北京市清华附中初 12 级 2014 年 12 月月考数学试卷

初三月考试卷

数学

（清华附中初 12 级）2014 年 12 月

一、选择题 （本题共 32 分，每小题 4 分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的．

1.一个袋中只装有 3 个红球，从中随机摸出一个是红球（ ）

A 概率为 $\frac{1}{3}$　B 是不可能事件　C 是必然事件　D 是随机事件

2.若反比例函数 $y=\frac{k-1}{x}$ 的图象位于第一，三象限，则（ ）

A $k>1$　B $k<1$　C $k\geq 1$　D $k\leq 1$

3.已知 $x=2$ 是方程 $x^2+mx+2=0$ 的一个解，则 m 的值是（ ）

A 1　B 3　C 0　D -3

4.将抛物线 $y=2x^2$（ ）可得到抛物线 $y=2(x+3)^2+4$．

A 先向左平移 3 个单位，再向上平移 4 个单位

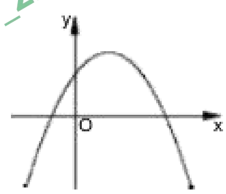
B 先向左平移 3 个单位，再向下平移 4 个单位

C 先向右平移 3 个单位，再向上平移 4 个单位

D 先向右平移 3 个单位，再向下平移 4 个单位

5.如果两个相似三角形的周长比是 1:2，那么它们的面积比是（ ）

A 1:2　B 1:4　C 1: $\sqrt{2}$　D $\sqrt{2}$:1

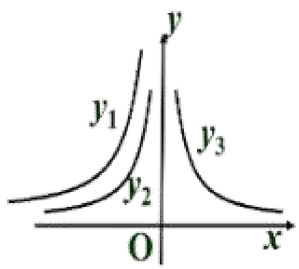


6.二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，则点 (a, c) 在（ ）

A. 第一象限　B. 第二象限

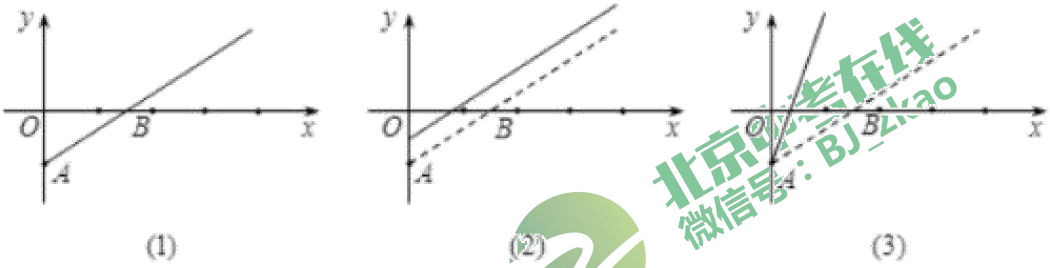
C. 第三象限　D. 第四象限

7.如图是三个反比例函数 $y_1=\frac{k_1}{x}, y_2=\frac{k_2}{x}, y_3=\frac{k_3}{x}$ 在 x 轴上方的图象，由此得到（ ）



A $k_1>k_2>k_3$　B $k_2>k_1>k_3$　C $k_3>k_2>k_1$　D $k_3>k_1>k_2$

8. 如图（1）是反映某条公共汽车线路收支差额（即营运所得票价收入与付出成本的差）y 与乘客量 x 之间关系的图象．由于目前该条公交线路亏损，公司有关人员提出了两种调整的建议，如图（2）、（3）所示．



给出下说法：

①图（2）的建议是：提高成本，并提高票价；

②图（2）的建议是：降低成本，并保持票价不变；

③图（3）的建议是：提高票价，并保持成本不变；

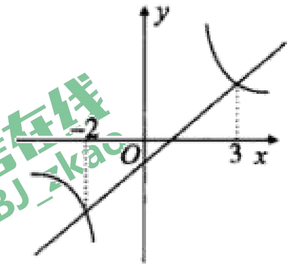
④图（3）的建议是：提高票价，并降低成本．

其中所有正确说法的序号是（　　）

A ①③　B ②③　C ①④　D ②④

二、填空题（本题共 16 分，每小题 4 分）

9.已知关于 x 的方程 $x^2-2x+a=0$ 有两个不相等的实数根，则 a 的取值范围是 ________．



10. 已知扇形的圆心角为 45°，半径长为 12，则该扇形的弧长为 ________．

11.如图是一次函数 $y_1=kx+b$ 和反比例函数 $y_2=\frac{m}{x}$ 的图象，结合图象写出：当 $y_1>y_2$ 时，x 的取值范围是 ______．

