北京市西城区九年级统一测试

数学试卷答案及评分标准

2020.5

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	B	C	A	D	A	C	B

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9	10	11	12
$x\geqslant 1$	六	答案不唯一，如：$y=x^2-1$	1
13	14	15	16
$\sqrt{2}+1$	5，3	（6，6）	①，④

三、解答题（本题共 68 分，第 17-21 题，每小题 5 分，第 22-24 题，每小题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）

17．解：$(\frac{1}{2})^{-1}+(1-\sqrt{3})^0+\left|-\sqrt{3}\right|-2\sin 60^\circ$

$=2+1+\sqrt{3}-2\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=3$. ……………………………………………………………… 5 分

18．解：原不等式组为 $\begin{cases} 3(x-2)<2x-2, & ① \\ \frac{2x+5}{4}<x. & ② \end{cases}$

解不等式①，得 $x<4$.

解不等式②，得 $x>\frac{5}{2}$.

∴原不等式组的解集为 $\frac{5}{2}<x<4$.

……………………………………………………………… 5 分

19．解：（1）依题意，得 $\Delta=[-(2m+1)]^2-4\times1\times m^2$.

$=4m+1\geqslant 0$.

解得 $m \geqslant -\frac{1}{4}$.

（2）答案不唯一，如：$m=0$，

此时方程为 $x^2-x=0$.

解得 $x_1=0$，$x_2=1$. ……………………………………………………………5 分

20.（1）证明：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

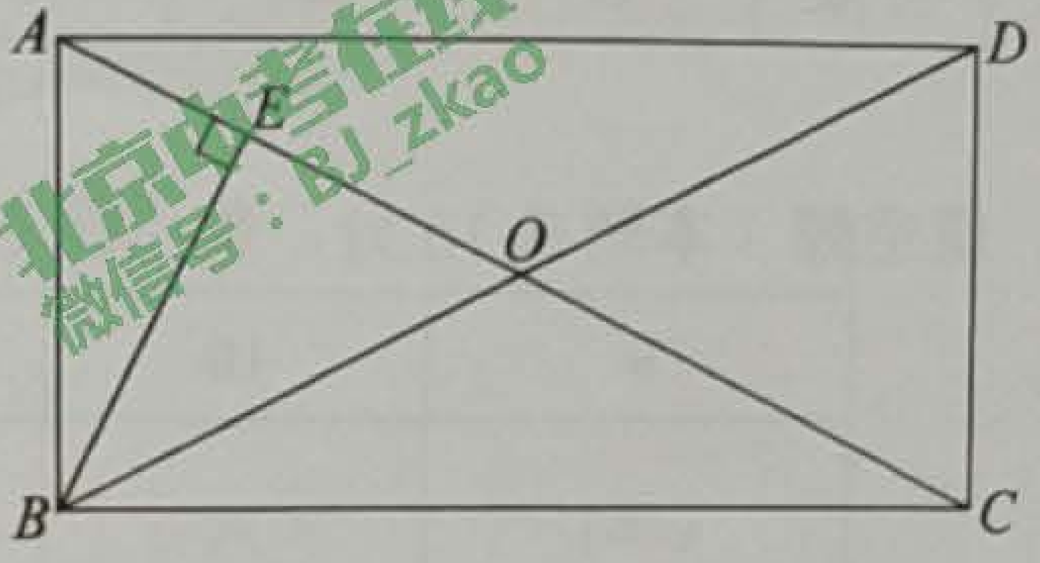
∴ $OA=OC$，$OB=OD$.

∵ $OA=OB$，

∴ $OA=OC=OB=OD$.

∴ $AC=BD$.

∴ □$ABCD$ 是矩形.



（2）解：∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴ $\angle BAD=\angle ADC=90°$.

∴ $\angle BAC+\angle CAD=90°$.

∵ $BE\perp AC$，

∴ $\angle BAC+\angle ABE=90°$.

