



# 门头沟区 2023 年初三年级综合练习 (二)

## 数学试卷

2023.5

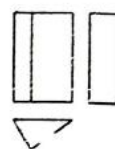
考生须知	1. 本试卷共 8 页, 共三道大题, 28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
	2. 在试卷和答题卡上准确填写学校和姓名, 并将条形码粘贴在答题卡相应位置处。
	3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上, 在试卷上作答无效。
	4. 在答题卡上, 选择题、作图题用 2B 铅笔作答, 其它试题用黑色字迹签字笔作答。
	5. 考试结束, 将试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

### 一、选择题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

第 1-8 题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个。

1. 下图是某几何体的三视图, 该几何体是

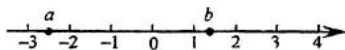
- A. 圆柱                      B. 圆锥                      C. 长方体                      D. 三棱柱



2. 如果代数式  $\frac{3}{x-2}$  有意义, 那么实数  $x$  的取值范围是

- A.  $x \neq 2$                       B.  $x > 2$                       C.  $x \geq 2$                       D.  $x \leq 2$

3. 实数  $a, b$  在数轴上的对应点的位置如图所示, 下列结论中正确的是



- A.  $a > -2$                       B.  $b < 1$                       C.  $a > b$                       D.  $-a > b$

4. 方程组  $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x-y=1 \end{cases}$  的解为

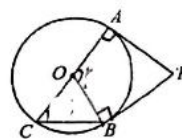
- A.  $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$                       B.  $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$                       C.  $\begin{cases} x=1 \\ y=4 \end{cases}$                       D.  $\begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases}$

5. 如果数据  $x_1, x_2, x_3, x_4$  的平均数为 10, 那么数据  $x_1+1, x_2+2, x_3+3, x_4+4$  的平均数是

- A. 10                      B. 11                      C. 12.5                      D. 13

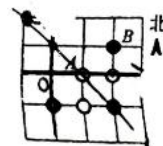
6. 如图,  $AC$  为  $\odot O$  的直径,  $PA, PB$  分别与  $\odot O$  相切于点  $A, B$ , 当  $\angle ACB = 55^\circ$  时,  $\angle P$  的大小为

- A.  $60^\circ$                       B.  $70^\circ$                       C.  $80^\circ$                       D.  $90^\circ$



7. 如图, 在棋盘上摆放着 6 枚棋子, 分别以正东、正北方向为  $x$  轴、 $y$  轴的正方向建立平面直角坐标系. 如果白棋  $A$  的坐标为  $(1, 0)$ , 黑棋  $B$  的坐标为  $(2, 1)$ , 当放入第 4 枚黑棋  $C$  时, 所有棋子恰好组成轴对称图形, 黑棋  $C$  的坐标不可能是

- A.  $(0, 1)$                       B.  $(1, 1)$                       C.  $(-1, 2)$                       D.  $(3, -2)$





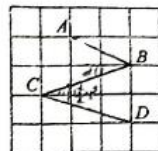
8. 如图, 圆柱的侧面积为  $10\text{m}^2$ . 记圆柱的底面半径为  $x\text{m}$ , 底面周长为  $l\text{m}$ , 高为  $h\text{m}$ . 当  $x$  在一定范围内变化时,  $l$  和  $h$  都随  $x$  的变化而变化, 则  $l$  与  $x$ ,  $h$  与  $x$  满足的函数关系分别是
- A. 一次函数关系, 二次函数关系      B. 反比例函数关系, 二次函数关系  
 C. 正比例函数关系, 反比例函数关系      D. 正比例函数关系, 一次函数关系



二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 分解因式:  $m^3 - mn^2 =$  \_\_\_\_\_

10. 如图所示的网格是正方形网格, 点  $A, B, C, D$  是网格线的交点, 那么  $\angle ABC$  \_\_\_\_\_  $\angle BCD$  (填 “>” “<” 或 “=”).



11. 已知  $\sqrt{m}$  是无理数, 且  $2 < \sqrt{m} < 3$ , 请写出一个满足条件的  $m$  值 \_\_\_\_\_.

12. 投壶是中国古代一种传统礼仪和宴饮游戏. 下表记录了一组游戏参与者的投壶结果.

投壶次数 $n$	50	100	150	200	250	300	400	500
投中次数 $m$	28	46	72	104	125	153	200	250
投中频率 $\frac{m}{n}$	0.56	0.46	0.48	0.52	0.50	0.51	0.50	0.50

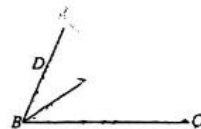


根据以上数据, 估计这组游戏参与者投中的概率约为 \_\_\_\_\_ (结果精确到 0.1).

13. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 一次函数  $y = kx + 1$  ( $k \neq 0$ ) 的图象经过点  $P_1(-2, y_1)$ ,  $P_2(1, y_2)$ , 且  $y_1 > y_2$ , 则  $k$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

14. 如果  $a + b = \sqrt{2}$ , 那么代数式  $\left(\frac{a^2}{b} - b\right) \cdot \frac{b}{a-b}$  的值是 \_\_\_\_\_

15. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $CD$  是  $AB$  边上的高线,  $\angle ABC$  的平分线交  $CD$  于  $E$ , 当  $BC = 4$ ,  $\triangle BCE$  的面积为 2 时,  $DE$  的长为 \_\_\_\_\_.



16. “端午节”是中国的传统佳节, 为了传承中华民族传统文化, 某学校组织“端午”知识测试. 测试的试题由 6 道判断题组成, 被测试人员只要画 “√” 或画 “×” 表示出对各题的正误判断即可, 每小题判断正确得 1 分, 判断错误得 0 分. 现有甲, 乙, 丙, 丁四位同学对 6 道试题的判断与得分的结果如下:

	第 1 题	第 2 题	第 3 题	第 4 题	第 5 题	第 6 题	得分
甲	√	×	×		×	×	4 分
乙	×	√	×	×		×	4 分
丙	×	√	-		×		4 分
丁	×	×	×		×	×	?

根据以上结果, 可以推断丁的得分是 \_\_\_\_\_ 分.

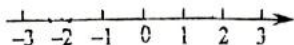


三、解答题(本题共 68 分, 第 17~22 题每小题 5 分, 第 23~26 题每小题 6 分, 第 27~28 题每小题 7 分)

解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 计算:  $(\pi - 2)^0 + |-3| - 2\sin 60^\circ + \sqrt{12}$ .

18. 解不等式  $\frac{x}{2} - 1 < \frac{5x + 2}{4}$ , 并把它的解集在数轴上表示出来.



19. 下面是小亮同学设计的“作三角形一边上的高线”的尺规作图过程.

已知: 如图,  $\triangle ABC$ .

求作: 线段  $BP$ , 使  $BP \perp AC$  于  $P$ .



- 作法: ①分别以  $B, C$  为圆心, 大于  $\frac{1}{2}BC$  的同样长为半径作弧,  
 两弧分别交于点  $D, E$ , 作直线  $DE$ , 交  $BC$  于点  $O$ ;  
 ②以  $O$  为圆心,  $OB$  长为半径作圆, 交  $AC$  于点  $P$ ;  
 ③连接  $BP$ ;  
 $\therefore$  线段  $BP$  为所求的线段.

根据小亮同学设计的尺规作图过程,

- (1) 使用直尺和圆规, 依作法补全图形 (保留作图痕迹);  
 (2) 完成下面的证明.

证明: 连接  $DB, DC, EB, EC$ .

$\therefore DB = DC, EB = EC,$

$\therefore DE$  垂直平分线段  $BC$  ( ) (填推理依据).

$\therefore$  点  $O$  是线段  $BC$  的中点.

$\therefore BC$  是  $\odot O$  的直径.

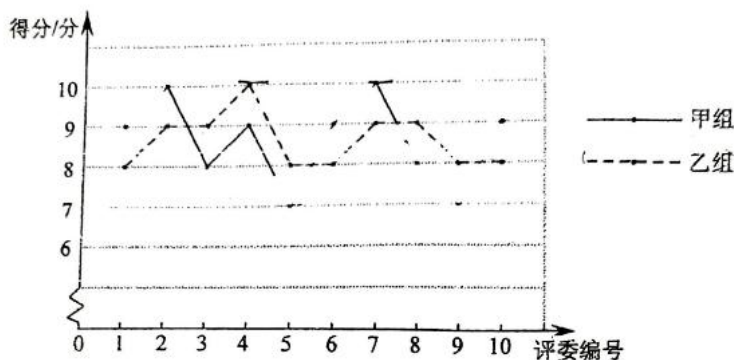
$\therefore \angle BPC = \underline{\quad}^\circ$  ( ) (填推理依据).

$\therefore BP \perp AC$ .



