

2023 北京顺义初二（上）期末

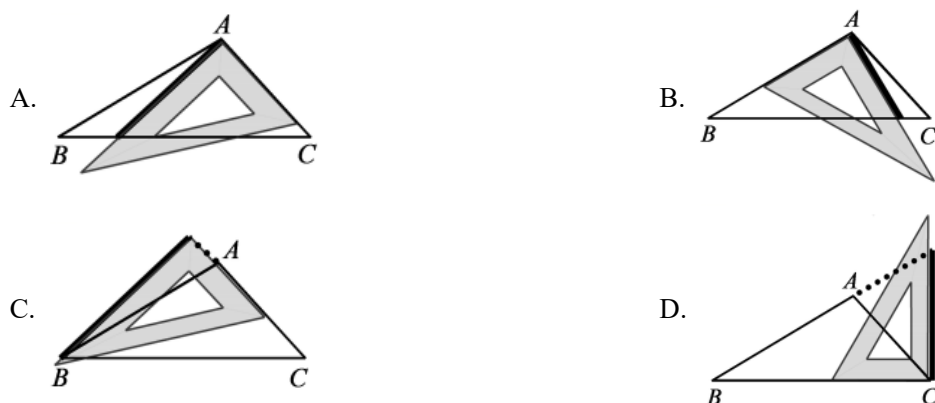
数 学

一、选择题（共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）下列各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

1. 4 的算术平方根是（ ）

- A. 2 B. ± 2 C. $\sqrt{2}$ D. 16

2. 利用直角三角板，作 $\triangle ABC$ 的高线，下列作法正确的是（ ）



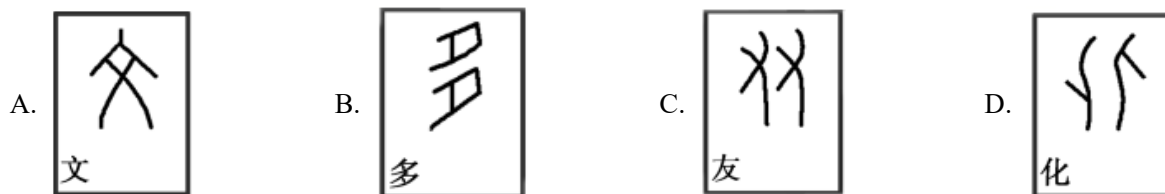
3. 下列各数中，无理数是（ ）

- A. 0 B. $\sqrt[3]{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\sqrt{9}$

4. 下列事件中，属于随机事件 是（ ）

- A. 太阳从西边升起来了
 B. 张叔叔申请了北京市小客车购买指标，在申请后的第一次“摇号”时就中签
 C. 任意投掷一枚骰子，面朝上的点数是 7
 D. 用长度分别是 2cm，4cm，5cm 的三条线段首尾顺次相接可组成一个三角形

5. 甲骨文是中国 一种古代文字，是汉字的早期形式，有时候也被认为是汉字的书体之一，也是现存中国王朝时期最古老的一种成熟文字. 下图为甲骨文对照表中的四个字，若把这四个甲骨文的文字抽象为几何图形，其中最接近轴对称图形的是（ ）



6. 如果把分式 $\frac{2m}{m-n}$ 中的 m ， n 都扩大为原来的 2 倍，那么分式的值（ ）

- A. 扩大为原来的 2 倍 B. 缩小为原来的 $\frac{1}{2}$
 C. 扩大为原来的 4 倍 D. 不变

7. 解方程 $\frac{3}{x-1} = 1 - \frac{x}{x+1}$, 去分母后正确的是 ()

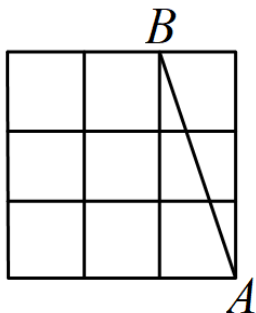
A. $3(x+1) = 1 - x(x-1)$

B. $3(x+1) = (x+1)(x-1) - x(x-1)$

C. $3(x+1) = (x+1)(x-1) - x(x+1)$

D. $3(x-1) = 1 - x(x+1)$

8. 如图, 每个小方格的边长为 1, A, B 两点都在小方格的顶点上, 点 C 也是图中小方格的顶点, 并且 $\triangle ABC$ 是等腰三角形, 那么点 C 的个数为 ().



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

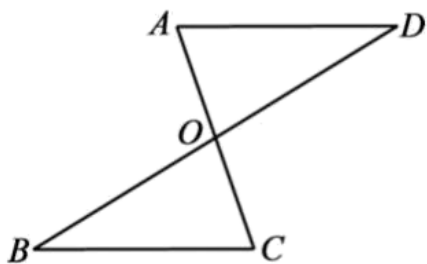
二、填空题 (共 8 道小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

9. 若分式 $\frac{x+1}{x}$ 值为 0, 则 x 的值为_____.

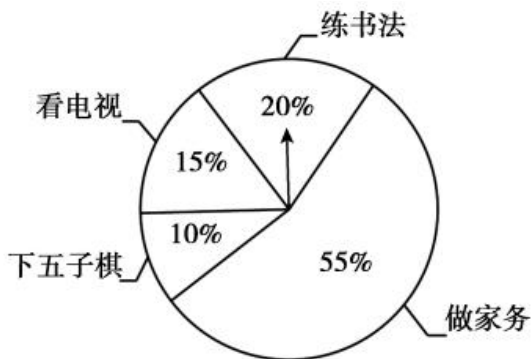
10. 已知 $\sqrt{x-3}$ 是二次根式, 则 x 的取值范围是_____.

