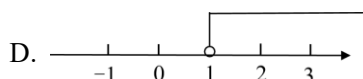
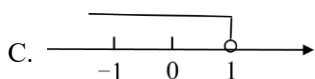
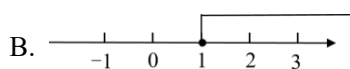
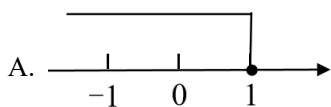


2022 北京大兴一中初一（下）期中 数 学



一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 把不等式 $x \leq 1$ 的解集表示在数轴上，正确的是（ ）



2. 计算 $a^2 \cdot a^3$ 的结果是（ ）

- A. a^6 B. a^5 C. $2a^5$ D. a^9

3. 空气密度是 0.00129 克每立方厘米，将 0.00129 用科学记数法表示应为（ ）

- A. 1.29×10^{-3} B. 1.29×10^{-5} C. 1.29×10^{-4} D. 1.29×10^{-2}

4. 下列运算错误的是（ ）

- A. $(ab^2)^3 = a^3b^6$ B. $a^2 + a^3 = a^5$
 C. $(-a^2)^3 = -a^6$ D. $a^2 \cdot a^3 = a^5$

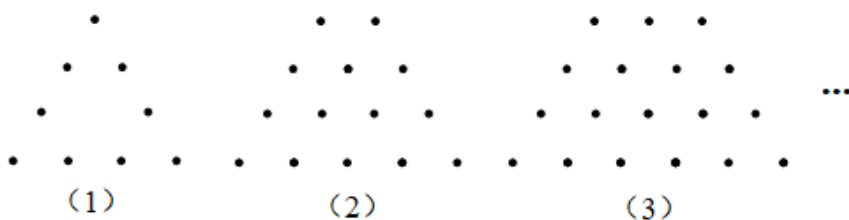
5. 已知 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 是二元一次方程 $ax + y = 5$ 的一个解，则 a 的值为（ ）

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

6. 如果 $a > b$ ，那么下列不等式变形正确的是（ ）

- A. $a+5 < b+5$ B. $\frac{a}{3} < \frac{b}{3}$ C. $-4a > -4b$ D. $a-2 > b-2$

7. 下列图形都是由同样大小的小圆点按一定的规律组成的，其中第(1)个图形中一共有 10 个小圆点，第(2)个图形中一共有 14 个小圆点，第③个图形中一共有 18 个小圆点，…，按此规律排列，则第(10)个图形中小圆点的个数为（ ）



- A. 40 B. 42 C. 46 D. 50

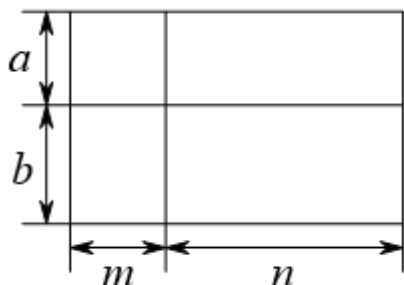
8. 我们定义一个关于实数 a, b 的新运算，规定： $a*b = 4a - 3b$ 。例如： $5*6 = 4 \times 5 - 3 \times 6$ ，若 m 满足 $m*2 < 0$ ，则 m 的取值范围是（ ）

- A. $m < \frac{3}{2}$ B. $m > \frac{3}{2}$ C. $m < \frac{2}{3}$ D. $m > \frac{2}{3}$

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）



- 9 计算： $(\pi - 5)^0 =$ _____.
10. 用不等式表示“ x 的 2 倍与 3 的差不小于 0” _____.
11. 如果把方程 $3x+y=2$ 写成用含 x 的代数式表示 y 的形式，那么 $y=$ _____.
12. 写出方程 $x - y = 1$ 的一个整数解为 _____.
13. 下图中的四边形均为长方形，根据图形的面积关系，写出一个正确的等式： _____.