∴ $\angle CAD=\angle ABE$.

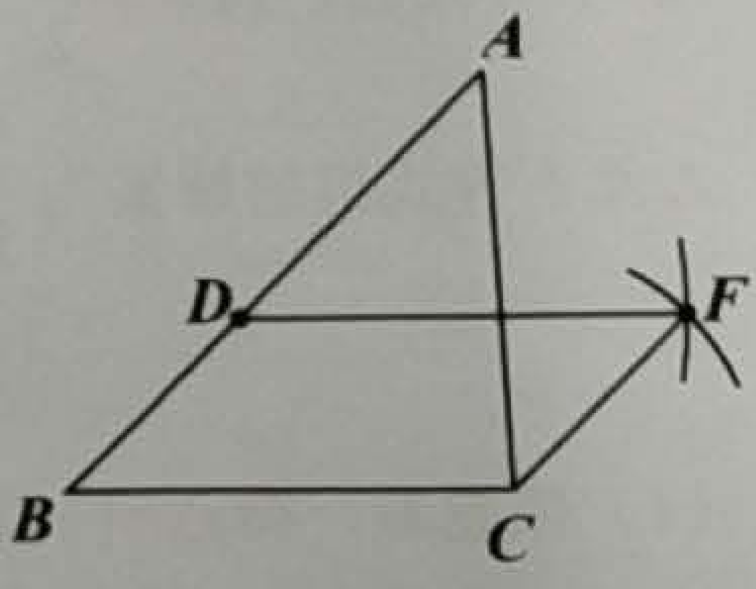
在 Rt△ACD 中，$AD=2\sqrt{5}$，$\cos\angle CAD=\cos\angle ABE=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，

∴ $AC=5$. ……………………………………………………………5 分

21．答案不唯一，如：

（1）两组对边分别相等的四边形是平行四边形.

（2）如图.

