

# 初二数学

2024.01

考生须知	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 本试卷共 4 页,共三道大题,28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。</li><li>2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、班级、姓名和考号。</li><li>3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。</li><li>4. 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答。</li></ol>
------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

## 一、选择题(本题共 16 分,每小题 2 分)

第 1-8 题均有四个选项,符合题意的选项只有一个。

1. 将 0.00008 用科学记数法表示应为

- A.  $0.8 \times 10^{-4}$       B.  $8 \times 10^{-4}$       C.  $80 \times 10^{-4}$       D.  $8 \times 10^{-5}$

2. 下列运算中正确的是

- A.  $a \cdot a^2 = a^3$       B.  $(a^2)^3 = a^5$       C.  $a^8 \div a^2 = a^4$       D.  $a^5 + a^5 = 2a^{10}$

3. 下列各式中,能用平方差公式进行因式分解的是

- A.  $x^2 + 1$       B.  $x^2 - 4$       C.  $x^3 - 8$       D.  $x^2 + 4x + 1$

4. 若分式  $\frac{x^2-1}{x-1}$  的值为 0,则  $x$  的值为

- A. 1      B. -1      C. 0      D.  $\pm 1$

5. 已知  $x^2 - 8x + a$  是完全平方式,则  $a$  的值为

- A. 4      B. 8      C. 16      D. -16

6. 在平面直角坐标系  $xOy$  中,点  $P(2,1)$  关于  $y$  轴对称的点的坐标是

- A.  $(-2,1)$       B.  $(2,1)$   
C.  $(-2,-1)$       D.  $(2,-1)$

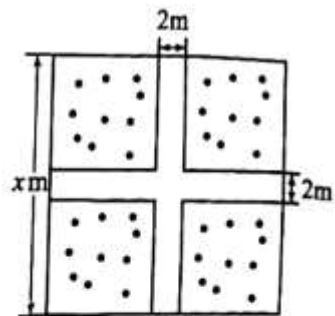
7. 已知等腰三角形的一边长为 4,另一边长为 8,则它的周长是

- A. 12      B. 16      C. 20      D. 16 或 20

初二数学试卷第 1 页(共 4 页)

8. 如图,某小区规划在边长为  $xm$  的正方形场地上,修建两条宽为  $2m$  的甬道,其余部分种草,则甬道所占的面积(单位  $m^2$ )是

- A.  $4x$                       B.  $x^2-4x$   
 C.  $(x-2)^2$                 D.  $x^2-(x-2)^2$



二、填空题(本题共 16 分,每小题 2 分)

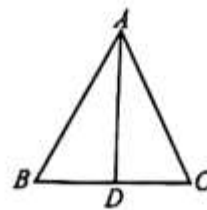
9. 若分式  $\frac{2}{x-1}$  有意义,则  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

10. 计算:  $(\frac{ab^2}{c^2})^3 =$ \_\_\_\_\_.

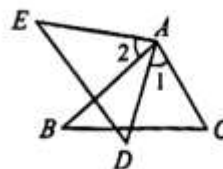
11. 计算:  $\frac{2x^2}{y} \div \frac{x^3}{y^3} =$ \_\_\_\_\_.

12. 分解因式:  $3x^2-6x+3 =$ \_\_\_\_\_.

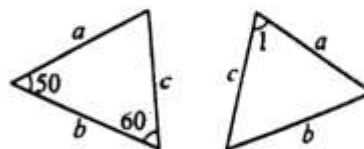
13. 如图,  $\triangle ABC$  是等边三角形,  $AB=2$ ,  $AD$  平分  $\angle BAC$  交  $BC$  于点  $D$ , 则线段  $BD$  的长为\_\_\_\_\_.



14. 如图,  $AC=AD$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ , 要使  $\triangle ADE \cong \triangle ACB$ , 则需再添加一个条件是\_\_\_\_\_ (写出一个即可).

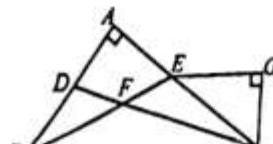


15. 如图是两个全等三角形, 图中的字母表示三角形的边长, 那么  $\angle 1$  的度数为\_\_\_\_\_.