14. 《九章算术》是中国传统数学重要的著作，奠定了中国传统数学的基本框架. 它的代数成就主要包括开放术、正负术和方程术. 其中方程术是《九章算术》最高的数学成就. 《九章算术》中记载：“今有共买鸡，人出八，盈三；人出七，不足四. 问人数、鸡价各几何？”译文：“今天有几个人共同买鸡，每人出 8 钱，多余 3 钱，每人出 7 钱，还缺 4 钱. 问人数和鸡的价钱各是多少？”设人数有 x 人，鸡的价钱是 y 钱，可列方程组为 _____.



15. 关于 x 的不等式 $ax > b$ 的解集是 $x < \frac{b}{a}$. 写出一组满足条件的 a, b 的值： $a =$ _____, $b =$ _____.

16. 学完一元一次不等式解法后，老师布置了如下练习：

解不等式 $\frac{15-3x}{2} \geq 7-x$ ，并把它解集在数轴上表示出来.

以下是小明的解答过程：

解：第一步 去分母，得 $15-3x \geq 2(7-x)$ ，

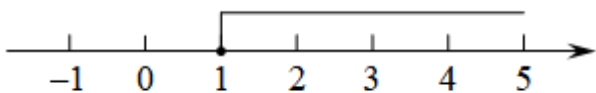
第二步 去括号，得 $15-3x \geq 14-2x$ ，

第三步 移项，得 $-3x+2x \geq 14-15$ ，

第四步 合并同类项，得 $-x \geq -1$ ，

第五步 系数化为 1，得 $x \geq 1$.

第六步 把它的解集在数轴上表示为：



老师看后说：“小明的解题过程有错误！”

问：请指出小明从第几步开始出现了错误，并说明判断依据。

答：_____。

三、解答题（本题共 68 分，第 17、18 题，每题 8 分，第 19-26 题，每题 5 分，第 27 题，6 分，第 28 题，6 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17. 计算：

(1) $(-x)^3 \cdot x^2 \cdot (-x)^4$

(2) $(6x^2 + 4x) \div 2x$

18. 计算：

(1) $(a+b)(a-b) - a^2$.

(2) $(a+2)(a-3) + (a+2)^2$.

19. x 取什么值时，代数式 $\frac{2x+7}{3}$ 值是正数

20. 解方程组： $\begin{cases} 2x-3y=3 \\ 3x-2y=7 \end{cases}$

21. 先化简，再求值：已知 $2x^2 - 2x = 1$ ，求代数式 $(x-1)^2 + (x-3)(x+3)$ 的值。

22. 解不等式组 $\begin{cases} 4(x+1) \leq 7x+10 \\ x-5 < \frac{x-8}{3} \end{cases}$ ，并写出它 所有正整数解。

23. 已知关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 2x+y=6 \\ 3x+4y=k \end{cases}$ 的解满足 $x+y=2$ ，求 k 的值。

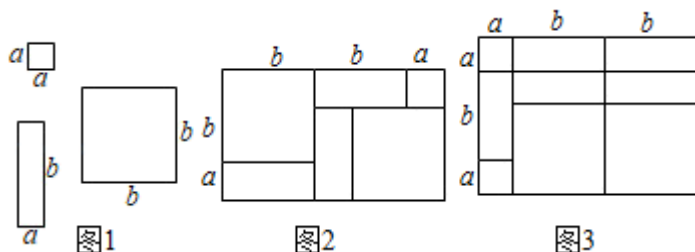
24. 已知关于 x, y 的二元一次方程 $y=kx+b$ (k, b 为常数) 的正整数解如表所示：

$y=kx+b$	x	1	2	3
	y	5	3	1

求 k 和 b 的值。

25. 七年级某班现有班费 45 元，计划购买甲、乙两种小礼品共 10 件作为班级主题班会学生活动的奖品，它们的单价分别为 4 元、5 元。若 45 元班费正好用完，求甲、乙两种小礼品各购买多少件。

26. 小明和小亮玩纸片拼图游戏，发现利用图 1 中 三种材料各若干可以拼出一些长方形来解释某些等式。例如图 2 可以解释的等式为 $(a+2b)(a+b) = a^2 + 3ab + 2b^2$ 。



(1) 图3可以解释的等式为_____;

(2) 请你利用图1中的三种材料各若干拼出一个正方形来解释 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, 画出你拼出的正方形示意图;

(3) 要拼出一个长为 $a+3b$, 宽为 $2a+b$ 的长方形, 需要如图1所示的边长为 a 的正方形纸片_____块, 长为 b , 宽为 a 的长方形纸片_____块, 边长为 b 的正方形纸片_____块.