12. 对于任意的实数 p,q，定义运算"$*$"：$p*q=\frac{q}{p+q}$（$p\neq -q$）．已知 $a_1=x$，

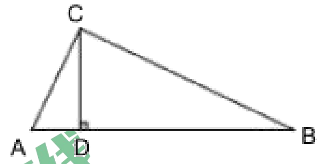
$a_2=1*a_1$，$a_3=1*a_2$，$a_4=1*a_3$，,，依此类推，可以得到一列数 a_1,a_2,a_3,a_4，,，．

当 $x=2$ 时，$a_3=$ ______，$a_{2014}=$ ______；

经小丁探究发现，当 x 取某些特定的值，例如当 $x=-1$ 时，无法计算出 a_4 的值，这样的 x 的取值还可能为 ________．（请写出所有满足条件的值）

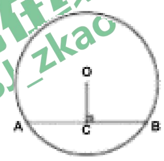
三、解答题（本题共 **30** 分，每小题 **5** 分）

13.解方程： $x^2-2x-4=0$

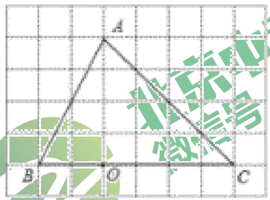


14.如图，在直角三角形 ABC 中，∠C=90°，CD⊥AB，D 是垂足，求证：△ACD∽△ABC．

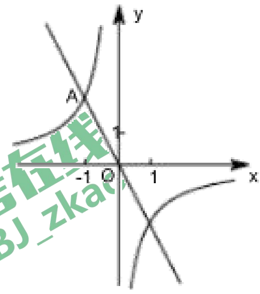
15.如图，已知⊙O 的半径为 5，弦 AB＝8，OC⊥AB 于 C，求 OC 的长．



16. 如图，在 6×8 网格图中，每个小正方形边长均为 1，点 O 和△ABC 的顶点均为小正方形的顶点．以 O 为位似中心，在网络图中作△A′B′C′，使△A′B′C′和△ABC 位似，且 $AB=2A'B'$．



17.如图，在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=-2x$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象的一个交点为 $A(-1,n)$．



（1）求反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的解析式；

（2）若 P 是坐标轴上一点，且满足 PA=OA，直接写出点 P 的坐标．

18.已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+2x+k-1=0$ 有两个整数根，求正整数 k 的值．

四、解答题（本题共 **20** 分，每小题 **5** 分）

19.已知二次函数 $y=ax^2+2ax-4(a\neq0)$ 的图象与 x 轴交于点 A，B（A 点在 B 点的左侧），与 y 轴交于点 C，△ABC 的面积为 12，求此二次函数的解析式．

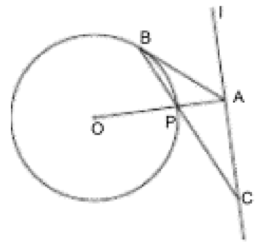
20.近视眼镜的度数与镜片焦距成反比．小丁到眼镜店调查了一些数据如下表：

眼镜度数 y（度）	400	625	800
镜片焦距 x（cm）	25	16	12.5

（1）求眼镜度数 y（度）与镜片焦距 x（cm）之间的函数关系式；

（2）若小丁所戴眼镜度数为 500 度，求该镜片的焦距．

21．如图，已知直线 l 与⊙O 相离，OA⊥l 于点 A，交⊙O 于点 P，点 B 是⊙O 上一点，连接 BP 并延长，交直线 l 于点 C，使得 AB=AC．



（1）求证：AB 是⊙O 的切线；

（2）若 PC=$2\sqrt{5}$，OA=5，求⊙O 的半径和线段 PB 的长．

22．（1）在图 1 中，已知线段 AB，CD，它们的中点分别为 E，F．

①若 A$(-1,0)$，B$(3,0)$，则 E 点坐标为 ________；

②若 C$(-2,2)$，D$(-2,-1)$，则 F 点坐标为 ________；

（2）在图 2 中，无论线段 AB 处于直角坐标系中的哪个位置，当其端点坐标为 A（a，b），B（c，d），AB 中点为 D（x，y）时，请直接写出 x、y 的值：x=________，y=________；（用含 a、b、c、d 的式子表示）

（3）如图 3，一次函数 $y=x-2$ 与反比例函数 $y=\frac{3}{x}$ 的图象交于 A、B 两点，若以 A、O、B、P 为顶点的四边形是平行四边形，请直接写出顶点 P 的坐标：________．

