

(A) 一定是 $\frac{1}{2}$

(B) 一定不是 $\frac{1}{2}$

(C) 随着 m 的增大, 越来越接近 $\frac{1}{2}$

(D) 随着 m 的增大, 在 $\frac{1}{2}$ 附近摆动, 呈现一定的稳定性

7. 我国明代数学读本《算法统宗》一书中有这样一道题: 一支竿子一条索, 索比竿子长一托, 对折索子来量竿, 却比竿子短一托, 索和竿子各几何? (1托为5尺) 其大意为: 现有一根竿和一条绳索, 如果用绳索去量竿, 绳索比竿长5尺, 如果将绳索对折后再去量竿, 就比竿短5尺, 那么绳索和竿各长几尺? 设绳索长为 x 尺, 竿长为 y 尺, 根据题意列方程组, 正确的是

(A) $\begin{cases} x-y=5, \\ y-\frac{1}{2}x=5 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x-y=5, \\ \frac{1}{2}x-y=5 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} y-x=5, \\ x-2y=5 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x-y=5, \\ y-2x=5 \end{cases}$

8. 下面三个问题中都有两个变量:

①如图 1, 货车匀速通过隧道 (隧道长大于货车长), 货车在隧道内的长度 y 与从车头进入隧道至车尾离开隧道的时间 x ;

②如图 2, 实线是王大爷从家出发匀速散步行走的路线 (圆心 O 表示王大爷家的位置), 他离家的距离 y 与散步的时间 x ;

③如图 3, 往空杯中匀速倒水, 倒满后停止, 一段时间后, 再匀速倒出杯中的水, 杯中水的体积 y 与所用时间 x

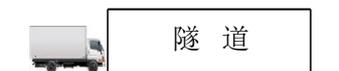


图 1

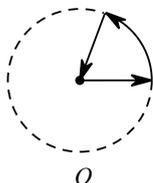


图 2



图 3



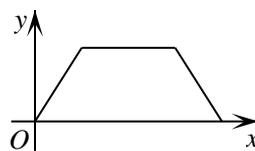
其中, 变量 y 与 x 之间的函数关系大致符合右图的是

(A) ①②

(B) ①③

(C) ②③

(D) ①②③



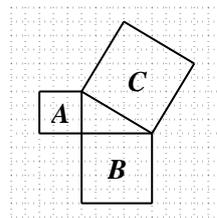
第二部分 非选择题

二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

9. 若 $\sqrt{x-5}$ 在实数范围内有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.

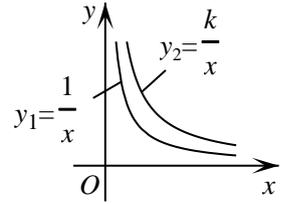
10. 分解因式: $3x^2 - 3y^2 =$ _____.

11. 正十边形的外角和为_____°.



12. 如图所示，正方形网格中，三个正方形 A, B, C 的顶点都在格点上，用等式表示三个正方形的面积 S_A, S_B, S_C 之间的关系_____.

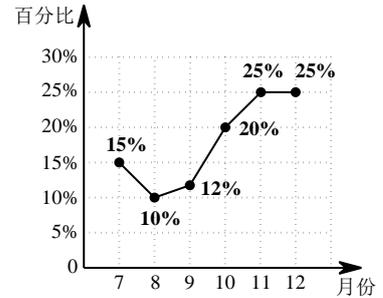
13. 在平面直角坐标系 xOy 中，反比例函数 $y_1 = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) 和 $y_2 = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象如图所示， k 的值可以是_____ (写出一个即可).



14. 若 $a - b = 2$ ，则代数式 $\frac{a^2}{a-b} + \frac{b^2 - 2ab}{a-b}$ 的值为_____.

教育类图书销售额占当月全部图书销售额的百分比折线统计图

15. 右图是某书店 2022 年 7 月至 12 月教育类图书销售额占当月全部图书销售额的百分比折线统计图. 小华认为，8 月份教育类图书销售额比 7 月份减少了. 他的结论_____ (填“正确”或“错误”)，理由是_____.



16. 甲地组织 20 辆汽车装运食品、药品、生活用品三种物资共 100 吨到乙地. 每辆汽车可装运物资的运载量和每吨所需运费如下表.