27. 在新年联欢会上, 同学们组织了精彩的猜谜活动, 为了奖励猜对的同学, 老师决定购买笔袋或彩色铅笔作为奖品, 已知1个笔袋和2筒彩色铅笔原价共需44元; 2个笔袋和3筒彩色铅笔原价共需73元.

(1) 求每个笔袋、每筒彩色铅笔的原价各多少元?

(2) 时逢新年期间, 商店举行“优惠促销”活动, 具体办法如下: 笔袋“九折”优惠; 彩色铅笔不超过10筒不优惠, 超出10筒的部分“八折”优惠. 如果买 m 个笔袋需要 y_1 元, 买 n 筒彩色铅笔需要 y_2 元. 请用含 m, n 的代数式分别表示 y_1 和 y_2 ;

(3) 如果在(2)的条件下一共购买同一种奖品95件, 请分析买哪种奖品省钱.

28. 阅读下列材料:

解答“已知 $x - y = 2$, 且 $x > 1, y < 0$, 试确定 $x + y$ 的取值范围”有如下解法:

解: 因为 $x - y = 2$, 所以 $y + 2 = x$. 又因为 $x > 1$, 所以 $y + 2 > 1$, 所以 $y > -1$.

又 $y < 0$, 所以 $-1 < y < 0 \dots \dots \textcircled{1}$.

同理得: $1 < x < 2 \dots \dots \textcircled{2}$

由 $\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 得 $-1 + 1 < y + x < 0 + 2$,

所以 $x + y$ 的取值范围是 $0 < x + y < 2$.

请按照上述方法, 完成下列问题:

(1) 已知 $x - y = 3$, 且 $x > 2, y < 1$, 则 $x + y$ 的取值范围是多少.

(2) 已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 3x - y = 2a - 5, \\ x + 2y = 3a + 3. \end{cases}$ 的解都为正数.

①求 a 的取值范围;

②已知 $a - b = 4$, 求 $a + b$ 的取值范围.



参考答案

一、选择题(本题共 16 分, 每小题 2 分) 第 1-8 题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个。

1. 【答案】A

【解析】

【分析】根据不等式的解在数轴上的表示方法即可得.

【详解】不等式 $x \leq 1$ 的解集为 $x \leq 1$

则不等式的解集表示在数轴上的起点是实心圆点, 且向左画

观察四个选项可知, 只有选项 A 符合

故选: A.

【点睛】本题考查了不等式的解在数轴上的表示方法, 掌握不等式解集在数轴上的表示方法是解题关键.

2. 【答案】B

【解析】

【分析】根据同底数幂相乘的法则进行计算, 然后判断即可.

【详解】解: $a^2 \cdot a^3 = a^{2+3} = a^5$,

故选: B.

【点睛】本题考查了同底数幂相乘, 按照法则“同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加”进行计算是关键, 属于基础题型.

3. 【答案】A

【解析】

【分析】绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负整数指数幂, 指数 n 由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【详解】将 0.00129 用科学记数法表示应为 1.29×10^{-3} .

故选: A.

【点睛】本题考查用科学记数法表示较小的数, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

4. 【答案】B

【解析】

【分析】根据积的乘方、合并同类项、幂的乘方、同底数幂的乘法逐项计算即可.

【详解】解: A、 $(ab^2)^3 = a^3b^6$ 正确, 该选项不符合题意;

B、 a^2 和 a^3 不是同类项, 不能合并, 该选项符合题意;

C、 $(-a^2)^3 = -a^6$ 正确, 该选项不符合题意;

D、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ 正确, 该选项不符合题意;

故选: B.