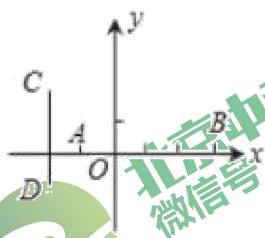


图1

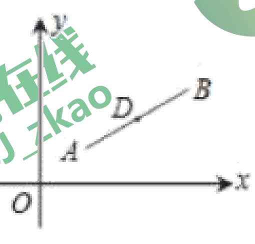


图2

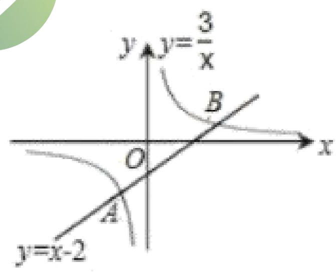


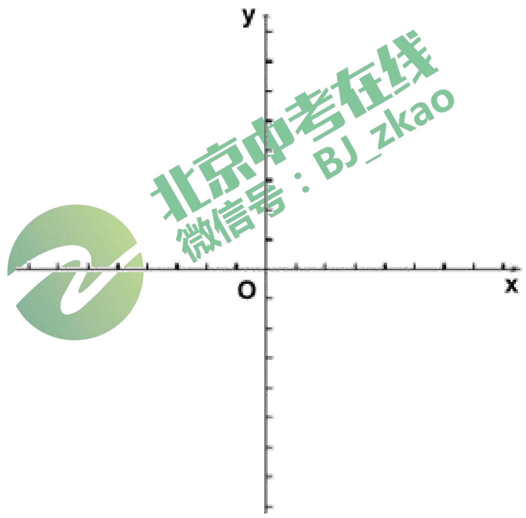
图3

五、解答题 （本题共 22 分，第 23 题 7 分，第 24 题 7 分，第 25 题 8 分）

23. 已知直线 $l: y=\frac{1}{2}x+1$ 与抛物线 $y=ax^2-2x+c(a>0)$ 的一个公共点 A 恰好在 x 轴上，点 $B(4,m)$ 在抛物线上.

（Ⅰ）用含 a 的代数式表示 c.

（Ⅱ）抛物线在 A，B 之间的部分（不包含点 A，B）记为图形 G，请结合函数图象解答：若图形 G 在直线 l 下方，求 a 的取值范围.



24. 在直角三角形 ABC 中，$\angle C=90°$，CA=CB=1，点 P 是边 AC 一动点，点 Q 在边 CB 的延长线上，且 AP=BQ，连接 PQ 交线段 AB 于点 O.

(Ⅰ) 如图 1，小丁过点 P 作 PH∥CB 交线段 AB 于 H，发现△OPH≌△OQB，请证明小丁发现的结论.

(Ⅱ)如图 2，过点 O 作 OM，ON 分别垂直于 AC，BC 于点 M，N，若四边形 OMCN 的面积为 $\frac{2}{9}$，求线段 CP 的长度.

(Ⅲ)如图 3，点 P 关于直线 AB 的对称点为 P'，连接 OP'，CP'，试说明 $\angle OP'C=45°$.

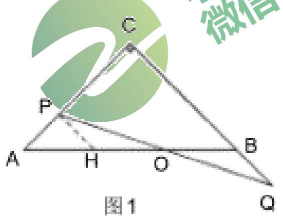


图1

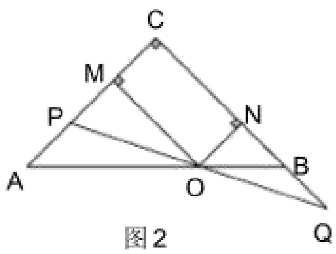


图2

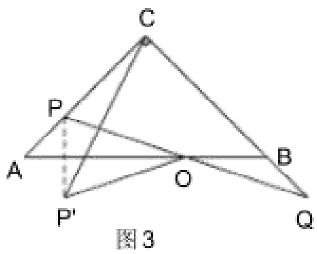


图3

25. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于任意三点 A，B，C，

定义“外延矩形”：

若矩形的任何一条边均与某条坐标轴垂直，且点 A，B，C 在该矩形的内部或边界上．则该矩形称为 A，B，C 的“外延矩形”．

我们把点 A，B，C 的所有的“外延矩形”中，面积最小的称为点 A，B，C 的“最佳外延矩形”．

（Ⅰ）已知点 $A(-2,0)$，$B(4,3)$，$C(0,t)$．

①若 $t=2$，则点 A，B，C 的“最佳外延矩形”的面积为______；

②若点 A，B，C 的“最佳外延矩形”的面积为 24，请直接写出 t 的值．

（Ⅱ）已知 $M(0,8)$，$N(6,0)$，点 $P(x,y)$ 是抛物线 $y=x^2-4x+3$ 上一点，求点 M，N，P 的“最佳外延矩形”面积的最小值，以及此时点 P 的横坐标 x 的取值范围．