11 计算: $\left(-\frac{a}{2b}\right)^2 \div \left(-\frac{a^2}{3b}\right) =$ _____.

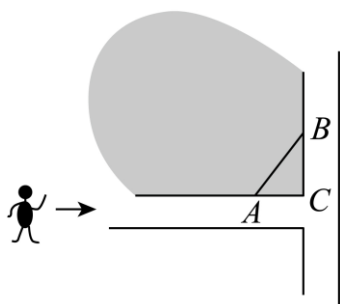
12. 如图, AC 与 BD 相交于点 O , $OA = OC$, 那么要得到 $\triangle AOD \cong \triangle COB$, 可以添加一个条件是_____ (填一个即可).



13. 居家上网课期间, 小燕在学习之余与妈妈要玩一次转盘游戏, 选项与所占比例如图所示, 则她不看电视的可能性为_____.

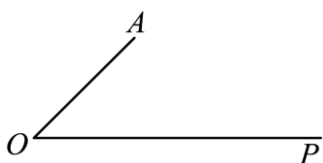


14. 如图是某路口处草坪的一角，当行走路线是 $A \rightarrow C \rightarrow B$ 时，有人为了抄近道而避开路的拐角 $\angle ACB$ ($\angle ACB = 90^\circ$)，于是在草坪内走出了一条不该有的捷径路 AB . 某学习实践小组通过测量可知， AC 的长约为 6 米， BC 的长约为 8 米，为了提醒居民爱护草坪，他们想在 A, B 处设立“踏破青白可惜，多行数步无妨”的提示牌. 则提示牌上的“多行数步”是指多行_____米.



15. 对于两个非零的实数 a, b , 定义新运算 $a \ast b = \frac{1}{b} - \frac{1}{a}$. 例如: $4 \ast 3 = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$. 则 $2 \ast (-2) =$ _____; 若 $2 \ast (2x-1) = 1$, 则 x 的值为_____.

16. 如图, $OA = 2\sqrt{2}$, $\angle AOP = 45^\circ$, 点 B 在射线 OP 上, 若 $\triangle AOB$ 为钝角三角形, 则线段 OB 长的取值范围是_____.



三、解答题 (共 14 道小题, 17, 18, 19, 25 每小题 4 分, 20-24, 26, 28, 29 每小题 5 分, 27, 30 每小题 6 分, 共 68 分)

17. 计算:

(1) $\frac{2}{3x^2} \cdot \frac{x^3}{6}$;

(2) $\frac{1}{3a} - \frac{1}{6b}$.

18. 计算:

(1) $\sqrt{8} + \sqrt{2}$;

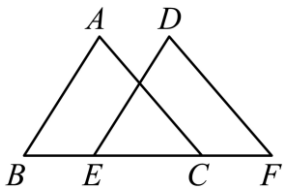
(2) $\sqrt{12} \div \sqrt{6}$.

19. 计算: $\left(\frac{a+1}{a-1} + \frac{1-a}{a+1}\right) \cdot \frac{a+1}{a}$.

20. 计算: $\sqrt[3]{27} + |-\sqrt{3}| - \frac{3}{\sqrt{3}}$.

21. 计算: $(\sqrt{6} - \sqrt{3})^2 - \sqrt{2}\left(\sqrt{8} - \sqrt{\frac{1}{2}}\right)$.

22. 已知: 如图, $AB=DE$, $AC=DF$, $BE=CF$. 求证: $\angle A = \angle D$.



23. 先化简, 再求值: $\frac{1}{x-1} \div \frac{x+2}{x^2-x} - \frac{x-1}{x+2}$, 其中 $x = \sqrt{2} - 2$.

24. 下面是晓东设计的“经过已知直线外一点作这条直线的垂线”的尺规作图过程.

•P

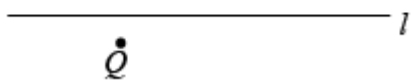


已知: 直线 l 及直线 l 外一点 P .

求作: 直线 l 的垂线, 使其经过点 P .

作法: 如图,

•P



①任取一点 Q , 使点 Q 与点 P 在直线 l 两侧;

②以 P 为圆心, PQ 长为半径作弧交直线 l 于 A , B 两点;

③分别以 A , B 为圆心, AP 长为半径作弧, 两弧在直线 l 下方交于点 C ;

④作直线 PC .

所以直线 PC 为所求作的垂线.

根据晓东设计的尺规作图过程,

(1) 使用直尺和圆规, 补全图形: (保留作图痕迹)

(2) 完成下面的证明.

证明: 连接 PA , PB , AC , BC ,

$\because PA = PB,$

\therefore 点 P 在线段 AB 的垂直平分线上 () (填推理的依据).

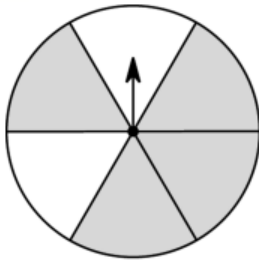
\because _____,

\therefore 点 C 在线段 AB 的垂直平分线上.

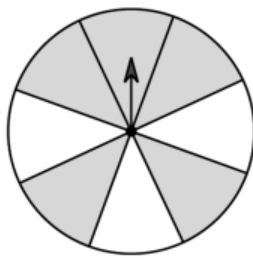
\therefore 直线 PC 为线段 AB 的垂直平分线.

即 $PC \perp l$.