【点睛】本题考查了整式的运算, 熟练掌握运算法则是解答本题的关键. 同底数的幂相乘, 底数不变, 指数相加; 幂的乘方, 底数不变, 指数相乘; 积的乘方, 等于把积的每一个因式分别乘方, 再把所得的幂相



乘；合并同类项时，把同类项的系数相加，所得和作为合并后的系数，字母和字母的指数不变.

5. 【答案】A

【解析】

【分析】根据二元一次方程解的定义把 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 代入到方程 $ax+y=5$ 中得到关于 a 的方程，解方程即可.

【详解】解： $\because \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 是二元一次方程 $ax+y=5$ 的一个解，

$$\therefore 2a+1=5,$$

$$\therefore a=2,$$

故选 A.

【点睛】本题主要考查了二元一次方程的解和解一元一次方程，熟知二元一次方程的解是使方程左右两边相等的未知数的值是解题的关键.

6. 【答案】D

【解析】

【分析】根据不等式的基本性质：不等式的两边同时加上（或减去）同一个数或同一个含有字母的式子，不等号的方向不变；不等式的两边同时乘以（或除以）同一个正数，不等号的方向不变；不等式的两边同时乘以（或除以）同一个负数，不等号的方向改变. 对各选项进行判断.

【详解】因 $a>b$ ，所以

A. $a+5>b+5$ ，故选项错误，不符合题意；

B. $\frac{a}{3}>\frac{b}{3}$ ，故选项错误，不符合题意；

C. $-4a<-4b$ ，故选项错误，不符合题意；

D. $a-2>b-2$ ，故选项正确，符合题意；

故选：D.

【点睛】此题考查了不等式的基本性质，解题的关键是熟练掌握不等式的基本性质，特别是不等式的两边同时乘以（或除以）同一个负数，不等号的方向改变.

7. 【答案】C

【解析】

【分析】根据题意由图形可知：第 1 个图形有 $6+4\times 1=10$ 个圆圈，第 2 个图形有 $6+4\times 2=14$ 个圆圈，第 3 个图形有 $6+4\times 3=18$ 个圆圈，...由此得出第 n 个图形有 $6+4n$ 个圆圈.

【详解】解： \because 第 1 个图形有 $6+4\times 1=10$ 个圆圈，

第 2 个图形有 $6+4\times 2=14$ 个圆圈，

第 3 个图形有 $6+4\times 3=18$ 个圆圈，

...

\therefore 第 n 个图形有 $6+4n$ 个圆圈.



∴第10个图形有 $6+40=46$ 个圆圈，

故选：C.

【点睛】本题考查图形的变化类问题，解题的关键是仔细观察图形并找到图形变化的通项公式.

8. 【答案】A

【解析】

【分析】根据新运算列出关于 m 的不等式，解之可得.

【详解】解：∵ $m \cdot 2 < 0$,

∴ $4m - 3 \times 2 < 0$,

则 $4m < 6$,

∴ $m < \frac{3}{2}$,

故选：A.

【点睛】本题主要考查解一元一次不等式的基本能力，严格遵循解不等式的基本步骤是关键，尤其需要注意不等式两边都乘以或除以同一个负数不等号方向要改变.

二、填空题（本题共16分，每小题2分）

9. 【答案】1.

【解析】

【分析】根据零指数幂： $a^0=1$ ($a \neq 0$) 求解可得.

【详解】解： $(\pi - 5)^0 = 1$,

故答案为：1.

【点睛】本题考查了零指数幂的定义，掌握零指数幂定义是关键.

10. 【答案】 $2x - 3 \geq 0$

【解析】

【分析】 x 的2倍与3的差，表示为 $2x - 3$ ，不小于表示的意思是大于或等于，从而可得不等式.

【详解】解：“ x 的2倍与3的差不小于0”，用不等式表示为 $2x - 3 \geq 0$.

故答案为： $2x - 3 \geq 0$.

【点睛】本题考查了据题意列出一元一次不等式，属于基本题型，正确理解题意、找准不等关系是关键.

11. 【答案】 $2 - 3x$

【解析】

【详解】方程 $3x + y = 2$,

解得： $y = 2 - 3x$,

故答案为： $2 - 3x$.

12. 【答案】 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ (答案不唯一).