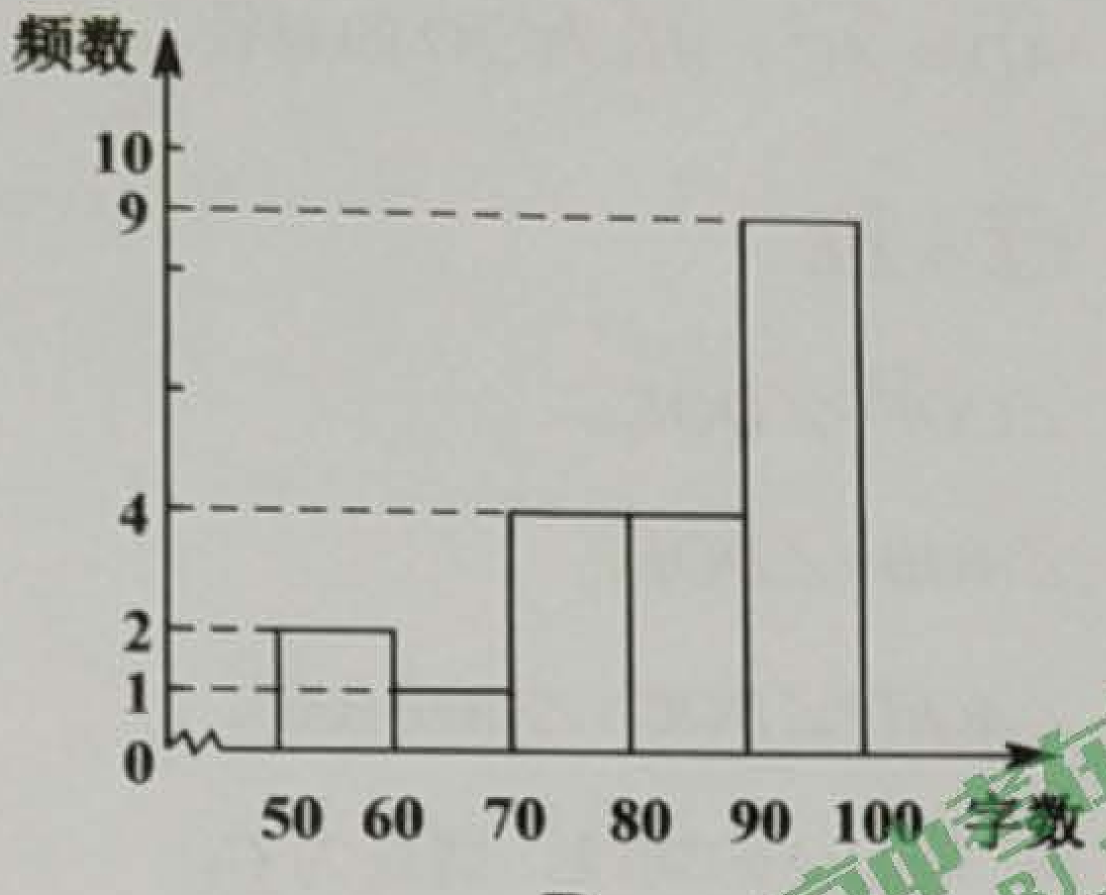


（3）证明：∵ $CF=BD$，$DF=BC$，

∴ 四边形 $DBCF$ 是平行四边形.