25. 如图所示, 有两个质地均匀且可以转动的转盘, 转盘一被分成 6 个全等的扇形区域, 转盘二被分成 8 个全等的扇形区域. 在转盘的适当地方涂上灰色, 未涂色部分为白色. 用力转动转盘, 请你通过计算判断, 当转盘停止后哪一个转盘指针指向灰色的可能性大.



转盘一



转盘二

26. 一些数按某种规律排列如下:

第一行				1	$\sqrt{2}$			
第二行			$\sqrt{3}$	2	$\sqrt{5}$	$\sqrt{6}$		
第三行		$\sqrt{7}$	$2\sqrt{2}$	3	$\sqrt{10}$	$\sqrt{11}$	$2\sqrt{3}$	
第四行	$\sqrt{13}$	$\sqrt{14}$	$\sqrt{15}$	4	$\sqrt{17}$	$3\sqrt{2}$	$\sqrt{19}$	$2\sqrt{5}$
.....								

(1) 根据排列的规律, 写出第 5 行从左数第 4 个数;

(2) 写出第 n (n 是正整数) 行, 从左数第 $n+1$ 个数 (用含 n 的代数式表示).

27. 数学课上, 同学们兴致勃勃地探讨着利用不同画图工具画角的平分线的方法.

小惠说: 如图, 我用两把完全相同的直尺可以作出角的平分线. 画法如下:

① 第一把直尺按图 1 所示放置, 使一条边和射线 OB 对齐;

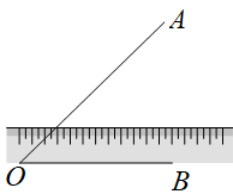


图1

② 第二把直尺按图 2 所示放置, 使一条边和射线 OA 对齐;

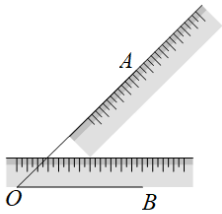


图2

如图 3，两把直尺的另一条边相交于点 P ，作射线 OP 。射线 OP 是 $\angle AOB$ 的平分线。

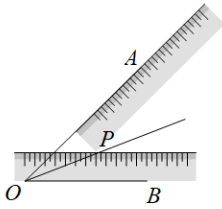


图3

小旭说：我用两个直角三角板可以画角的平分线。

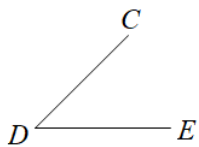
小宇说：只用一把刻度尺就可以画角的平分线。

.....

请你也参与探讨，解决以下问题：

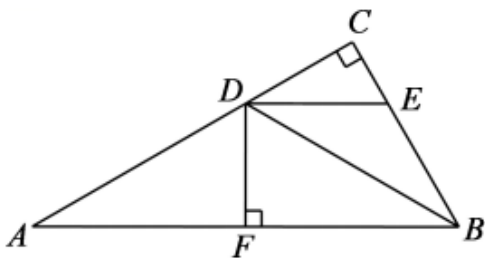
(1) 小惠的做法正确吗？如果正确，请说明依据，如果不正确，请说明理由；

(2) 请你参考小旭或小宇的思路，或根据自己的思路，画出下图中 $\angle CDE$ 的平分线，并简述画图的过程。



28. 某中学为配合开展“垃圾分类进校园”活动，新购买了一批不同型号的垃圾桶，学校先用 2400 元购买了一批给班级使用的小号垃圾桶，再用 3200 元购买了一批放在户外使用的大号垃圾桶，已知一个大号垃圾桶的价格是小号垃圾桶的 4 倍。且大号垃圾桶购买的数量比小号垃圾桶少 50 个，求一个小号垃圾桶的价格。

29. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， BD 分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 D ，过点 D 作 $DE \parallel AB$ 交 BC 于点 E ， $DF \perp AB$ ，垂足为点 F 。

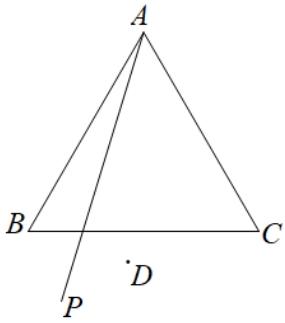


(1) 求证： $BE = DE$ ；

(2) 若 $DE = 2$ ， $DF = \sqrt{3}$ ，求 BD 的长。

30. 如图， $\triangle ABC$ 为等边三角形，在 $\angle BAC$ 内作射线 AP ($\angle BAP < 30^\circ$)，点 B 关于射线 AP 的对称点为点

D ，连接 AD ，作射线 CD 交 AP 于点 E ，连接 BE 。



- (1) 依题意补全图形；
- (2) 设 $\angle BAP = \alpha$ ，求 $\angle BCE$ 的大小（用含 α 的代数式表示）；
- (3) 用等式表示 EA ， EB ， EC 之间的数量关系，并证明。

参考答案

一、选择题（共8道小题，每小题2分，共16分）下列各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的.

1. 【答案】A

【解析】

【分析】根据算术平方根的定义，进行求解即可.

【详解】解：4的算术平方根是 $\sqrt{4} = 2$ ；

故选A.

【点睛】本题考查算术平方根. 熟练掌握算术平方根的定义：一个非负数 x 的平方为 a ，则 x 叫做 a 的算术平方根，是解题的关键.

2. 【答案】C

【解析】

【分析】根据三角形高线的定义，从三角形的一个顶点出发引对边的垂线，顶点与垂足所连线段即为三角形的高线，进行判断即可.