【解析】



【分析】把 y 看作已知数求出 x ，即可确定出整数解.

【详解】解：方程 $x-y=1$,

解得： $x=y+1$

故答案为： $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ (答案不唯一).

【点睛】此题考查了解二元一次方程，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

13. 【答案】 $(a+b)(m+n) = am + bm + an + bn$

【解析】

【分析】根据最大的长方形面积等于四个小长方形面积进行求解即可.

【详解】解：由题意得 $(a+b)(m+n) = am + bm + an + bn$,

故答案为： $(a+b)(m+n) = am + bm + an + bn$.

【点睛】本题主要考查了多项式乘以多项式与图形面积，正确理解题意是解题的关键.

14. 【答案】 $\begin{cases} y=8x-3 \\ y=7x+4 \end{cases}$

【解析】

【分析】设人数有 x 人，鸡的价钱是 y 钱，根据每人出 8 钱，多余 3 钱得出等量关系一：鸡的价钱 = $8 \times$ 买鸡人数 - 3；根据每人出 7 钱，还缺 4 钱得出等量关系二：鸡的价钱 = $7 \times$ 买鸡人数 + 4，依此两个等量关系列出方程组即可.

【详解】解：设人数有 x 人，鸡的价钱是 y 钱，

由题意得 $\begin{cases} y=8x-3 \\ y=7x+4 \end{cases}$,

故答案为： $\begin{cases} y=8x-3 \\ y=7x+4 \end{cases}$.

【点睛】此题考查了由实际问题抽象出二元一次方程组，根据鸡价得到等量关系是解决本题的关键.

15. 【答案】 ①. -1 (答案不唯一) ②. 1 (答案不唯一)

【解析】

【分析】根据不等式的基本性质分析即可.

【详解】解：由不等式 $ax > b$ 的解集是 $x < \frac{b}{a}$ 知 $a < 0$,

\therefore 满足条件的 a 、 b 的值可以是 $a = -1$, $b = 1$.

故答案为：-1, 1 (答案不唯一).

【点睛】本题主要考查了解不等式、不等式的性质等知识点，掌握不等式两边都乘以或除以同一个负数不等号方向要改变是解题的关键.

16. 【答案】小明从第五步出现错误，依据是不等式的两边同时乘以或除以一个负数，不等号的方向要改变



【解析】

【分析】根据解一元一次不等式基本步骤：去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为1可得

【详解】第一步 去分母，得 $15-3x \geq 2(7-x)$ ，

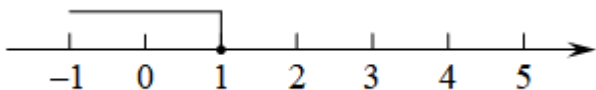
第二步 去括号，得 $15-3x \geq 14-2x$ ，

第三步 移项，得 $-3x+2x \geq 14-15$ ，

第四步 合并同类项，得 $-x \geq -1$ ，

第五步 系数化为1，得 $x \leq 1$ 。

第六步 把它的解集在数轴上表示为：



故答案为：小明从第五步出现错误，依据是不等式的两边同时乘以或除以一个负数，不等号的方向要改变。

故答案为：小明从第五步出现错误，依据是不等式的两边同时乘以或除以一个负数，不等号的方向要改变

【点睛】本题主要考查解一元一次不等式的基本能力，严格遵循解不等式的基本步骤是关键，尤其需要注意不等式两边都乘以或除以同一个负数不等号方向要改变。

三、解答题（本题共 68 分，第 17、18 题，每题 8 分，第 19-26 题，每题 5 分，第 27 题，6 分，第 28 题，6 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. **【答案】**(1) $-x^9$