16. 如图,  $\triangle ABC$  的角平分线  $CD, BE$  相交于点  $F$ ,  $\angle A=90^\circ$ ,  $EG \parallel BC$ , 且  $CG \perp EG$  于点  $G$ , 下列结论: ①  $\angle CEG = \angle DCB$ ; ②  $CA$  平分  $\angle BCG$ ; ③  $\angle ADC = \angle GCD$ ;

④  $\angle DFB = \frac{1}{2} \angle CCE$ , 其中正确的结论是\_\_\_\_\_ (只填序号).



三、解答题(共 68 分,第 17-22 题,每小题 5 分,第 23-26 题,每小题 6 分,第 27-28 题,每小题 7 分)解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

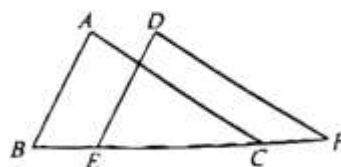
17. 计算: $\sqrt{4}+|-2|-(-2023)^0+(\frac{1}{2})^{-1}$ .

18. 计算: $(x-2)^2$ .

19. 先化简,再求值: $(x+y)(x-y)-x(x-2y)$ ,其中  $x=\frac{1}{3}, y=3$ .

20. 计算: $(a+1+\frac{1}{a-1})\cdot\frac{a-1}{a}$ .

21. 已知:如图,点  $B, E, C, F$  顺次在同一条直线上,点  $A, D$  在直线  $BC$  的同侧, $BE=CF, AB\parallel DE, AB=DE$ .  
求证: $\angle A=\angle D$ .

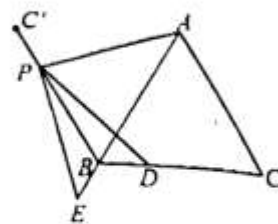


22. 解方程: $\frac{3}{2(x-2)}+\frac{x}{2-x}=\frac{1}{2}$ .

23. 求证:当  $n$  是整数时,两个连续奇数的平方差 $(2n+1)^2-(2n-1)^2$  是这两个奇数的和的 2 倍.

24. 小月是学校图书馆 A 书库的志愿者,小杰是学校图书馆 B 书库的志愿者;他们各自负责本书库的整理工作.6 月 5 日,图书馆 A 书库有 120 册图书需整理,而 B 书库有 80 册图书需整理,小月每小时整理图书的数量是小杰每小时整理图书数量的 1.2 倍,他们同时开始工作,结果小杰比小月提前 15 分钟完成工作.求小月和小杰每小时分别可以整理多少册图书.

25. 已知:如图, $\triangle ABC$  是等边三角形,点  $D$  在  $BC$  边上,点  $C$  关于直线  $AB$  的对称点为  $C'$ ,连接  $C'B$ ,点  $P$  是线段  $C'B$  上的一点,连接  $AP, PD$ ,延长  $AB$  到点  $E$ ,使  $BE=BD$ ,连接  $PE$ .  
求证: $PD=PE$ .

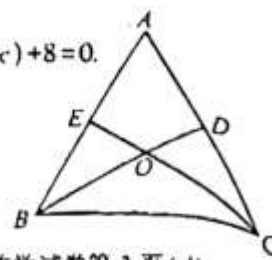


26. 已知:如图,在  $\triangle ABC$  中, $\angle A=60^\circ$ ,设  $AB=c, AC=b$ ,如果  $b^2+c^2-4(b+c)+8=0$ .

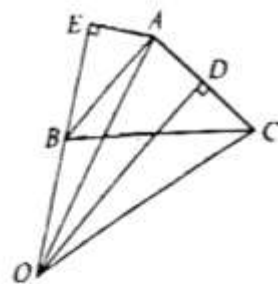
(1) 求证: $\triangle ABC$  是等边三角形;

(2)  $\triangle ABC$  的中线  $BD, CE$  交于点  $O$ .

用等式表示线段  $OD$  与  $OB$  之间的数量关系,并证明.