【详解】解：由三角形的高线的定义可知：

A、作法错误，不符合题意；

B、作法错误，不符合题意；

C、作法正确，符合题意；

D、作法错误，不符合题意；

故选C.

【点睛】本题考查三角形的高线. 熟练掌握三角形的高线的定义，是解题的关键.

3. 【答案】B

【解析】

【分析】无理数就是无限不循环小数. 理解无理数概念，一定要同时理解有理数的概念，有理数是整数与分数的统称. 即有限小数和无限循环小数是有理数，而无限不循环小数是无理数. 由此即可判定选择项.

【详解】解：A. 0是有理数中的整数，故不符合题意；

B. $\sqrt[3]{2}$ 是无理数，符合题意；

C. $\frac{1}{3}$ 是有理数中的分数，故不符合题意；

D. $\sqrt{9} = 3$ 是有理数中的整数，故不符合题意；

故选B.

【点睛】本题考查了无理数的识别，无限不循环小数叫无理数，初中范围内常见的无理数有三类：① π 类，如 2π ， $\frac{\pi}{3}$ 等；②开方开不尽的数，如 $\sqrt{2}$ ， $\sqrt[3]{5}$ 等；③虽有规律但却是无限不循环的小数，如0.1010010001...（两个1之间依次增加1个0），0.2121121112...（两个2之间依次增加1个1）等.

4. 【答案】B

【解析】

【分析】根据事件发生的可能性大小判断相应事件的类型即可.

【详解】A. 太阳从西边升起来了, 不可能事件, 选项错误, 不符合题意;

B. 张叔叔申请了北京市小客车购买指标, 在申请后的第一次“摇号”时就中签, 随机事件, 选项正确, 符合题意;

C. 任意投掷一枚骰子, 面朝上的点数是7, 不可能事件, 选项错误, 不符合题意;

D. 用长度分别是2cm, 4cm, 5cm的三条线段首尾顺次相接可组成一个三角形, 必然事件, 选项错误, 不符合题意;

故选: B.

【点睛】此题考查了随机事件, 关键是理解必然事件是一定会发生的, 解决此类的问题, 要熟知知识.

5. 【答案】A

【解析】

【分析】根据轴对称图形: 一个平面图形, 沿某条直线对折, 直线两旁的部分能够完全重合, 进行判断即可.

【详解】解: 由轴对称图形的定义, 结合图形可知: 文, 多, 友, 化, 四个字的甲骨文, 最接近轴对称图形的是: 文;

故选 A.

【点睛】本题考查轴对称图形的识别. 熟练掌握轴对称图形的定义, 是解题的关键.

6. 【答案】D

【解析】

【分析】根据分式的基本性质化简即可.

【详解】解: 把分式 $\frac{2m}{m-n}$ 中的 m 和 n 都扩大为原来的 2 倍为: $\frac{2 \times 2m}{2m-2n} = \frac{2(2m)}{2(m-n)} = \frac{2m}{m-n}$.

所以不变.

故选: D.

【点睛】题目主要考查了分式的基本性质, 解题关键是利用了分式的基本性质进行化简.

7. 【答案】B

【解析】

【分析】方程两边同乘以 $(x+1)(x-1)$ 即可得.

【详解】解: $\frac{3}{x-1} = 1 - \frac{x}{x+1}$,

方程两边同乘以 $(x+1)(x-1)$, 得 $3(x+1) = (x+1)(x-1) - x(x-1)$,

故选: B.

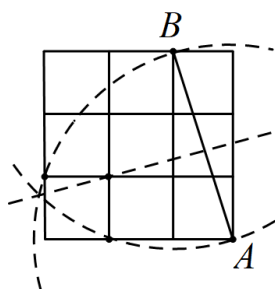
【点睛】本题考查了解分式方程, 熟练掌握去分母的方法是解题关键.

8. 【答案】C

【解析】

【分析】分 AB 为腰和为底两种情况考虑，画出图形，即可找出点 C 的个数.

【详解】解：如下图：



当 AB 为腰时，分别以 A 、 B 点为顶点，以 AB 为半径作圆，可找出格点 C 的个数有 2 个；

当 AB 为底时，作 AB 的垂直平分线，可找出格点 C 的个数有 1 个，

所以点 C 的个数为： $2+1=3$.

故选：C.

【点睛】本题考查了等腰三角形的判定，能分以 AB 为底和以 AB 为腰两种情况，并画出图形是解题关键.

二、填空题（共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

9. 【答案】-1

【解析】

【分析】根据分式值为 0 的条件进行求解即可.

【详解】由题意得， $x+1=0$,

解得 $x=-1$,

故答案 -1.

【点睛】本题考查了分式值为 0 的条件，熟练掌握分式值为 0 时，分子为 0 且分母不为 0 是解题的关键.

10. 【答案】 $x \geq 3$

【解析】

【分析】二次根式的被开方数是非负数，即 $x - 3 \geq 0$ ，据此求得 x 的取值范围.

【详解】解：依题意得： $x - 3 \geq 0$,

解得 $x \geq 3$.

故答案是： $x \geq 3$.

【点睛】本题考查了二次根式有意义的条件，熟知二次根式有意义的条件是被开方数为非负数是解题关键.

11. 【答案】 $-\frac{3}{4b}$

【解析】

【分析】先计算乘方运算，然后再计算除法即可.