(2) $3x+2$

【解析】

【分析】(1) 先计算幂的乘方，再根据同底数幂乘法计算法则求解即可；

(2) 根据多项式除以单项式的计算法则求解即可。

【小问 1 详解】

解：原式 $= -x^3 \cdot x^2 \cdot x^4$

$= -x^9$ ；

【小问 2 详解】

解： $(6x^2 + 4x) \div 2x$

$= 3x + 2$ 。

【点睛】本题主要考查了幂的乘方和同底数幂乘法，多项式除以单项式，熟知相关计算法则是解题的关键，注意幂的乘方指数是相乘，同底数幂乘法，底数不变，指数相加。

18. **【答案】**(1) $-b^2$

(2) $2a^2 + 3a - 2$

【解析】



【分析】(1) 先根据平方差公式去括号，然后根据整式的加减计算法则求解即可；

(2) 先根据多项式乘以多项式的计算法则和完全平方公式去括号，然后根据整式的加减计算法则求解即可。

【小问1详解】

$$\text{解：原式} = a^2 - b^2 - a^2$$

$$= -b^2;$$

【小问2详解】

$$\text{解：原式} = a^2 + 2a - 3a - 6 + a^2 + 4a + 4$$

$$= 2a^2 + 3a - 2.$$

【点睛】本题主要考查了整式的混合计算，熟知相关计算法则是解题的关键。

19. 【答案】当 $x > -\frac{7}{2}$ 时，代数式 $\frac{2x+7}{3}$ 值是正数.

【解析】

【分析】先列不等式得： $\frac{2x+7}{3} > 0$ ，解不等式即可求解.

【详解】解：列不等式得： $\frac{2x+7}{3} > 0$,

$$\text{去分母得：} 2x+7 > 0,$$

$$\text{移项得：} 2x > -7,$$

$$\text{解得：} x > -\frac{7}{2}.$$

答：当 $x > -\frac{7}{2}$ 时，代数式 $\frac{2x+7}{3}$ 的值是正数.

【点睛】本题考查了不等式的解法，掌握不等式的解法与过程，解不等式要依据不等式的基本性质：(1) 不等式的两边同时加上或减去同一个数或整式不等号的方向不变；(2) 不等式的两边同时乘以或除以同一个正数不等号的方向不变；(3) 不等式的两边同时乘以或除以同一个负数不等号的方向改变.

$$20. \text{【答案】} \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$$

【解析】

【分析】方程组利用加减消元法求出解即可.

【详解】解：
$$\begin{cases} 2x-3y=3 \text{①} \\ 3x-2y=7 \text{②} \end{cases}$$

$$\text{①} \times 2 - \text{②} \times 3 \text{ 得：} -5x = -15,$$

$$\text{即 } x=3,$$

$$\text{将 } x=3 \text{ 代入①得：} y=1,$$



则方程组的解为 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$.

【点睛】此题考查了解二元一次方程组，利用了消元的思想，消元的方法有：代入消元法与加减消元法.

21. 【答案】 $2x^2 - 2x + 10$, 11.

【解析】

【分析】先按单项式乘多项式法则及平方差公式展开，合并同类项，最后整体代入求值即可.

【详解】解： $(x-1)^2 + (x-3)(x+3)$

$$= x^2 - 2x + 1 + x^2 - 9$$

$$= 2x^2 - 2x + 10,$$

$$\because 2x^2 - 2x = 1,$$

$$\therefore \text{原式} = 1 + 10 = 11.$$

【点睛】本题考查了多项式的化简求值，涉及完全平方公式，平方差公式，合并同类项等知识，用到了整体代入法.

22. 【答案】 $-2 \leq x < 3.5$ ，正整数解有：1、2、3

【解析】

【分析】分别解不等式组中的两个不等式，再确定两个不等式的解集的公共部分得到不等式组的解集，再写出范围内的正整数解即可.

【详解】解：解不等式 $4(x+1) \leq 7x+10$,

得： $x \geq -2$,

解不等式 $x - 5 < \frac{x-8}{3}$ ，得： $x < 3.5$,

故不等式组的解集为： $-2 \leq x < 3.5$,

所以其正整数解有：1、2、3.

【点睛】本题考查的是一元一次不等式组的解法，掌握“解不等式组的步骤及确定两个不等式的解集的公共部分”是解本题的关键.

23. 【答案】 4

【解析】

【分析】①+②求出 $x+y = \frac{k+6}{5}$ ，根据已知得出 $\frac{k+6}{5} = 2$ ，求出 k 即可.