物资种类	食品	药品	生活用品
每辆汽车运载量/吨	6	5	4
每吨所需运费/元	120	160	100

如果 20 辆汽车都要装运，每辆汽车只能装运同一种物资且必须装满，每种物资至少装运 1 辆车，那么总运费最少的车辆安排方案为：装运食品、药品、生活用品的汽车辆数依次是_____，此时总运费为_____元.

三、解答题 (共 68 分，第 17-21，23 题，每题 5 分，第 22，24-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分)

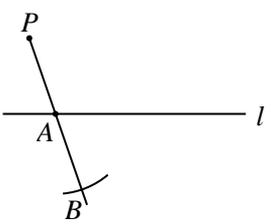
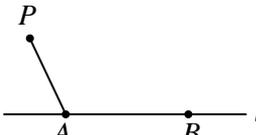
解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算： $2\sin 30^\circ + (-1)^3 - \sqrt{8} + (\frac{1}{2})^{-1}$.

18. 解方程： $\frac{x}{x-1} + \frac{1}{x+1} = 1$.



19. 下面是过直线外一点，作已知直线的平行线的两种方法. 请选择一种作法，使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹），并完成证明.

<p>已知：如图，直线 l 及直线 l 外一点 P. P</p> <p>求作：直线 PQ，使得 $PQ \parallel l$. _____ l</p>	
<p>作法一：如图，</p>  <p>①在直线 l 上取一点 A，作射线 PA，以点 A 为圆心，AP 长为半径画弧，交 PA 的延长线于点 B；</p> <p>②在直线 l 上取一点 C（不与点 A 重合），作射线 BC，以点 C 为圆心，CB 长为半径画弧，交 BC 的延长线于点 Q；</p> <p>③作直线 PQ。</p> <p>所以直线 PQ 就是所求作的直线.</p>	<p>作法二：如图，</p>  <p>①在直线 l 上取两点 A, B，连接 AP；</p> <p>②分别以点 P, B 为圆心，AB, AP 的长为半径画弧，两弧在 l 上方交于点 Q；</p> <p>③作直线 PQ。</p> <p>所以直线 PQ 就是所求作的直线.</p>
<p>证明：∵ $AB = \underline{\hspace{1cm}}$，$CB = \underline{\hspace{1cm}}$， ∴ $PQ \parallel l$ (_____) (填推理的依据)。</p>	<p>证明：连接 BQ。</p> <p>∵ $AP = \underline{\hspace{1cm}}$，$AB = \underline{\hspace{1cm}}$， ∴ 四边形 $APQB$ 是平行四边形 (_____) (填推理的依据)。 ∴ $PQ \parallel l$ (_____) (填推理的依据)。</p>

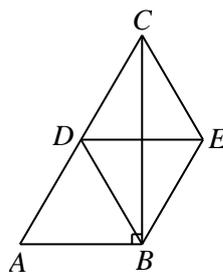
20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2mx + m^2 - 4 = 0$ 。

(1) 求证：该方程总有两个不相等的实数根；

(2) 选择一个 m 的值，使得方程至少有一个正整数根，并求出此时方程的根。



21. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, 点 D 为 AC 的中点, 连接 DB , 过点 C 作 $CE\parallel DB$, 且 $CE=DB$, 连接 BE, DE .

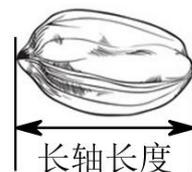


- (1) 求证: 四边形 $BECD$ 是菱形;
 (2) 连接 AE , 当 $\angle ACB=30^\circ$, $AB=2$ 时, 求 AE 的长.

22. 某校兴趣小组在学科实践活动中, 从市场上销售的 A, B 两个品种的花生仁中各随机抽取 30 粒, 测量其长轴长度, 然后对测量数据进行了收集、整理和分析. 下面是部分信息.

a. 两种花生仁的长轴长度统计表:

花生仁长轴长度 (mm)	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
A 品种花生仁粒数	5	10	6	7	2	0	0	0	0	0
B 品种花生仁粒数	0	0	2	3	6	4	5	4	4	2



b. 两种花生仁的长轴长度的平均数、中位数、众数、方差如下:

	平均数	中位数	众数	方差
A 品种花生仁	a	13.5	c	1.4
B 品种花生仁	17.5	b	16	3.9



根据以上信息, 回答下列问题:

- (1) 兴趣小组的同学在进行抽样时, 以下操作正确的是_____ (填序号);
- ①从数量足够多的两种花生仁中挑取颗粒大的各 30 粒;
 - ②将数量足够多的两种花生仁分别放在两个不透明的袋子中, 摇匀后从中各取出 30 粒;
- (2) 写出 a, b, c 的值;
- (3) 学校食堂准备从 A, B 两个品种的花生仁中选购一批做配菜食材, 根据菜品质量要求, 花生仁大小要均匀, 那么兴趣小组应向食堂推荐选购_____ (填“A”或“B”)品种花生仁, 理由是_____.