【详解】解： $\left(-\frac{a}{2b}\right)^2 \div \left(-\frac{a^2}{3b}\right) = \frac{a^2}{4b^2} \times \left(-\frac{3b}{a^2}\right) = -\frac{3}{4b}$ ，

故答案为： $-\frac{3}{4b}$ 。

【点睛】题目主要考查乘方运算及整式的除法，熟练掌握运算法则是解题关键。

12. 【答案】 $OB = OD$ （答案不唯一）

【解析】

【分析】根据全等三角形的判定方法添加条件证明即可。

【详解】解：可以添加一个条件是 $OB = OD$ ，

证明：在 $\triangle AOD$ 与 $\triangle COB$ 中，

$$\begin{cases} OA = OC \\ \angle AOD = \angle COB, \\ OB = OD \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOD \cong \triangle COB$ ，

故答案为： $OB = OD$ （答案不唯一）。

【点睛】题目主要考查添加条件证明三角形全等，熟练掌握全等三角形的判定定理是解题关键。

13. 【答案】85%

【解析】

【分析】利用1减去看电视的可能性，即可得到不看电视的可能性。

【详解】解：由图可知，她不看电视的可能性为： $1 - 15\% = 85\%$ ，

故答案为：85%。

【点睛】本题考查可能性大小。熟练掌握所有的可能性之和为1，是解题的关键。

14. 【答案】4

【解析】

【分析】根据题意利用勾股定理得出 $AB = 10$ ，再由线段的和差求解即可。

【详解】解： $\because \angle ACB = 90^\circ$ ， AC 的长约为6米， BC 的长约为8米，

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 10 \text{ 米，}$$

$$\therefore AC + BC - AB = 4 \text{ 米，}$$

\therefore 多行4米，

故答案为：4。

【点睛】本题主要考查勾股定理的应用，理解题意是解题关键。

15. 【答案】 ①. -1 ②. $\frac{5}{6}$

【解析】

【分析】根据定义新运算的法则，列式求解即可。

【详解】解：由题意，得： $2 \ast (-2) = \left(-\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2} = -1$ ；

$$2 \ast (2x-1) = \frac{1}{2x-1} - \frac{1}{2} = 1,$$

去分母，得： $2 - (2x-1) = 2(2x-1)$ ，

去括号，得： $2 - 2x + 1 = 4x - 2$ ，

移项合并，得： $6x = 5$ ，

解得： $x = \frac{5}{6}$ ，

经检验： $x = \frac{5}{6}$ 是原方程的解；

故答案为： $-1, \frac{5}{6}$ 。

【点睛】本题考查定义新运算，解分式方程。理解并掌握新运算的运算法则，是解题的关键。

16. 【答案】 $0 < OB < 2$ 或 $OB > 4$

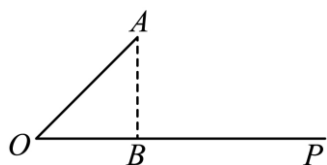
【解析】

【分析】分 $\angle ABO, \angle OAB$ 为钝角两种情况讨论，根据 $\triangle AOB$ 是等腰直角三角形时，求得 BO 的长，即可求解。

【详解】解：依题意， $OA = 2\sqrt{2}$ ， $\angle AOP = 45^\circ$ ，

当 $\angle AOB = 90^\circ$ 时， $OB = AB$ 且 $OB^2 + AB^2 = OA^2$ ，

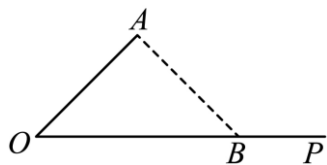
$$\therefore BO = 2,$$



\therefore 当 $\angle ABO > 90^\circ$ 时， $0 < OB < 2$ ，

当 $\angle OAB = 90^\circ$ 时， $AB = OA = 2\sqrt{2}$ ，

$$\therefore BO = \sqrt{AO^2 + AB^2} = 4,$$



\therefore 当 $\angle OAB > 90^\circ$ 时， $OB > 4$ ，

综上所述， $0 < OB < 2$ 或 $OB > 4$ ，

故答案为 $0 < OB < 2$ 或 $OB > 4$ 。

【点睛】本题考查了勾股定理，等腰三角形的性质，分类讨论是解题的关键。

三、解答题（共 14 道小题，17，18，19，25 每小题 4 分，20-24，26，28，29 每小题 5 分，27，30 每小题 6 分，共 68 分）

17. 【答案】(1) $\frac{x}{9}$

(2) $\frac{2b-a}{6ab}$

【解析】

【分析】(1) 分式的乘法，根据约分法则即可求解；

(2) 分式减法，要先进行通分，再根据同分母分式减法法则即可求解.

【小问 1 详解】

解： $\frac{2}{3x^2} \cdot \frac{x^3}{6} = \frac{x}{9}$

【小问 2 详解】

解： $\frac{1}{3a} - \frac{1}{6b} = \frac{2b}{6ab} - \frac{a}{6ab} = \frac{2b-a}{6ab}$

【点睛】 本题考查了分式的乘法和减法，解题关键是熟练掌握分式的约分和通分法则.

18. 【答案】(1) $3\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{2}$

【解析】

【分析】(1) 根据二次根式的加减运算法则计算即可.

(2) 根据二次根式的乘除运算法则计算即可.

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned} & \sqrt{8} + \sqrt{2} \\ &= 2\sqrt{2} + \sqrt{2} \\ &= 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned} & \sqrt{12} \div \sqrt{6} \\ &= \sqrt{12 \div 6} \\ &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

【点睛】 本题考查了二次根式的运算，解题的关键是熟练掌握二次根式的运算法则.