……………………………………………………………5 分

22．解：（2）



B

（3）

	平均数	众数	中位数	方差
A		92		
B			88.5	

（4） 答案不唯一，理由须支撑推断的结论．

……………………………………………………………………………………6 分

23．（1）证明：连接 AC，

$\because$ $OC=OA$，

$\therefore$点 C 在⊙O 上．

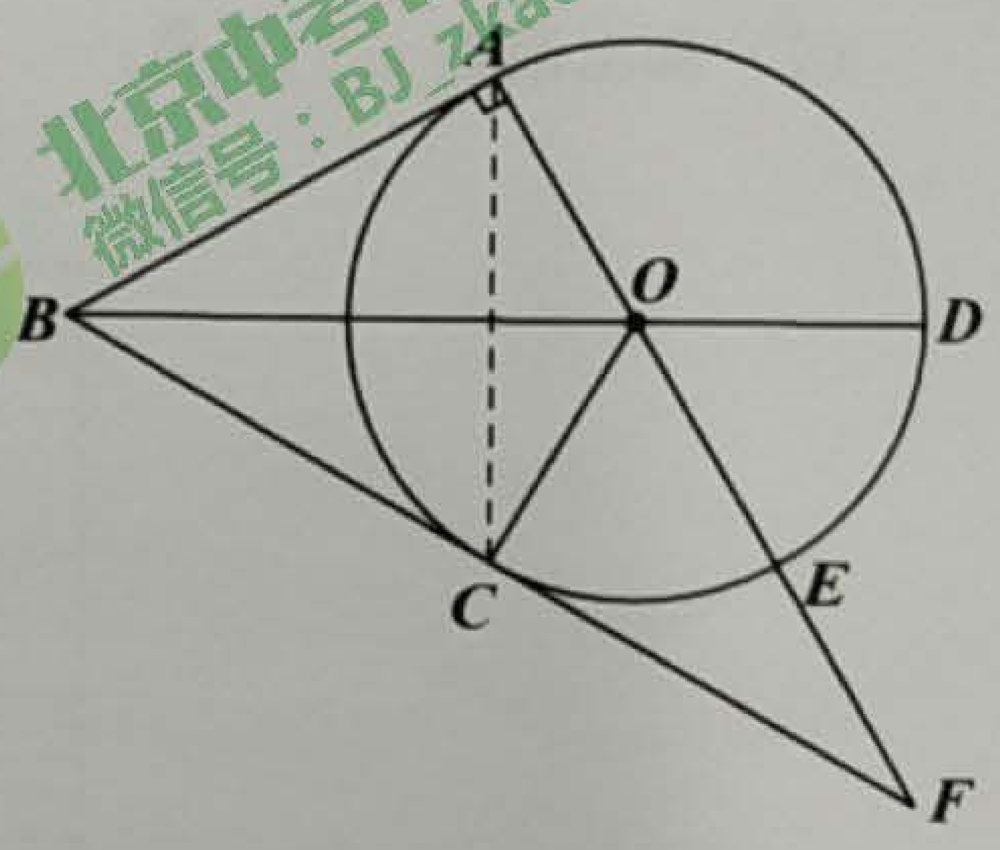
$\because$ $OA=OC$， $BA=BC$，

$\therefore$ $\angle OAC=\angle OCA$， $\angle BAC=\angle BCA$．

$\therefore$ $\angle OCB=\angle OAB=90°$．

$\therefore$ $OC\perp BC$ 于点 C．

$\therefore$ BC 是⊙O 切线．



（2）① 补全图形．

② 证明：$\because$ BA，BC 是⊙O 的两条切线，切点分别为 A，C，

$\therefore$ $BA=BC$，$\angle DBA=\angle DBC$．

$\therefore$ BD 是 AC 的垂直平分线．

$\because$ $OA=OC$，

$\therefore$ $\angle AOB=\angle COB$．

∵ $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{AC}$，$AE$ 为⊙O 的直径，

∴ $\overset{\frown}{CE}=\overset{\frown}{DE}$.

∴ $\angle COE=\angle DOE$.

∵ $\angle AOB=\angle DOE$，

∴ $\angle AOB=\angle BOC=\angle COE=60°$.

∵ BC 是⊙O 的切线，切点为 C，

∴ $\angle OCB=\angle OCF=90°$.

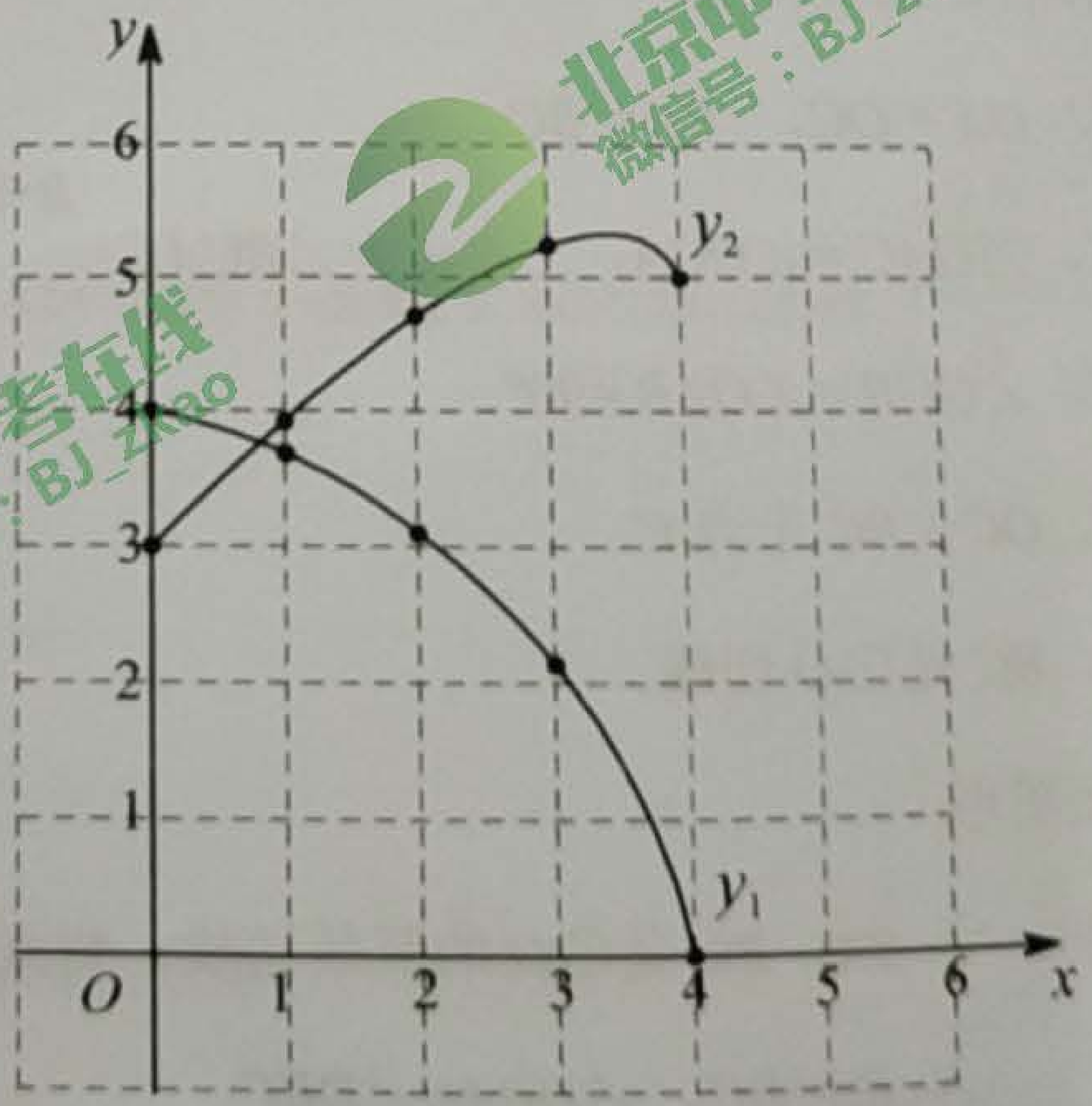
∴ $\angle OBC=\angle OFC=30°$.