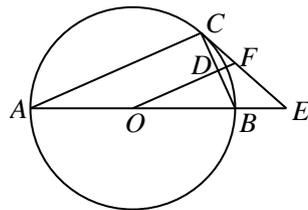
23. 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过点 $(2, 0), (3, 1)$.

- (1) 求这个一次函数的表达式;
- (2) 当 $x>m$ 时, 对于 x 的每一个值, 正比例函数 $y=mx$ 的值大于一次函数 $y=kx+b$ 的值, 直接写出 m 的取值范围.

24. 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 D 是 BC 的中点, 点 E 是 AB 的延长线上的一点, $\angle BCE = \angle BOD$, OD 的延长线交 CE 于点 F .

(1) 求证: CE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\sin E = \frac{2}{3}$, $AC = 5$, 求 DF 的长.



25. 学校新建的体育器材室的一面外墙如图 1 所示, 它的轮廓由抛物线和矩形 $ABCD$ 构成. 数学兴趣小组要为器材室设计一个矩形标牌 $EFGH$, 要求矩形 $EFGH$ 的顶点 E, H 在抛物线上, 顶点 F, G 在矩形 $ABCD$ 的边 AD 上. 为了设计面积最大的矩形 $EFGH$, 兴趣小组对矩形 $EFGH$ 的面积与它的一边 FG 的长之间的关系进行研究.

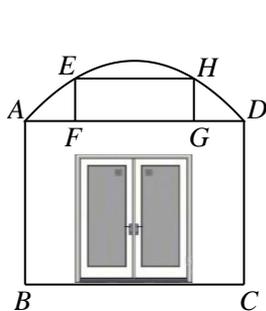


图 1

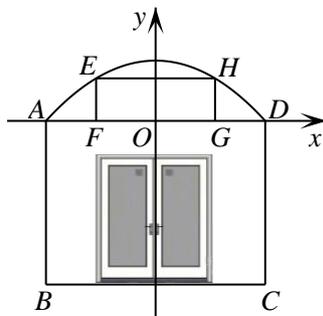


图 2

具体研究过程如下, 请补充完整.

(1) 建立模型:

以 FG 的中点为坐标原点, 建立如图 2 所示的平面直角坐标系 xOy , 通过研究发现, 抛物线满足函数关系 $y = -\frac{1}{4}x^2 + 1$ ($-2 \leq x \leq 2$). 设矩形 $EFGH$ 的面积为 $S \text{ m}^2$, FG 的长为 $a \text{ m}$, 则另一边 HG 的长为 _____ m (用含 a 的代数式表示), 得到 S 与 a 的关系式为: _____ ($0 < a < 4$);

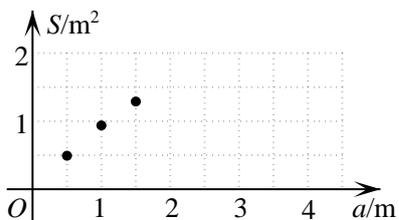
(2) 探究函数:

列出 S 与 a 的几组对应值:

a/m	...	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	...
S/m^2	...	0.49	0.94	1.29	1.50	1.52	1.31	0.82	...

在下面的平面直角坐标系中, 描出表中各组数值对应的点, 并画出该函数的图象;





(3) 解决问题:

结合函数图象得到, FG 的长约为_____ m时, 矩形面积最大.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $(4, 3)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ ($a \neq 0$) 上.

(1) 求抛物线的对称轴;

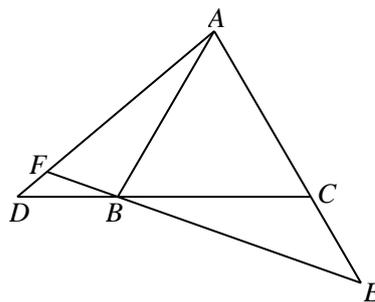
(2) 若点 $(x_1, 5)$, $(x_2, -3)$ 在抛物线上, 求 a 的取值范围;

(3) 若点 (m, y_1) , $(m+1, y_2)$ 在抛物线上, 对于任意的 $m \geq 3$, 都有 $|y_2 - y_1| \geq 3$, 直接写出 a 的取值范围.