（Ⅲ）已知 $D(1,1)$，点 $E(m,n)$ 是函数 $y=\dfrac{4}{x}$ 的图象上一点，求点 O，D，E 的“最佳外延矩形”面积的最小值，以及此时点 E 的横坐标 m 的取值范围．

参考答案：

一、选择题：

1.C　2.C　3.D　4.A　5.B　6.B　7.C　8.B

二、填空题：

9. $a<1$　　10. 3π　　11. $-2<x<0$ 或 $x>3$

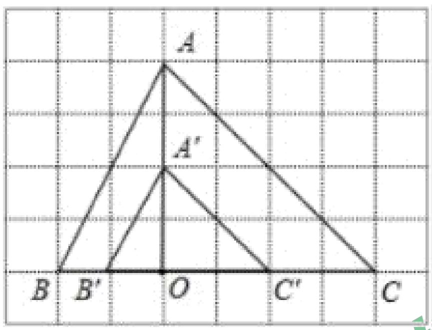
12. $\frac{2}{5}$；$\frac{2}{4027}$；$-\frac{1}{2}$ 和 $-\frac{1}{3}$

13. $x=1\pm\sqrt{5}$

14. 略

15. $OC=3$

16.



17. （1）$y=-\frac{2}{x}$；

（2）P（0，4）或 P（−2，0）或 P（0，0）

18. $k=1$ 或 $k=2$

19. $y=\frac{1}{2}x^2+x-4$（$y=\frac{1}{2}(x+4)(x-2)$ 或 $y=\frac{1}{2}(x+1)^2-\frac{9}{2}$ 也对）

20.

解：（1）设函数关系式为$y=\frac{k}{x}$，将点（25，400）代入

解得k=10000，

即得函数关系式为$y=\frac{10000}{x}$.

（2）若小明所戴眼镜度数为500度，即y=500，

代入解析式中解得x=20cm.

故该镜片的焦距为20cm.

21.

（1）略

（2）半径为 3，$PB=\frac{6\sqrt{5}}{5}$

22.

解：探究（1）①（1，0）；②（-2，$\frac{1}{2}$）；（2分）

（2）过点A，D，B三点分别作x轴的垂线，垂足分别为A'，D'，B'，

则AA' ∥ BB' ∥ DD'．（1分）

∵D为AB中点，由平行线分线段成比例定理得A'D'=D'B'．

∴OD' $=a+\frac{c-a}{2}=\frac{a+c}{2}$

即D点的横坐标是$\frac{a+c}{2}$．（1分）

同理可得D点的纵坐标是$\frac{b+d}{2}$．

∴AB中点D的坐标为（$\frac{a+c}{2}$，$\frac{b+d}{2}$）．（1分）

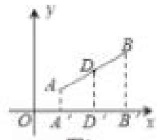


图1

归纳：$\frac{a+c}{2}$，$\frac{b+d}{2}$．（1分）

运用①由题意得$\begin{cases} y=x-2 \\ y=\frac{3}{x} \end{cases}$

解得$\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$或$\begin{cases} x=-1 \\ y=-3 \end{cases}$

∴即交点的坐标为A（-1，-3），B（3，1）．（2分）

②以AB为对角线时，由上面的结论知AB中点M的坐标为（1，-1）．

∵平行四边形对角线互相平分，

∴OM=MP，即M为OP的中点．

∴P点坐标为（2，-2）．（1分）

当OB为对角线时，PB=AO，PB∥AO，

同理可得：点P坐标分别为（4，4），

以OA为对角线时，PA=BO，PA∥BO，

可得：点P坐标分别为（-4，-4）．

∴满足条件的点P有三个，

坐标分别是（2，-2），（4，4），（-4，-4）．（1分）

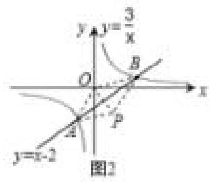


图2

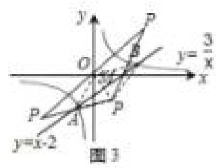


图3

23.

（1）$c=-4a-4$

（2）$0<a\leqslant\frac{5}{4}$

24.

（1）略

（2）$CP=\frac{2}{3}$

（3）连 CO，证明△ OCP 为等腰直角三角形即可

25.

（1）① 18　② $t=4$ 或 $t=-1$

（2）面积为 48，$0\leqslant x\leqslant 1$ 或 $3\leqslant x\leqslant 5$

（3）面积为 4，$1\leqslant m\leqslant 4$