∴ $OF=OB$. ……………………………………………………………6 分

24．解:（1）

x/cm	0	1	2	3	4
y_1/cm			3.09		
y_2/cm					

（2）画出函数 y_1 的图象：



（3）① 0.83 或 2.49 .

② 5.32.

……………………………………………………………………………6 分

25. 解：（1）①令 $y=0$，则 $kx+2k=0$.

∵ $k>0$，解得 $x=-2$.

∴ 点 A 的坐标为 $(-2, 0)$.

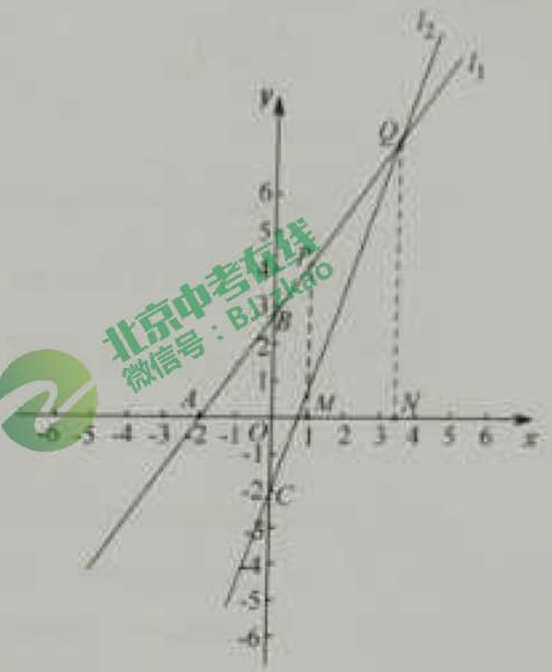
∵点 P 的坐标为 $(1, 6)$,

∴ $m=6$.

② $\frac{1}{3}$.

（2）① $P(1, 3k)$.

② 依题意，得 $kx+2k=2kx-2$.



解得 $x=2+\frac{2}{k}$.