23. 门头沟区深挖区域绿水青山教育资源，以区域山水和历史人文资源为素材，开展跨学科实践活动。某校为调研学生的学习成效，举办“跨学科综合实践活动”成果作品比赛，十名评委对每组同学的参赛作品进行现场打分。对参加比赛的甲、乙、丙三组同学参赛作品得分（单位：分）的数据进行整理、描述和分析，下面给出了部分信息。

a. 甲、乙两组同学参赛作品得分的折线图：



b. 丙组同学参赛作品得分：

9 4 9 9 10 9 10 8 8 10

c. 甲、乙、丙三组同学参赛作品得分的平均数、众数、中位数如下：

	平均数	众数	中位数
甲组	8.6	9	9
乙组	8.6	$a$	8.5
丙组	8.6	9	$b$

根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 表中  $a =$  \_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_;
- (2) 在参加比赛的小组中，如果某组同学参赛作品得分的 10 个数据的方差越小，则认为评委对该组同学参赛作品的评价越一致。据此推断：在甲、乙两组同学中，评委对\_\_\_\_\_组同学的参赛作品评价更一致（填“甲”或“乙”）；
- (3) 如果每组同学的最后得分为去掉十名评委打分中的一个最高分和一个最低分后的平均分，最后得分越高，则认为该组同学的参赛作品越优秀。据此推断：在甲、乙、丙三组同学中，参赛作品最优秀的是\_\_\_\_\_组同学（填“甲”“乙”或“丙”）。

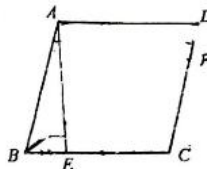


20. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 2kx + k^2 - 1 = 0$ .

- (1) 求证：方程有两个不相等的实数根；  
 (2) 如果此方程的一个根为1，求  $k$  的值.

21. 如图，在  $\square ABCD$  中， $AE \perp BC$  于  $E$ ， $AF \perp CD$  于  $F$ ，且  $BE = DF$ .

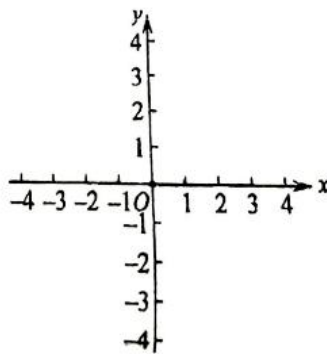
- (1) 求证： $\square ABCD$  是菱形；  
 (2) 连接  $AC$ ， $BD$  交于点  $O$ ，当  $\cos \angle ACB = \frac{3}{5}$ ， $AC = 6$  时，  
 求  $\square ABCD$  的面积.



22. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，一次函数  $y = x + 1$  的图象与反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 的图象都经

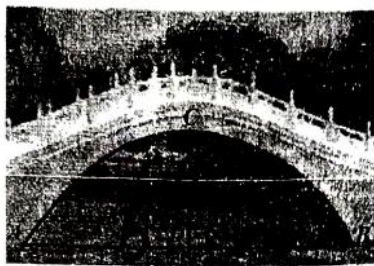
过点  $A(1, m)$ .

- (1) 求  $m$  的值及反比例函数的表达式；  
 (2) 过点  $P(0, n)$  作平行于  $x$  轴的直线  $l$ ，若直线  $l$  与一次函数  $y = x + 1$  和反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 的图象分别交于点  $C(x_1, y_1)$ ， $D(x_2, y_2)$ ，当  $x_1 < x_2$  时，直接写出  $n$  的取值范围.

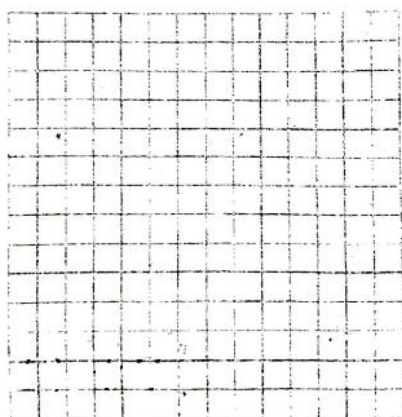




24. 如图是某公园人工湖上的一座拱桥的示意图，其截面形状可以看作是抛物线的一部分。经测量拱桥的跨度  $AB$  为 12 米，拱桥顶面最高处到水面的距离  $CD$  为 4 米。



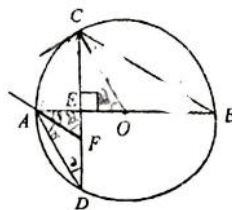
- (1) 在边长为 1 的正方形网格中建立适当的平面直角坐标系，根据已知数据描出点  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ，并用平滑曲线连接；



- (2) 结合 (1) 中所画图象，求出该抛物线的表达式；  
 (3) 现有一游船（截面为矩形）宽度为 4 米，顶棚到水面的高度为 2.8 米。当游船从拱桥正下方通过时，为保证安全，要求顶棚到拱桥顶面的距离应大于 0.5 米，请判断该游船能否安全通过此拱桥。

25. 如图， $AB$  是  $\odot O$  直径，弦  $CD \perp AB$  于  $E$ ，点  $F$  在  $CD$  上，且  $AF = DF$ ，连接  $AD$ ,  $BC$ 。