【详解】解： $\begin{cases} 2x + y = 6 \text{①} \\ 3x + 4y = k \text{②} \end{cases}$

$\because \text{①} + \text{②} \text{得：} 5x + 5y = k + 6,$

$$\therefore x + y = \frac{k + 6}{5},$$



∵关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ 3x + 4y = k \end{cases}$ 的解满足 $x+y=2$,

$$\therefore \frac{k+6}{5} = 2,$$

$$\therefore k=4.$$

【点睛】本题考查了二元一次方程组的解和解一元一次方程的应用，关键是能得出关于 k 的方程.

24. 【答案】 $k=-2, b=7$.

【解析】

【分析】根据表格把 x 与 y 对应 两对值，代入 $y=kx+b$ 可得关于 k, b 的方程组，解方程组即可求出 k 与 b 的值.

【详解】解：把 $x=1, y=5; x=2, y=3$ 代入 $y=kx+b$,

$$\text{得：} \begin{cases} k+b=5 \\ 2k+b=3 \end{cases}, \text{解得：} \begin{cases} k=-2 \\ b=7 \end{cases},$$

所以 $k=-2, b=7$.

【点睛】本题考查了二元一次方程的解的概念和二元一次方程组的解法，属于常考题型，正确理解题意、得出相应的二元一次方程组是解题的关键.

25. 【答案】甲种小礼品购买 5 件，乙种小礼品购买 5 件

【解析】

【分析】设甲种小礼品购买 x 件，则乙种小礼品购买 y 件，根据：①甲、乙两种小礼品共 10 件；②费用 45 元列方程组求解即可.

【详解】解：设甲种小礼品购买 x 件，则乙种小礼品购买 y 件，依题意有

$$\begin{cases} x+y=10 \\ 4x+5y=45 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x=5 \\ y=5 \end{cases}.$$

故甲种小礼品购买 5 件，乙种小礼品购买 5 件.

【点睛】此题主要考查了二元一次方程组的应用，关键是正确理解题意，找出题目中的等量关系.

26. 【答案】(1) $(a+2b)(2a+b) = 2a^2+5ab+2b^2$; (2) 见解析; (3) 2, 7, 3

【解析】

【分析】(1) 用不同的方法表示图 3 的面积，即可得出等式;

(2) 将边长为 a 的正方形 1 张，长为 b 、宽为 a 的长方形纸片 2 张，和边长为 b 的正方形纸片 1 张，可以拼成边长为 $(a+b)$ 的正方形，据此解答即可;

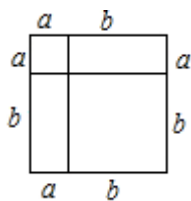
(3) 利用多项式的乘法法则计算出结果，进而可知各种纸片的张数.

【详解】解：(1) 图 3 的面积可以用 $(a+2b)(2a+b)$ 表示，也可以用 $2a^2+5ab+2b^2$ 表示，因此有 $(a+2b)(2a+b) = 2a^2+5ab+2b^2$,



故答案为： $(a+2b)(2a+b) = 2a^2 + 5ab + 2b^2$ ；

(2) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ，用图形表示如图所示：



(3) 由于 $(a+3b)(2a+b) = 2a^2 + 7ab + 3b^2$ ，因此需要边长为 a 的正方形纸片 2 张，长为 b 、宽为 a 的长方形纸片 7 张，边长为 b 的正方形纸片 3 张，

故答案为：2，7，3.

【点睛】 本题考查了完全平方公式的几何背景和多项式的乘法，属于常考题型，正确理解题意、掌握图形面积的不同表示方法是解答的关键.