∴点 Q 的横坐标为 $2+\frac{2}{k}$.

∵ $2+\frac{2}{k}>1$（$k>0$）,

∴ 点 Q 在点 P 的右侧.

如图，分别过点 P，Q 作 $PM\perp x$ 轴于 M，$QN\perp x$ 轴于 N，

则点 M，点 N 的横坐标分别为 1，$2+\frac{2}{k}$.

若 $PQ=PA$，则 $\frac{PQ}{PA}=1$.

∴ $\frac{PQ}{PA}=\frac{MN}{MA}=1$.

∴ $MN=MA$.

∴ $2+\frac{2}{k}-1=3$，解得 $k=1$.

∵ $MA=3$，

∴ 当 $\frac{PQ}{PA}=\frac{MN}{MA}\le 1$ 时，$k\ge 1$.

∴ $m=3k\ge 3$.

∴ 当 $PQ\le PA$ 时，$m\ge 3$. ………………………………………………5 分

26．解：（1）∵ 抛物线 $y=ax^2+bx+a+2$ 的对称轴为直线 $x=-1$，

∴ $-\dfrac{b}{2a}=-1$．

∴ $b=2a$．

∴ $y=ax^2+2ax+a+2$ 化为 $y=a(x+1)^2+2$．

将点 A（-3，0）代入 $y=a(x+1)^2+2$ 中，得 $a=-\dfrac{1}{2}$．

∴ 抛物线的表达式为 $y=-\dfrac{1}{2}(x+1)^2+2$，此时点 B 的坐标为（1，0）．

（2）$-1<x_2<0$．

（3）∵ 抛物线的顶点为（-1，2）．

∴ 点 D 的坐标为（-1，0）．

∵ $\angle DOP=45°$，且抛物线上满足条件的点 P 恰有 4 个．

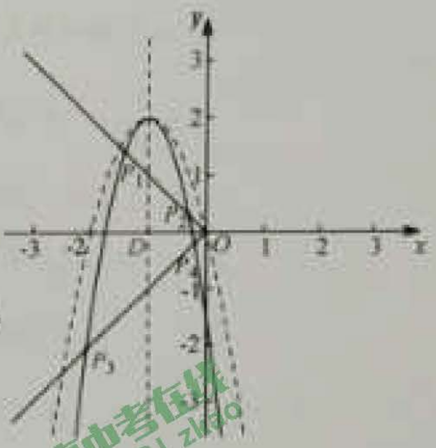
∴ 抛物线与 x 轴的交点都在原点的左侧．

∴ 满足条件的点 P 在 x 轴上方有 2 个，在 x 轴下方也有 2 个．

∴ $a+2<0$．

解得 $a<-2$．

∴ a 的取值范围是 $a<-2$．



…………………………………………………………………………………………6分

27. （1）补全图形，如图 1.

证明：（2）∵ $CQ=CP$，$\angle ACB=90°$，

∴ $AP=AQ$.

∴ $\angle APQ=\angle Q$.

∵ $BD\perp AQ$，

∴ $\angle QBD+\angle Q=\angle QBD+\angle BFC=90°$.

∴ $\angle Q=\angle BFC$.

∵ $\angle MFN=\angle BFC$，

∴ $\angle MFN=\angle Q$.

同理，$\angle NMF=\angle APQ$.

∴ $\angle MFN=\angle FMN$.

∴ $NM=NF$.