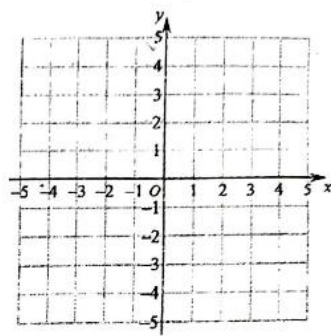
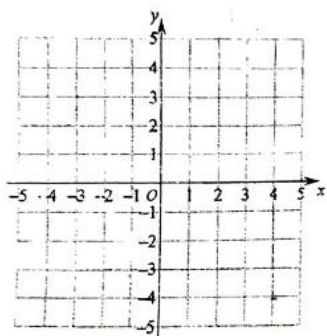
- (1) 求证： $\angle FAD = \angle B$ ；  
 (2) 延长  $FA$  到  $P$ ，使  $FP = FC$ ，作直线  $CP$ 。如果  $AF \parallel BC$ ，  
 求证：直线  $CP$  为  $\odot O$  的切线。





26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 设二次函数  $y = ax^2 - 2ax + 1$  ( $a \neq 0$ ) 的图象为抛物线  $G$ .

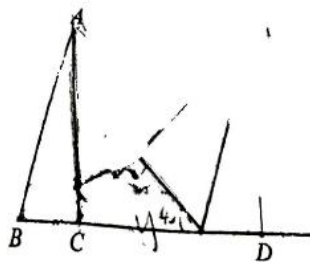
- (1) 求抛物线  $G$  的对称轴及其图象与  $y$  轴的交点坐标;
- (2) 如果抛物线  $G'$  与抛物线  $G$  关于  $x$  轴对称, 直接写出抛物线  $G'$  的表达式;
- (3) 横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 记抛物线  $G$  与抛物线  $G'$  围成的封闭区域(不包括边界)为  $W$ .
  - ①当  $a = 3$  时, 直接写出区域  $W$  内的整点个数;
  - ②如果区域  $W$  内恰有 5 个整点, 结合函数图象, 求  $a$  的取值范围.



备用图

27. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ , 点  $D$  在  $BC$  延长线上, 且  $DC = AC$ , 将  $\triangle ABC$  沿  $BC$  方向平移, 使点  $C$  移动到点  $D$ , 点  $A$  移动到点  $E$ , 点  $B$  移动到点  $F$ , 得到  $\triangle EFD$ , 连接  $CE$ , 过点  $F$  作  $FG \perp CE$  于  $G$ .

- (1) 依题意补全图形;
- (2) 求证:  $CG = FG$ ;
- (3) 连接  $BG$ , 用等式表示线段  $BG$ ,  $EF$  的数量关系, 并证明.





28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 线段  $AB=4$ , 点  $M, N$  在线段  $AB$  上, 且  $MN=2$ ,  $P$  为  $MN$  的中点, 如果任取一点  $Q$ , 将点  $Q$  绕点  $P$  顺时针旋转  $180^\circ$  得到点  $Q'$ , 则称点  $Q'$  为点  $Q$  关于线段  $AB$  的“旋平点”.

(1) 如图 1, 已知  $A(-1, 0)$ ,  $B(3, 0)$ ,  $Q(1, 2)$ , 如果  $Q'(a, b)$  为点  $Q$  关于线段  $AB$  的“旋平点”, 画出示意图, 写出  $a$  的取值范围;

(2) 如图 2,  $\odot O$  的半径为 3, 点  $A, B$  在  $\odot O$  上, 点  $Q(1, 0)$ , 如果在直线  $x=m$  上存在点  $Q$  关于线段  $AB$  的“旋平点”, 求  $m$  的取值范围.

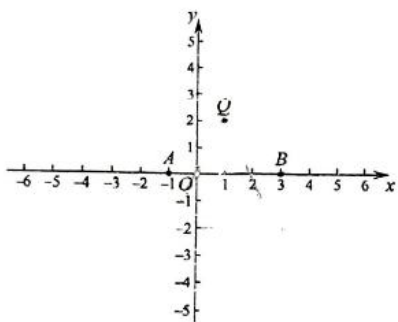


图 1

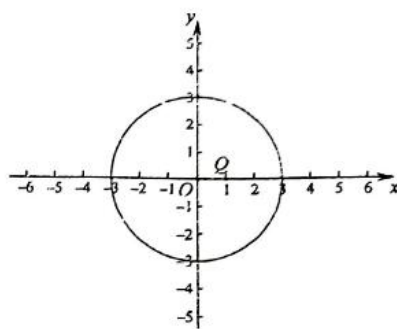


图 2