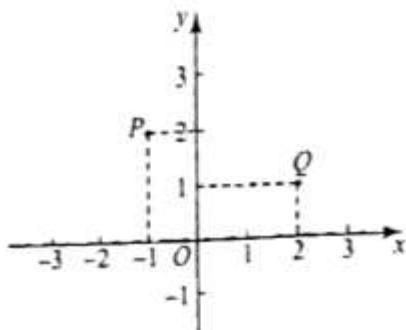
27. 已知:如图, $OB=BA=AC$ , $\angle OBA=150^\circ$ , $\angle BAC=90^\circ$ ,连接  $BC$ ,  
 $OA,OC$ .过点  $O$  作  $OD \perp AC$  于点  $D$ .过点  $A$  作  $\triangle AOB$  的高线  
 $AE$ ,交  $OB$  的延长线于点  $E$ .



(1) 求证:  $\triangle AOE \cong \triangle AOD$ ;

(2) 求  $\angle DOC$  的度数.

28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中,对于  $P, Q$  两点给出如下定义:若点  $P$  的横纵坐标的绝对值之和等于点  $Q$  的横纵坐标的绝对值之和,则称  $P, Q$  两点为“等和点”.下图中的  $P, Q$  两点即为“等和点”.

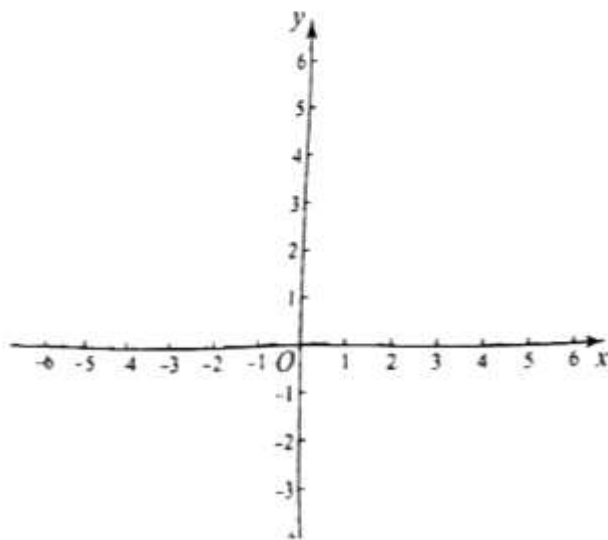


(1) 已知点  $A$  的坐标为  $(-2, 4)$ ,

① 在点  $S(0, 2), T(1, 5), W(2, -4)$  中,与点  $A$  为“等和点”的是\_\_\_\_\_ (只填字母);

② 若点  $B$  在第一象限的角平分线上,且  $A, B$  两点为“等和点”,则点  $B$  的坐标为\_\_\_\_\_;

(2) 已知点  $C$  的坐标为  $(3, 0)$ ,点  $D$  的坐标为  $(0, -3)$ .连接  $CD$ .点  $M$  为线段  $CD$  上一点,过点  $N(n, 0)$  作  $x$  轴的垂线  $l$ ,若垂线  $l$  上存在点  $M$  的“等和点”,求  $n$  的取值范围.



## 初二数学参考答案及评分标准

一、选择题（共 16 分， 每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项， 符合题意的选项只有一个

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	A	B	B	C	A	C	D

二、填空题（共 16 分， 每题 2 分）

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	$x \neq 1$	$\frac{a^3 b^6}{c^6}$	$\frac{2y^2}{x}$	$3(x-1)^2$	1	答案不唯一， 如： $\angle C = \angle D$ .	$70^\circ$	③④

三、解答题（共 68 分， 第 17-22 题， 每小题 5 分， 第 23-26 题， 每小题 6 分， 第 27-28 题， 每小题 7 分） 解答应写出文字说明、 演算步骤或证明过程.