27. **【答案】** (1) 每个笔袋的原价为 14 元，每筒彩色铅笔的原价为 15 元

$$(2) y_1 = 0.9 \times 14m = 12.6m, \quad y_2 = \begin{cases} 15n (0 < n \leq 10) \\ 12n + 30 (n \geq 11) \end{cases}$$

(3) 购买彩色铅笔省钱

【解析】

【分析】 (1) 设每个笔袋的原价为 x 元，每筒彩色铅笔的原价为 y 元，根据“1 个笔袋和 2 筒彩色铅笔原价共需 44 元；2 个笔袋和 3 筒彩色铅笔原价共需 73 元”，即可得出关于 x, y 的二元一次方程组，解之即可得出结论；

(2) 利用总价 = 单价 \times 数量，即可用含 m, n 的分别求出 y_1 和 y_2 的解析式；

(3) 代入 $m = 95, n = 95$ 求出 y_1, y_2 的值，比较后即可得出结论.

【小问 1 详解】

解：设每个笔袋的原价为 x 元，每筒彩色铅笔的原价为 y 元，

依题意，得：
$$\begin{cases} x + 2y = 44 \\ 2x + 3y = 73 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x = 14 \\ y = 15 \end{cases}$$

答：每个笔袋的原价为 14 元，每筒彩色铅笔的原价为 15 元；

【小问 2 详解】

解：依题意，得： $y_1 = 0.9 \times 14m = 12.6m$ ，

当 $0 < n \leq 10$ 时， $y_2 = 15n$ ；

当 $n \geq 11$ 时， $y_2 = 15 \times 10 + 0.8 \times 15(n - 10) = 12n + 30$ ；

$$\therefore y_2 = \begin{cases} 15n (0 < n \leq 10) \\ 12n + 30 (n \geq 11) \end{cases}$$



【小问3详解】

解：当 $m = 95$ 时， $y_1 = 12.6m = 12.6 \times 95 = 1197$ ；

当 $n = 95$ 时， $y_2 = 12n + 30 = 12 \times 95 + 30 = 1170$ ；

$\therefore 1197 > 1170$ ，

\therefore 购买彩色铅笔省钱.

【点睛】 本题考查了二元一次方程组的应用、求函数解析式以及函数求值，解题的关键是：(1) 找准等量关系，正确列出二元一次方程组；(2) 根据各数量之间的关系，列出函数解析式；(3) 代入 $m = 95$ ， $n = 95$ 求出 y_1 ， y_2 的值.

28. **【答案】** (1) $1 < x + y < 5$

(2) ① $a > 1$ ；② $a + b > -2$

【解析】

【分析】 (1) 仿照题意进行求解即可；

(2) ①先解二元一次方程组求出方程组的解，再根据解为正数列关于 a 的不等式组解出即可；②分别求出 a 、 b 范围相加即可得到答案.

【小问1详解】

解： $\because x - y = 3$ ，

$\therefore x = y + 3$ ，

$\because x > 2$ ，

$\therefore y + 3 > 2$ ，

$\therefore y > -1$ ，

又： $\because y < 1$ ，

$\therefore -1 < y < 1$ ①，

同理可得 $2 < x < 4$ ②，

由 ① + ② 得： $-1 + 2 < x + y < 1 + 4$ ，

$\therefore x + y$ 的取值范围为 $1 < x + y < 5$

【小问2详解】

解：①解方程组 $\begin{cases} 3x - y = 2a - 5 \\ x + 2y = 3a + 3 \end{cases}$ ，

得 $\begin{cases} x = a - 1 \\ y = a + 2 \end{cases}$ ，

\because 该方程组的解都是正数，

$\therefore x > 0$ ， $y > 0$ ，



$$\therefore \begin{cases} a-1 > 0 \\ a+2 > 0 \end{cases},$$

解不等式组得： $a > 1$ ，

$\therefore a$ 的取值范围为： $a > 1$ ；

$$\textcircled{2} \because a-b=4,$$

$$\therefore a=b+4,$$

$$\because a > 1 \textcircled{1},$$

$$\therefore b+4 > 1,$$

$$\therefore b > -3 \textcircled{2},$$

$$\therefore \textcircled{1} + \textcircled{2} \text{ 得 } a+b > 1-3,$$

$\therefore a+b$ 的取值范围为 $a+b > -2$

【点睛】 本题考查的是一元一次不等式和一元一次不等式组的解法，二元一次方程组的解法，新运算方法的理解，掌握一元一次不等式组的解法，二元一次方程组的解法、理解阅读材料是解题的关键。