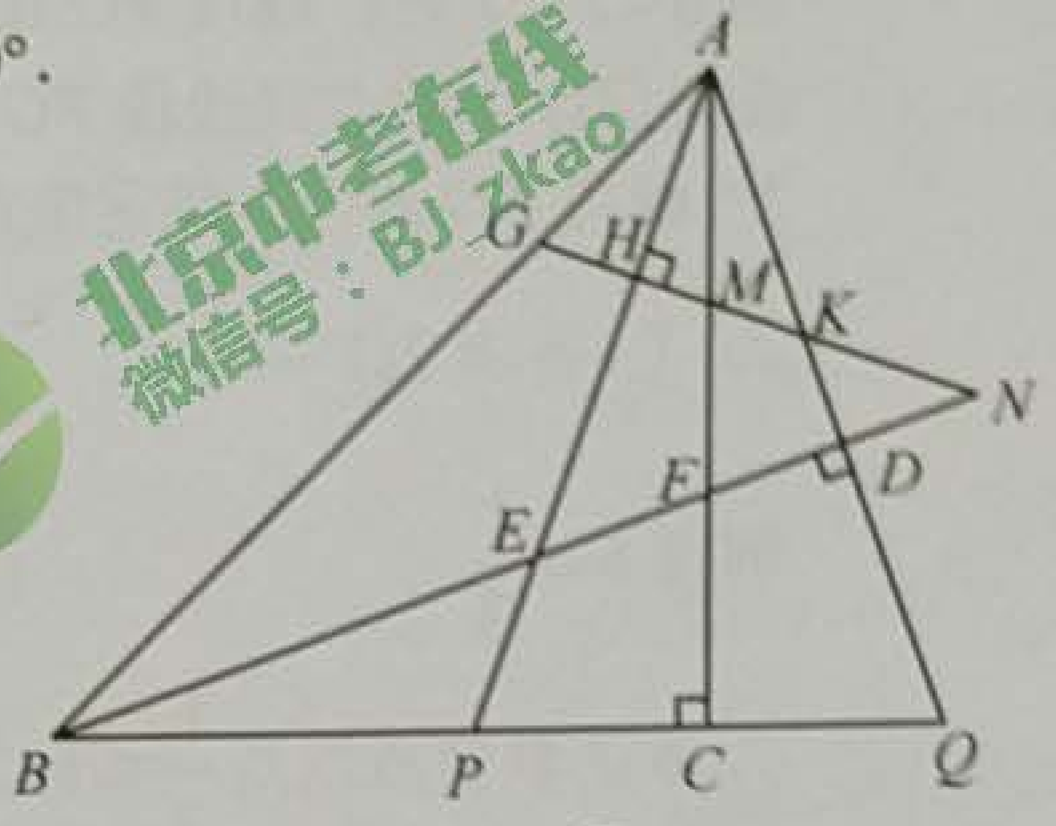


图 1

（3） 连接 CE，如图 2.

由（1）可得 $\angle PAC=\angle FBC$，

∵ $\angle ACB=90°$，$AC=BC$，

∴ $\triangle APC\cong\triangle BFC$.

∴ $CP=CF$.

∵ $AM=CP$，

∴ $AM=CF$.

∵ $\angle CAB=\angle CBA=45°$.

∴ $\angle EAB=\angle EBA$.

∴ $AE=BE$.

又 ∵ $AC=BC$，

∴ CE 所在直线是 AB 的垂直平分线.

∴ $\angle ECB=\angle ECA=45°$.

∴ $\angle GAM=\angle ECF=45°$.

由（1）可得 $\angle AMG=\angle CFE$，

∴ $\triangle AGM\cong\triangle CEF$.

∴ $GM=EF$.

∵ $BN=BE+EF+FN=AE+GM+MN$.

∴ $BN=AE+GN$.