17. 解： 原式 =  $2 + 2 - 1 + 2$  ..... 4 分  
 $= 5$  ..... 5 分

18. 解：  $(x - 2y)^2$   
 $= x^2 - 2 \cdot x \cdot 2y + (2y)^2$  ..... 3 分  
 $= x^2 - 4xy + 4y^2$  ..... 5 分

19. 解：  $(x + y)(x - y) - x(x - 2y)$   
 $= x^2 - y^2 - x^2 + 2xy$  ..... 2 分  
 $= 2xy - y^2$  ..... 3 分  
 $\therefore x = \frac{1}{3}, y = 3$

$$\begin{aligned} \therefore \text{原式} &= 2 \times \frac{1}{3} \times 3 - 3^2 \quad \dots\dots\dots 4 \text{分} \\ &= -7 \quad \dots\dots\dots 5 \text{分} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 20. \text{解: } & \left(a+1+\frac{1}{a-1}\right) \cdot \frac{a-1}{a} \\ &= \frac{(a+1)(a-1)+1}{a-1} \cdot \frac{a-1}{a} \quad \dots\dots\dots 1 \text{分} \\ &= \frac{a^2-1+1}{a-1} \cdot \frac{a-1}{a} \quad \dots\dots\dots 2 \text{分} \\ &= \frac{a^2}{a-1} \cdot \frac{a-1}{a} \quad \dots\dots\dots 3 \text{分} \\ &= a \quad \dots\dots\dots 5 \text{分} \end{aligned}$$

21. 证明:  $\because BE=CF$

$$\therefore BE+EC=CF+EC$$

$$\text{即 } BC=EF \quad \dots\dots\dots 1 \text{分}$$

$$\because AB \parallel DE$$

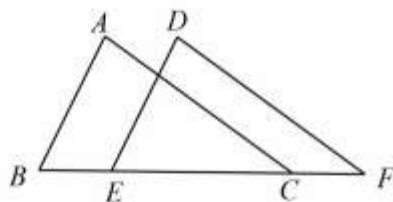
$$\therefore \angle B = \angle DEF \quad \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中

$$\begin{cases} AB=DE \\ \angle B = \angle DEF \\ BC=EF \quad \dots\dots\dots 3 \text{分} \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF \quad \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

$$\therefore \angle A = \angle D. \quad \dots\dots\dots 5 \text{分}$$



$$22. \text{解: } \frac{3}{2(x-2)} - \frac{x}{x-2} = \frac{1}{2} \quad \dots\dots\dots 1 \text{分}$$

$$\left[ \frac{3}{2(x-2)} - \frac{x}{x-2} \right] \times 2(x-2) = \frac{1}{2} \times 2(x-2) \quad \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

$$3-2x=x-2 \quad \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

$$-2x-x=-3-2$$

$$-3x=-5$$

$$x = \frac{5}{3} \quad \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

检验: 当  $x = \frac{5}{3}$  时,  $2(x-2) \neq 0$ ,

$$\therefore \text{原方程的解是 } x = \frac{5}{3} \quad \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

23. 证明:

∵两个连续奇数的平方差为

$$\begin{aligned} & (2n+1)^2 - (2n-1)^2 \\ &= (2n+1+2n-1)(2n+1-2n+1) \dots\dots\dots 2 \text{分} \\ &= 4n \cdot 2. \dots\dots\dots 3 \text{分} \end{aligned}$$

又∵这两个奇数的和为

$$\begin{aligned} & (2n+1+2n-1). \dots\dots\dots 4 \text{分} \\ &= 4n. \dots\dots\dots 5 \text{分} \end{aligned}$$

∴两个连续奇数的平方差  $(2n+1)^2 - (2n-1)^2$  是这两个奇数的和的 2 倍.....6 分

24. 解: 设小杰每小时可以整理  $x$  册图书, 则小月每小时可以整理  $1.2x$  册图书, 根据题意,

得  $\frac{120}{1.2x} = \frac{80}{x} + \frac{15}{60} \dots\dots\dots 2 \text{分}$

解得  $x = 80 \dots\dots\dots 3 \text{分}$

经检验:  $x = 80$  是原分式方程的解且符合实际. ....4 分

$$1.2x = 1.2 \times 80 = 96 \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

答: 小杰每小时可以整理 80 册图书, 小月每小时可以整理 96 册图书. ....6 分

25. 证明:

∵  $\triangle ABC$  是等边三角形,

∴  $\angle ABC = 60^\circ$ . ....1 分

∵ 点  $C'$  与点  $C$  关于  $AB$  所在直线对称,

∴  $\angle C'BA = \angle CBA = 60^\circ$ . ....2 分

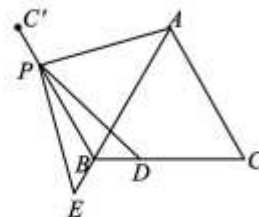
∴  $\angle PBE = 120^\circ = \angle PBD$ . ....3 分

在  $\triangle PBE$  和  $\triangle PBD$  中,

$$\begin{cases} PB = PB, \\ \angle PBE = \angle PBD, \\ BE = BD, \end{cases}$$

∴  $\triangle PBE \cong \triangle PBD$ .