19. 【答案】 $\frac{4}{a-1}$

【解析】

【分析】 根据分式的运算法则，先去括号，再算除法.

【详解】解：原式 = $\left[\frac{(a+1)^2}{(a-1)(a+1)} - \frac{(a-1)^2}{(a-1)(a+1)} \right] \cdot \frac{a+1}{a}$

$$= \left[\frac{(a^2 + 2a + 1) - (a^2 - 2a + 1)}{(a-1)(a+1)} \right] \cdot \frac{a+1}{a}$$

$$= \frac{4a}{(a-1)(a+1)} \cdot \frac{a+1}{a}$$

$$= \frac{4}{a-1}.$$

【点睛】本题考查分式的混合运算。熟练掌握分式的运算法则，是解题的关键。

20. 【答案】3

【解析】

【分析】先化简各式，再进行加减运算。

【详解】解：原式 = $3 + \sqrt{3} - \sqrt{3}$

$$= 3 + \sqrt{3} - \sqrt{3}$$

$$= 3.$$

【点睛】本题考查开方运算，实数的混合运算。熟练掌握实数的运算法则，是解题的关键。

21. 【答案】 $6 - 6\sqrt{2}$

【解析】

【分析】根据二次根式的混合运算法则计算即可。

【详解】 $(\sqrt{6} - \sqrt{3})^2 - \sqrt{2} \left(\sqrt{8} - \sqrt{\frac{1}{2}} \right)$

$$= 6 - 6\sqrt{2} + 3 - 4 + 1$$

$$= 6 - 6\sqrt{2}$$

【点睛】本题考查了二次根式的运算，解题的关键是熟练掌握二次根式的混合运算法则。

22. 【答案】见解析

【解析】

【分析】根据相等的和差得到 $BC = EF$ ，证得 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，根据全等三角形的性质即可得到结论。

【详解】证明：∵ $BE = CF$ ，

$$\therefore BE + EC = CF + EC,$$

即： $BC = EF$ ，

在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 中，

$$\begin{cases} AB = DE \\ BC = EF, \\ AC = DF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF,$

$\therefore \angle A = \angle D.$

【点睛】 本题考查全等三角形的应用，熟练掌握三角形全等的判定与性质是解题关键.

23. 【答案】 $\frac{1}{x+2}, \frac{\sqrt{2}}{2}$

【解析】

【分析】 先根据分式的运算法则，进行化简，再代值计算即可.

【详解】 解：原式 $= \frac{1}{x-1} \times \frac{x(x-1)}{x+2} - \frac{x-1}{x+2}$

$$= \frac{x}{x+2} - \frac{x-1}{x+2}$$

$$= \frac{1}{x+2};$$

当 $x = \sqrt{2} - 2$ 时：原式 $= \frac{1}{\sqrt{2} - 2 + 2} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

【点睛】 本题考查分式的化简求值，二次根式的混合运算. 熟练掌握相关运算法则，是解题的关键.

24. 【答案】 (1) 图见解析

(2) 证明过程见解析

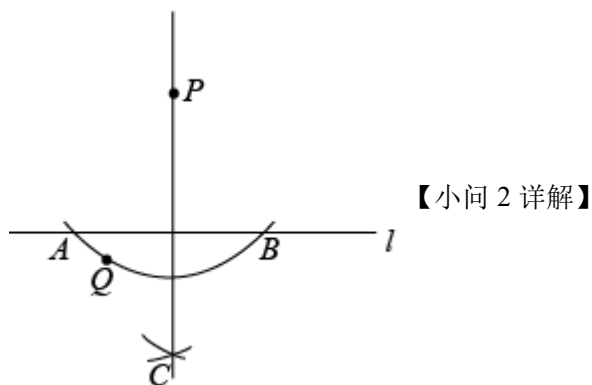
【解析】

【分析】 (1) 根据要求，完成作图即可；

(2) 根据到线段两端点相等的点在线段的垂直平分线上，完成证明即可.

【小问 1 详解】

解：如图所示：直线 PC 即为所求；



证明：连接 $PA, PB, AC, BC,$

$\therefore PA = PB,$

∴点 P 在线段 AB 的垂直平分线上（垂直平分线的判定）（填推理的依据）.

∵ $AC = BC$,

∴点 C 在线段 AB 的垂直平分线上.

∴直线 PC 为线段 AB 的垂直平分线.

即 $PC \perp l$.

故答案为：垂直平分线的性质， $AC = BC$.

【点睛】本题考查中垂线的作图和判定. 熟练掌握中垂线的作图方法，以及到线段两端点相等的点在线段的垂直平分线上，是解题的关键.

25. 【答案】转盘一指针指向灰色的可能性大

【解析】

【分析】根据等可能事件发生的可能性大小，分别进行计算，然后进行判断即可.

【详解】解：由图可知：转盘一指针指向灰色的可能性为： $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ ；

转盘二指针指向灰色的可能性为： $\frac{5}{8}$ ；

$$\therefore \frac{2}{3} = \frac{16}{24}, \frac{5}{8} = \frac{15}{24},$$

$$\therefore \frac{2}{3} > \frac{5}{8},$$

即：转盘停止后转盘一指针指向灰色的可能性大.

【点睛】本题考查比较可能性大小. 熟练掌握等可能事件的可能性大小的计算方法，是解题的关键.