27. 如图, 在等边 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别在 CB, AC 的延长线上, 且 $BD = CE$, EB 的延长线交 AD 于点 F .

(1) 求 $\angle AFE$ 的度数;

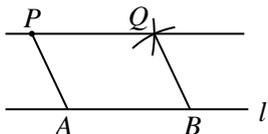
(2) 延长 EF 至点 G , 使 $FG = AF$, 连接 CG 交 AD 于点 H . 依题意补全图形, 猜想线段 CH 与 GH 的数量关系, 并证明.



28. 对于 $\odot W$ 和 $\odot W$ 的弦 PQ ，以 PQ 为边的正方形为 PQ 关于 $\odot W$ 的“关联正方形”. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $T(m, 0)$ ，点 $M(m, -1)$ ，以点 T 为圆心， TM 的长为半径作 $\odot T$ ，点 N 为 $\odot T$ 上的任意一点（不与点 M 重合）.
- (1) 当 $m=0$ 时，若直线 $y=x+t$ 上存在点在 MN 关于 $\odot T$ 的“关联正方形”上，求 t 的取值范围；
- (2) 若点 A 在 MN 关于 $\odot T$ 的“关联正方形”上，点 $B(-m+2, 3)$ 与点 A 的最大距离为 d ，当 d 取最小值时，直接写出此时 m 和 d 的值.



正确补全图形;2分



证明: $\because AP = BQ, AB = PQ,$
 \therefore 四边形 $APQB$ 是平行四边形
 (两组对边分别相等的四边形是平行四边形).
 $\therefore PQ \parallel l$ (平行四边形的对边平行).

.....5分

20. (1) 证明:

$$\because \Delta = b^2 - 4ac = 4m^2 - 4(m^2 - 4) = 16 > 0.$$

\therefore 该方程总有两个不相等的实数根. ...3分

(2) 取 $m=0,$

$$\text{原方程可化为 } x^2 - 4 = 0$$

$$\text{解得 } x_1 = 2, x_2 = -2. \quad \dots\dots 5 \text{分}$$

(答案不唯一, 取符合题意的 m 值相应给分)

21. (1)

证明: $\because CE \parallel DB, \text{ 且 } CE = DB,$

\therefore 四边形 $BECD$ 是平行四边形.

.....1分

$\because \angle ABC = 90^\circ, \text{ 点 } D \text{ 是 } AC \text{ 边中点,}$

$$\therefore BD = \frac{1}{2} AC = CD.$$

\therefore 四边形 $BECD$ 是菱形.2分

(2) 证明: \because 四边形 $BECD$ 是菱形,

$$\therefore AC \parallel BE, CD = BE.$$

\because 点 D 是 AC 中点,

$$\therefore AD = CD = BE.$$

$$\because AD \parallel BE, AD = BE.$$

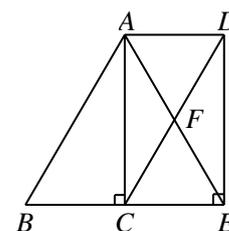
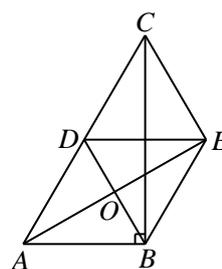
\therefore 四边形 $ABED$ 是平行四边形.

$\because \angle ACB = 30^\circ, \angle ABC = 90^\circ,$

$$\therefore AB = \frac{1}{2} AC = AD.$$

\therefore 四边形 $ABED$ 是菱形.