∴  $PE = PD$ . .... 6 分



26. (1) 证明:

$$\because b^2 + c^2 - 4(b+c) + 8 = 0,$$

$$\therefore (b-2)^2 + (c-2)^2 = 0. \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

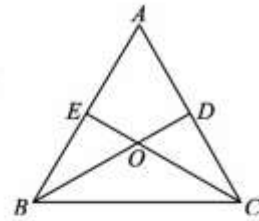
$$\because (b-2)^2 \geq 0, (c-2)^2 \geq 0,$$

$$\therefore (b-2)^2 = (c-2)^2 = 0.$$

$$\therefore b = c = 2. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\because \angle A = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 是等边三角形} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$



(2) 线段 OD 与 OB 的数量关系: OB=2OD.  $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

$\because \triangle ABC$  是等边三角形, BD 是中线,

$$\therefore BD \perp AC, \angle ABC = 60^\circ$$

$$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC = 30^\circ.$$

同理  $\angle ECB = \angle ECA = 30^\circ$ .

$$\therefore \angle DBC = \angle ECB.$$

$$\therefore OB = OC.$$

$$\because \angle BDC = 90^\circ, \angle ECA = 30^\circ, OB = OC,$$

$$\therefore OB = OC = 2OD \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

27. (1) 证明:

$\because AE$  是  $\triangle AOB$  的高线,

$$\therefore \angle AEB = 90^\circ,$$

$$\because \angle ABO = 150^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE = 30^\circ.$$

$$\therefore \angle BAE = 60^\circ.$$

又  $\because BA = BO,$

$$\therefore \angle BAO = \angle BOA = 15^\circ. \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle OAE = 75^\circ.$$

$$\because \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAO = \angle BAC - \angle BAO = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ.$$

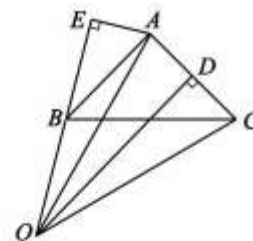
$$\therefore \angle OAE = \angle DAO.$$

$\because OD \perp AC$  于点 D.

$$\therefore \angle AEB = \angle ADO = 90^\circ.$$

$$\because AO = AO,$$

$$\therefore \triangle AOE \cong \triangle AOD. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$





(2)  $\because \triangle AOE \cong \triangle AOD,$

$\therefore AE = AD.$

在  $Rt\triangle ABE$  中,  $\angle ABE = 30^\circ,$

$\therefore AE = \frac{1}{2} AB.$

又  $\because AB = AC,$

$\therefore AE = AD = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} AC.$

$\therefore AD = CD.$

又  $\because OD \perp AC,$

$\therefore OA = OC. \dots\dots\dots 6$ 分

$\therefore \angle DCO = \angle DAO = 75^\circ,$

$\therefore \angle DOC = 15^\circ. \dots\dots\dots 7$ 分

28. (1) ①  $T, W; \dots\dots\dots 2$ 分

②  $(3, 3); \dots\dots\dots 3$ 分

(2) 设  $M(x, y),$  过点  $M$  作  $ME \perp x$  轴于点  $E$

则  $|x| = OE, |y| = ME$

$\because OC = |3| = 3, OD = |-3| = 3,$

$\therefore OC = OD.$

$\because \angle COD = 90^\circ,$

$\therefore \angle OCD = \angle ODC = 45^\circ.$

$\therefore ME = EC.$

$\therefore |x| + |y| = OE + ME = OE + EC = OC = 3.$

$\therefore$  点  $M$  的“等和点”满足横纵坐标的绝对值之和为 3.

$\therefore -3 \leq n \leq 3. \dots\dots\dots 7$ 分