26. 【答案】(1) $2\sqrt{6}$

(2) $\sqrt{n^2+1}$

【解析】

【分析】(1) 根据第 4 行的最后一个数为： $2\sqrt{5}$ ，即可得到第 5 行第一个数为： $\sqrt{21}$ ，从左到右，被开方数依次加 1，即可得解；

(2) 根据规律可知：第 1 行最后一个数是： $\sqrt{1 \times 2} = \sqrt{2}$ ，第 2 行最后一个数是： $\sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$ ，第 3 行最后一个数是： $\sqrt{3 \times 4} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ，第 4 行最后一个数是： $\sqrt{4 \times 5} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ ，

进而推出第 $n-1$ 行最后一个数，然后推导出第 n （ n 是正整数）行，从左数第 $n+1$ 个数即可.

【小问 1 详解】

解：由表格可知：第 5 行第一个数为： $\sqrt{21}$ ，

则第 5 行，从左到右依次是： $\sqrt{21}$ ， $\sqrt{22}$ ， $\sqrt{23}$ ， \dots ， $\sqrt{30}$ ，

∴第 5 行从左数第 4 个数： $\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$ ；

【小问 2 详解】

解：由表格可知：第1行最后一个数是： $\sqrt{1 \times 2} = \sqrt{2}$ ，

第2行最后一个数是： $\sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$ ，

第3行最后一个数是： $\sqrt{3 \times 4} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ，

第4行最后一个数是： $\sqrt{4 \times 5} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ ，

...

∴第 $n-1$ 行最后一个数是： $\sqrt{(n-1) \times n} = \sqrt{n^2 - n}$ ，

∴第 n 行的第一个数是： $\sqrt{n^2 - n + 1}$ ，从左数第 $n+1$ 个数为： $\sqrt{n^2 - n + n + 1} = \sqrt{n^2 + 1}$ 。

【点睛】本题考查数字规律探究。观察出被开方数是连续自然数，并且每一行的最后一个被开方数是所在行数乘以比行数大1的数，是解题的关键。

27. 【答案】(1) 正确，理由见解析

(2) 图见解析，过程见解析

【解析】

【分析】(1) 小惠的做法正确，依据是角平分线上的点到角两边的距离相等；

(2) 在 DC, DE 上取 $DM = DN$ ，把两块含 30° 的完全相同的直角三角板按照如图所示的位置放置，两条长直角边交于点 P ，则射线 DP 即为 $\angle CDE$ 的角平分线。

【小问1详解】

解：小惠的做法正确，理由如下：

由作图可知，点 P 到 OA, OB 的距离均为尺子的宽度，

∵两把完全相同的尺子，

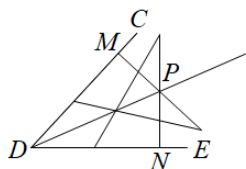
∴尺子的宽度相同，

即点 P 到角两边的距离相等，

根据到角两边距离相等的点在角平分线上，即可得到： OP 为 $\angle AOB$ 的角平分线。

【小问2详解】

解：在 DC, DE 上取 $DM = DN$ ，把两块含 30° 的完全相同的直角三角板按照如图所示的位置放置，两条长直角边交于点 P ，则射线 DP 即为 $\angle CDE$ 的角平分线。



∵ $\angle PMD = \angle PND = 90^\circ$ ，

又∵ $DM = DN, DP = DP$ ，

∴ $\triangle PMD \cong \triangle PND$ (HL)，

∴ $\angle PDM = \angle PDN$ ，

即： DP 即为 $\angle CDE$ 的角平分线.

【点睛】 本题考查角平分线的判定，以及全等三角形的判定和性质. 熟练掌握到角两边距离相等的点在角平分线上，是解题的关键.

28. 【答案】 一个小号垃圾桶的价格为 32 元

【解析】

【分析】 设一个小号垃圾桶的价格为 x 元，则：一个大号垃圾桶的价格是 $4x$ 元，根据大号垃圾桶购买的数量比小号垃圾桶少 50 个，列出分式方程，进行求解即可.

【详解】 解：设一个小号垃圾桶的价格为 x 元，则：一个大号垃圾桶的价格是 $4x$ 元，

$$\text{由题意，得： } \frac{3200}{4x} + 50 = \frac{2400}{x},$$

解得： $x = 32$ ，

经检验： $x = 32$ 是原方程的解；

\therefore 一个小号垃圾桶 价格为 32 元.

【点睛】 本题考查分式方程的应用. 根据题意，正确的列出分式方程，是解题的关键. 注意，验根.

29. 【答案】 (1) 见解析 (2) $2\sqrt{3}$

【解析】

【分析】 (1) 利用角平分线平分角，得到 $\angle CBD = \angle FBD$ ，利用平行线的性质，得到 $\angle EDB = \angle FBD$ ，从而得到： $\angle EDB = \angle CBD$ ，即可得到： $BE = DE$ ；

(2) 利用角平分线的性质，得到 $DC = DF = \sqrt{3}$ ，利用勾股定理求出 CE 的长，再根据 $BE = DE$ ， $BC = CE + BE$ ，求出 BC 的长，再利用勾股定理，求出 BD 的长即可.

【小问 1 详解】

证明： $\because BD$ 分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 D ，

$$\therefore \angle CBD = \angle FBD，$$

$$\because DE \parallel AB，$$

$$\therefore \angle EDB = \angle FBD，$$

$$\therefore \angle EDB = \angle CBD，$$

$$\therefore BE = DE；$$

【小问 2 详解】

解： $\because \angle C = 90^\circ$ ， BD 分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 D ， $DF \perp AB$ ，

$$\therefore DC \perp BC，$$

$$\therefore DC = DF = \sqrt{3}，$$

$$\text{在 Rt}\triangle DCE \text{ 中， } CE = \sqrt{DE^2 - DC^2} = \sqrt{2^2 - (\sqrt{3})^2} = 1，$$

$$\therefore BE = DE = 2，$$

$$\therefore BC = CE + BE = 1 + 2 = 3，$$

在 $\text{Rt}\triangle DCB$ 中, $BD = \sqrt{BC^2 + DC^2} = \sqrt{3^2 + (\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{3}$.