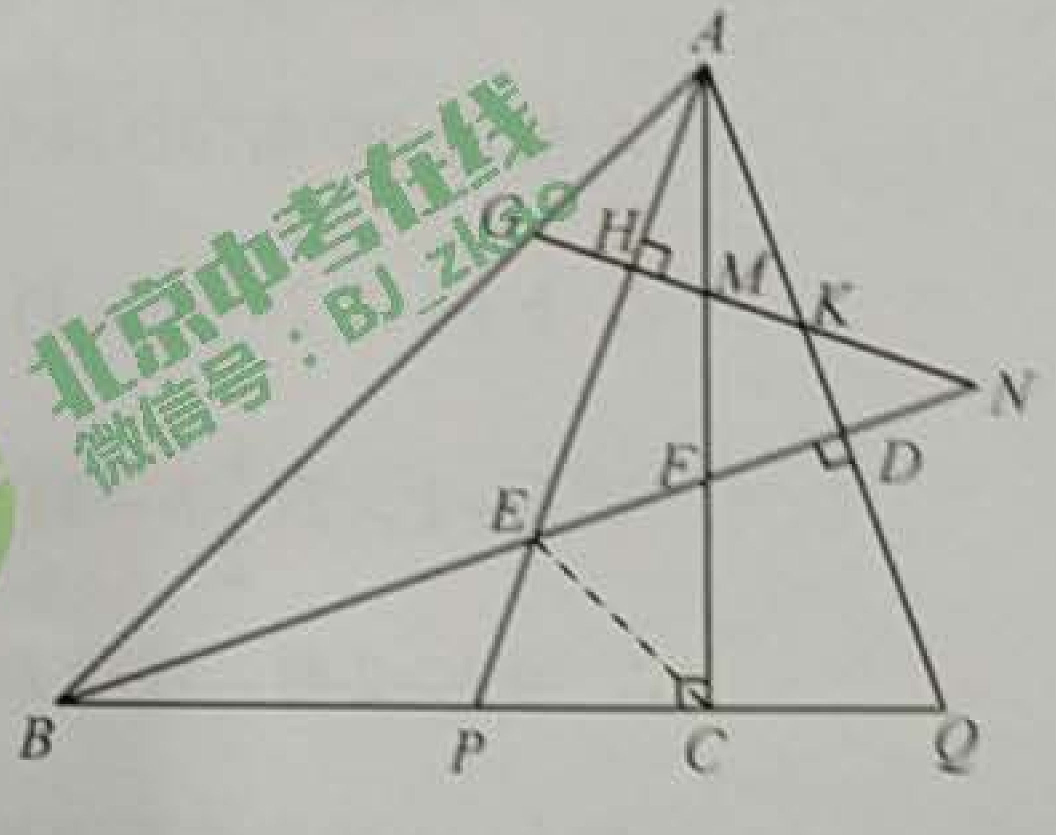


图 2

…………………………………………………………………………7 分

28．解：（1）① $\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\sqrt{3}$；$\sqrt{3}\leqslant CP\leqslant 2$；

② O．

（2）直线 $y=\sqrt{3}x+b$ 与 x 轴、y 轴分别交于点 F，$G(0,b)$．

当 $0<b<1$ 时，线段 FG 在⊙O 的内部，与⊙O 无公共点．

此时⊙O 上的点到线段 FG 的最小距离为 $1-b$，最大距离为 $1+b$．

∵ 线段 FG 与⊙O 满足限距关系，

∴ $1+b\geqslant 2(1-b)$．

解得 $b\geqslant\frac{1}{3}$．

∴ b 的取值范围是 $\frac{1}{3}\leqslant b<1$．

当 $1\leqslant b\leqslant 2$ 时，线段 FG 与⊙O 有公共点，线段 FG 与⊙O 满足限距关系．

当 $b>2$ 时，线段 FG 在⊙O 的外部，与⊙O 无公共点．

此时⊙O 上的点到线段 FG 的最小距离为 $\frac{1}{2}b-1$，最大距离为 $b+1$．

∵ 线段 FG 与⊙O 满足限距关系，

∴ $b+1\geqslant 2(\frac{1}{2}b-1)$．

而 $b+1>2(\frac{1}{2}b-1)$ 总成立．

∴ 当 $b>2$ 时，线段 FG 与⊙O 满足限距关系．

综上，b 的取值范围是 $b\geqslant\frac{1}{3}$．

（3）$0<r\leqslant 3$．

……………………………………………………………………………………7 分