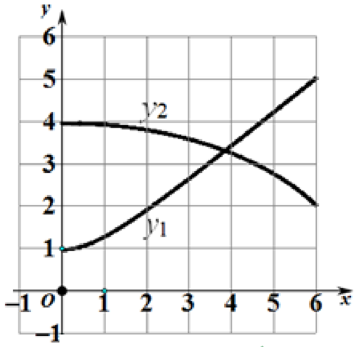
（2）42；　………………………………… 3 分

（3）$\dfrac{1}{6}$；　………………………………… 4 分

（4）4．　………………………………… 6 分

25．解：（1）表中的所填数值是 1.9；…………………………………………… 1 分

（2）



……………………3 分

（3）结合函数图象，解决问题：

当△PEF 为等腰三角形时，AP 的长度约为 3.5，3.8，4.6 cm.

……………………………………5 分

26. 解：（1）∵直线 y=2x−3 与 y 轴交于点 A（0，−3） ------1 分

∴点 A 关于 x 轴的对称点为 B（0，3），l 为直线 y=3

∵直线 y=2x−3 与直线 l 交于点 C，

∴点 C 的坐标为（3，3） ------2 分

（2）∵抛物线 $y=nx^2-4nx+5n$ （n>0）

∴$y = nx^2-4nx+4n+n = n(x-2)^2+n$

∴抛物线的对称轴为直线 x=2，顶点坐标为（2，n） ------3 分

∵点 B（0，3），点 C（3，3）

①当 n>3 时，抛物线最小值为 n>3，与线段 BC 无公共点；

②当 n=3 时，抛物线顶点为（2，3），在线段 BC 上，

此时抛物线与线段 BC 有一个公共点； ------4 分

③当 0<n<3 时，抛物线最小值为 n，与直线 BC 有两个交点

如果抛物线 $y=n(x-2)^2+n$ 经过点 B（0，3），则 3=5n，解得 $n=\frac{3}{5}$

由抛物线的对称轴为直线 x=2，可知抛物线经过点（4，3）

点（4，3）不在线段 BC 上，此时抛物线与线段 BC 有一个公共点 B ------5 分

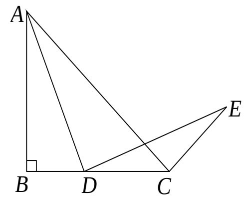
如果抛物线 $y=n(x-2)^2+n$ 经过点 C（3，3），则 $3=2n$，解得 $n=\dfrac{3}{2}$

由抛物线的对称轴为直线 $x=2$，可知抛物线经过点（1，3）

点（1，3）在线段 BC 上，此时抛物线与线段 BC 有两个公共点 -------6 分

综上所述，当 $\dfrac{3}{5}\leqslant n<\dfrac{3}{2}$ 或 $n=3$ 时，抛物线与线段 BC 有一个公共点. -------7 分

27. （1）补全图形 -------1 分



（2）证明：∵ $\angle B=90^\circ$

∴ $\angle BAD+\angle BDA=90^\circ$

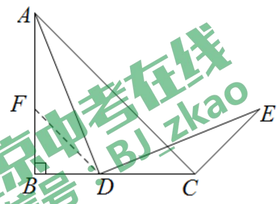
∵ $\angle ADE=90^\circ$，点 D 在线段 BC 上

∴ $\angle BAD+\angle EDC=90^\circ$

∴ $\angle BAD=\angle EDC$ -------2 分

证法 1：在 AB 上取点 F，使得 $BF=BD$，连结 DF -------3 分

∵ $BF=BD$，$\angle B=90^\circ$



∴ $\angle BFD=45^\circ$

∴ $\angle AFD=135^\circ$

∵ $BA=BC$

∴ $AF=CD$ -------4 分

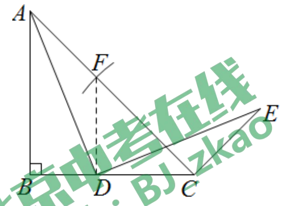
在△ADF 和△DEC 中

$$\begin{cases} AF=CD \\ \angle BAD=\angle CDE \\ AD=DE \end{cases}$$

∴△ADF≌△DEC -------5 分

∴ $\angle DCE=\angle AFD=135^\circ$ -------6 分

证法 2：以 D 为圆心，DC 为半径作弧交 AC 于点 F，连结 DF ------3 分



$\therefore DC=DF \quad \angle DFC=\angle DCF$

$\because AB=BC \quad \angle B=90^\circ$

$\therefore \angle ACB=45^\circ \quad \angle DFC=45^\circ$

$\therefore \angle FDC=90^\circ \quad \angle AFD=135^\circ$

$\because \angle ADE=\angle FDC=90^\circ$

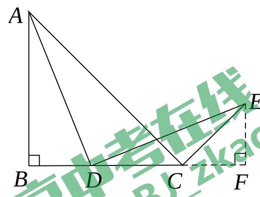
$\therefore \angle ADF=\angle EDC$ ------4 分

又 $\because AD=DE \quad DF=DC$

$\therefore \triangle ADF\cong\triangle CDE$ ------5 分

$\therefore \angle AFD=\angle DCE=135^\circ$ ------6 分

证法 3：过点 E 作 $EF\perp BC$ 交 BC 延长线于点 F ------3 分



$\therefore \angle EFD=90^\circ$

$\because \angle B=90^\circ$， $\therefore \angle EFD=\angle B$

$\because \angle BAD=\angle CDE$， $AD=DE$

$\therefore \triangle ABD\cong\triangle DEF$ ------4 分

$\therefore AB=DF \quad BD=EF$

$\because AB=BC$

$\therefore BC=DF$， $BC-DC=DF-DC$ 即 $BD=CF$ ------5 分

$\therefore EF=CF$

$\because \angle EFC=90^\circ$

$\therefore \angle ECF=45^\circ$，$\angle DCE=135^\circ$ ------6 分

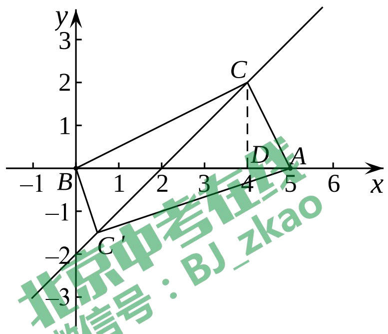
（2）$\angle DCE=45^\circ$ ------7 分

28．解：（1）C_2，C_3； ……………………………… 2 分

（2）①∵点 C 在直线 $y=x-2$ 上，

设点 C 的坐标为 $(m, m-2)$.

当 $\angle BCA=90^\circ$ 时，过点 C 作 $CD\perp x$ 轴于点 D，如图.



∴ $\triangle CDB \backsim \triangle ADC$.

∴ $CD^2=BD\cdot AD$.

∴ $(m-2)^2=m\cdot(5-m)$.

解得 $m_1=4$， $m_2=\dfrac{1}{2}$.

∴ $C(4, 2)$ 或 $C'(\dfrac{1}{2}, -\dfrac{3}{2})$.

又∵直线 $y=x-2$ 与 y 轴交于点 $(0, -2)$，

结合图形，可得点 C 的纵坐标的取值范围是 $-2<y_C<-\dfrac{3}{2}$ 或 $y_C>2$.

……………………………… 5 分

② $\sqrt{5}<r\leqslant 5$. ……………………………… 7 分