【点睛】 本题考查角平分线的性质, 平行线的性质, 等腰三角形的判定和性质, 以及勾股定理. 熟练掌握有角平分线和平行线, 必有等腰三角形, 是解题的关键.

30. 【答案】 (1) 图见解析

(2) $\angle BCE = \alpha$

(3) $EA = EC + EB$, 证明见解析

【解析】

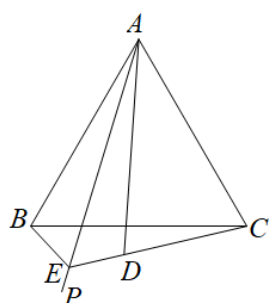
【分析】 (1) 根据题意, 补全图形即可;

(2) 连接 BD , 交 AP 于点 H , 根据点 B 关于射线 AP 的对称点为点 D , 得到 AP 为线段 BD 的中垂线, 进而得到 $AD = AB$, $\angle PAD = \angle BAP = \alpha$, 利用 $\triangle ABC$ 为等边三角形, 得到三个角均为 60° , $AD = AB = AC$, 从而得到 $\angle ADC = \angle ACD$, 利用三角形的内角和定理, 求出 $\angle ACD$, 再用 $\angle ACD - \angle ACB$, 即可得解;

(3) 延长 DC 至点 F , 使 $CF = BE$, 连接 AF , 证明 $\triangle ACF \cong \triangle ABE$ 从而得到 $AE = AF$, $\angle EAB = \angle CAF$, 进而得到 $\angle AEF = 60^\circ$, 从而得到 $\triangle AEF$ 为等边三角形, 根据 $EF = EC + CF$, 得到 $AE = EC + BE$ 即可.

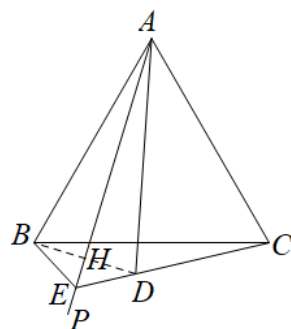
【小问 1 详解】

解, 补全图形, 如图所示:



【小问 2 详解】

解: 连接 BD , 交 AP 于点 H , 如图所示:



\because 点 B 关于射线 AP 的对称点为点 D ,

$\therefore AP$ 为线段 BD 的中垂线,

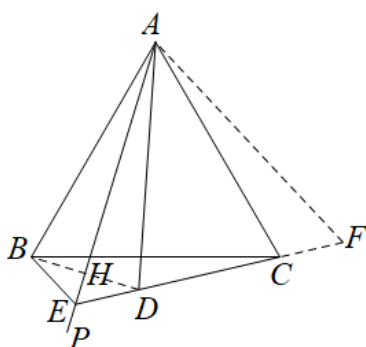
$\therefore AB = AD$,

$\because AH \perp BD$,
 $\therefore AH$ 是 $\angle BAD$ 的角平分线,
 $\therefore \angle BAD = 2\angle PAB = 2\alpha$,
 $\because \triangle ABC$ 为等边三角形,
 $\therefore \angle BAC = \angle ACB = \angle ABC = 60^\circ$, $AB = AC = BC$,
 $\therefore \angle DAC = \angle BAC - \angle BAD = 60^\circ - 2\alpha$, $AD = AC$,
 $\therefore \angle ACD = \angle ADC = \frac{180^\circ - \angle DAC}{2} = \frac{180^\circ - 60^\circ + 2\alpha}{2} = 60^\circ + \alpha$,
 $\therefore \angle BCE = \angle ACD - \angle ACB = 60^\circ + \alpha - 60^\circ = \alpha$;

【小问 3 详解】

$EA = EC + EB$, 证明如下:

延长 DC 至点 F , 使 $CF = BE$, 连接 AF , 如图:



由 (2) 知, AP 为线段 BD 的中垂线, $\angle ADC = \angle ACD$,

$\therefore AB = AD, BE = DE$,

$\because AE = AE$,

$\therefore \triangle BAE \cong \triangle DAE$ (SSS),

$\therefore \angle ABE = \angle ADE$,

$\because \angle ADC = \angle ACD$,

$\therefore 180^\circ - \angle ADC = 180^\circ - \angle ACD$,

即: $\angle ADE = \angle ACF$,

$\therefore \angle ABE = \angle ACF$,

又 $\because AB = AC, BE = CF$,

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACF$ (SAS),

$\therefore AE = AF$, $\angle EAB = \angle CAF$,

$\therefore \angle EAB + \angle EAC = \angle CAF + \angle EAC$, 即: $\angle AEF = \angle BAC = 60^\circ$,

$\therefore \triangle AEF$ 为等边三角形,

$$\therefore EA = EF ,$$

$$\because EF = EC + CF ,$$

$$\therefore EA = EC + EB .$$

【点睛】 本题考查对称的性质，中垂线的性质，等边三角形的判定和性质，等腰三角形的判定和性质，全等三角形的判定和性质。熟练掌握中垂线上的点到线段两端点的距离相等，等边三角形的三角相等，三边相等，证明三角形全等，是解题的关键。