$$\therefore AE \perp BD, AE = 2AO.$$



$$\therefore \angle AOB = 90^\circ .$$

$$\therefore \angle ACB = 30^\circ ,$$

$$\therefore \angle CAB = 60^\circ .$$

$$\therefore \angle EAB = \frac{1}{2} \angle CAB = 30^\circ .$$

$$\therefore AO = \frac{\sqrt{3}}{2} AB = \sqrt{3} .$$

$$\therefore AE = 2AO = 2\sqrt{3} . \quad \dots\dots 5 \text{ 分}$$

22. 解: (1) ②; $\dots\dots 1 \text{ 分}$

(2) $a=13.7, b=17.5, c=13; \dots\dots 4 \text{ 分}$

(3) A, A 品种花生仁长轴长度方差小, 说明该品种花生仁大小更均匀. 6 分

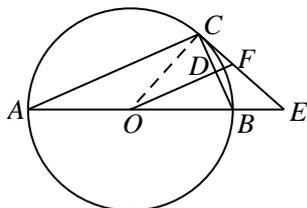
23. 解: (1) \because 一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过点 $(2, 0), (3, 1),$

$$\therefore \begin{cases} 2k+b=0, \\ 3k+b=1 \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k=1, \\ b=-2. \end{cases}$$

\therefore 一次函数表达式为 $y=x-2. \dots 3 \text{ 分}$

(2) $m \geq 1. \dots\dots 5 \text{ 分}$

24. (1) 证明: 连接 $OC.$



$\because D$ 是 BC 的中点,

$\therefore OD \perp BC. \dots\dots 1 \text{ 分}$

$\because OC=OB,$

$\therefore \angle OBC = \angle OCB.$

$\because \angle BOD = \angle BCF,$

$\therefore \angle BOD + \angle OBC = \angle BCF + \angle OCB.$

$\therefore \angle BCF + \angle OCB = 90^\circ . \dots\dots 2 \text{ 分}$

即 $\angle OCE = 90^\circ . \therefore OC \perp CE.$

$\because OC$ 是 $\odot O$ 的半径,

$\therefore CE$ 是 $\odot O$ 的切线. $\dots\dots 3 \text{ 分}$

(2) 解: $\because \angle OCE = 90^\circ , \sin E = \frac{2}{3},$

$$\therefore \frac{OC}{OE} = \frac{2}{3} .$$

设 $OC=2k$, $OE=3k$, 则 $BE=OE-OB=k$.

$$\therefore AE=AB+BE=5k.$$

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ACB=90^\circ$$

$$\therefore \angle ACB=\angle ODB,$$

$$\therefore AC \parallel OF.$$

$$\therefore \triangle EOF \sim \triangle EAC. \quad \dots\dots 4 \text{分}$$

$$\therefore \frac{OF}{AC} = \frac{OE}{AE} = \frac{3}{5}.$$

$$\therefore AC=5,$$

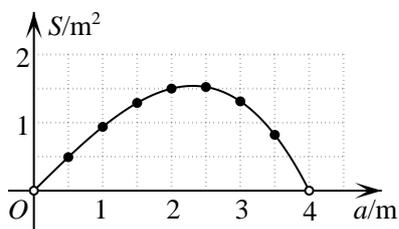
$$\therefore OF=3. \quad \dots\dots 5 \text{分}$$

$$\because CD=BD, AO=BO, \therefore OD = \frac{1}{2} AC = \frac{5}{2}.$$

$$\therefore DF=OF-OD = \frac{1}{2}. \quad \dots\dots 6 \text{分}$$

25. 解: (1) $(-\frac{a^2}{16}+1)$, $S = -\frac{a^3}{16}+a$; 2分

(2) 正确画出该函数的图象; ...4分



(3) 2.3.6分

26. 解: (1) 由题意得抛物线经过点 $(0, 3)$ 和点 $(4, 3)$,

$$\therefore \text{抛物线的对称轴 } x = \frac{0+4}{2} = 2. \quad \dots 1 \text{分}$$

$$(2) \because \text{抛物线的对称轴 } x = -\frac{b}{2a} = 2,$$

$$\therefore b = -4a.$$

$$\therefore \text{抛物线顶点坐标为 } 2, 3-4a.$$

\because 点 $(x_1, 5)$, $(x_2, -3)$ 在抛物线上,

$$\therefore \text{当 } a > 0 \text{ 时, } 3-4a \leq -3, \text{ 解得 } a \geq \frac{3}{2};$$

$$\text{当 } a < 0 \text{ 时, } 3-4a \geq 5, \text{ 解得 } a \leq -\frac{1}{2}.$$

综上所述, $a \geq \frac{3}{2}$ 或 $a \leq -\frac{1}{2}$4分

(3) $a \geq 1$ 或 $a \leq -1$6分

27. (1) 解: \because 等边 $\triangle ABC$,

$$\therefore AB=BC, \angle ACB=\angle ABC=60^\circ .$$

$$\therefore \angle ABD=\angle BCE=120^\circ .$$

$$\because CE=BD,$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle BCE. \quad \text{.....1分}$$

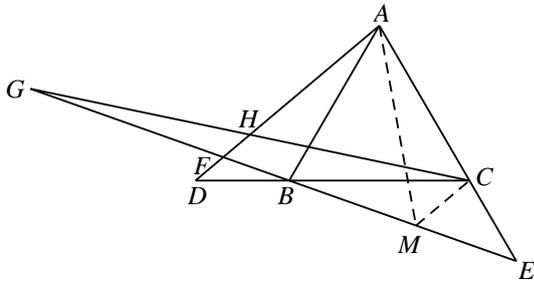
$$\therefore \angle D=\angle E.$$

$$\because \angle DBF=\angle CBE,$$

$$\therefore \angle D+\angle DBF=\angle E+\angle CBE.$$

$$\text{即 } \angle AFE=\angle ACB=60^\circ . \quad \text{.....2分}$$

(2) 正确补全图形;



.....3分

$$CH=GH; \quad \text{.....4分}$$

证明: 在 EF 上截取 $FM=FA$, 连接 AM, CM .

$$\because \angle AFE=60^\circ ,$$

$$\therefore \triangle AFM \text{ 是等边三角形.}$$

$$\therefore \angle FAM=\angle AFM=60^\circ , AM=AF=MF.$$

$$\because \triangle ABC \text{ 是等边三角形,}$$

$$\therefore \angle BAC=60^\circ , AB=AC.$$

$$\therefore \angle BAC-\angle MAB=\angle FAM-\angle MAB.$$

$$\text{即 } \angle CAM=\angle BAF.$$

$$\therefore \triangle ACM \cong \triangle ABF. \quad \text{.....5分}$$

$$\therefore \angle AMC=\angle AFE=60^\circ .$$

$$\therefore \angle CMF=\angle AMC+\angle AMB=120^\circ .$$

$$\therefore \angle CMF+\angle AFE=180^\circ .$$

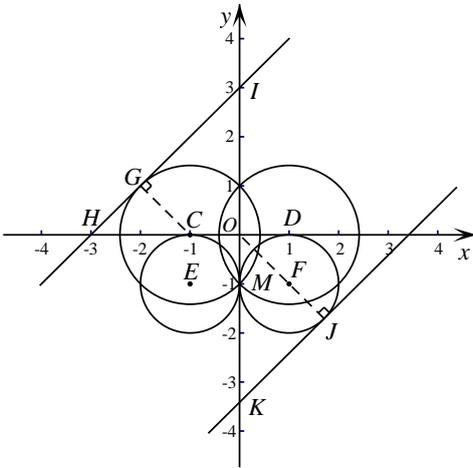
$$\therefore CM \parallel HF. \quad \text{.....6分}$$

$$\therefore \frac{GH}{CH} = \frac{GF}{MF} .$$

$$\because FM=AF, AF=GF, \therefore FM=GF.$$

$$\therefore CH=GH. \quad \dots\dots 7 \text{分}$$

28. 解: (1)



如图, MN 关于 $\odot T$ 的“关联正方形”上的所有点在以 $C(-1, 0)$ 和 $D(1, 0)$ 为圆心, $\sqrt{2}$ 为半径, 以 $E(-1, -1)$, $F(1, -1)$ 和 $O(0, 0)$ 为圆心, 1 为半径的五个圆上及圆内. 由直线 $y=x+t$ 上存在点在 MN 关于 $\odot T$ 的“关联正方形”上, 可知: 当直线与 $\odot C$ 相切时, 设切点为 G , 交 x 轴于点 H , 交 y 轴于点 I , 由 $CG=\sqrt{2}$, 得 $CH=2$,

$$\therefore OH=OI=3, \text{ 此时 } t=3;$$

当直线与 $\odot F$ 相切时, 设切点为 J , 交 y 轴于点 K , 由 $OJ=1+\sqrt{2}$, $OK=\sqrt{2} OJ=\sqrt{2}+2$,

$$\therefore \text{此时 } t=-\sqrt{2}-2.$$

综上所述, $-\sqrt{2}-2 \leq t \leq 3$3 分

$$(2) m=1; d=\sqrt{17}+1. \quad \dots\dots 7 \text{分}$$