

# 2022 北京通州初二（上）期中

## 数 学



一、选择题（本题共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分）每题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 若代数式  $\sqrt{x-1}$  在实数范围内有意义，则  $x$  的取值范围是（ ）

- A.  $x < 1$                       B.  $x \leq 1$                       C.  $x > 1$                       D.  $x \geq 1$

2. 下列分式中是最简分式的是（ ）

- A.  $\frac{2x}{x^2+1}$                       B.  $\frac{4}{2x}$                       C.  $\frac{x-1}{x^2-1}$                       D.  $\frac{1-x}{x-1}$

3. 下列四个等式：①  $\sqrt{(-4)^2} = 4$ ；②  $(-\sqrt{4})^2 = 16$ ；③  $(\sqrt{4})^2 = 4$ ；④  $\sqrt{(-4)^2} = -4$ 。正确的是

（ ）

- A. ①②                      B. ③④                      C. ②④                      D. ①③

4. 下列计算正确的是（ ）

- A.  $\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{5}$                       B.  $\sqrt{12} - \sqrt{3} = \sqrt{3}$                       C.  $\sqrt{3} \times \sqrt{2} = 6$                       D.  $\sqrt{8} \div \sqrt{2} = 4$

5. 下列等式成立的是（ ）

- A.  $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = \frac{3}{a+b}$                       B.  $\frac{ab}{ab-b^2} = \frac{a}{a-b}$                       C.  $\frac{2}{2a+b} = \frac{1}{a+b}$                       D.  $\frac{a}{-a+b} = -\frac{a}{a+b}$

6. 小东一家自驾车去某地旅行，手机导航系统推荐了两条线路，线路一全程 75km，线路二全程 90km，汽车在线路二上行驶的平均时速是线路一上车速的 1.8 倍，线路二的用时预计比线路一用时少半小时，如果设汽车在线路一上行驶的平均速度为  $x$ km/h，则下面所列方程正确的是（ ）

- A.  $\frac{75}{x} = \frac{90}{1.8x} + \frac{1}{2}$                       B.  $\frac{75}{x} = \frac{90}{1.8x} - \frac{1}{2}$                       C.  $\frac{75}{1.8x} = \frac{90}{x} + \frac{1}{2}$                       D.  $\frac{75}{1.8x} = \frac{90}{x} - \frac{1}{2}$

7. 已知  $n$  是一个正整数，且  $\sqrt{24n}$  是整数，那么  $n$  的最小值是（ ）

- A. 6                      B. 36                      C. 3                      D. 2

8. 若  $xy = -6$ ，其中  $x > y$ ，则下列分式的值一定比  $\frac{y}{x}$  的值大的是（ ）

- A.  $\frac{3y}{3x}$                       B.  $\frac{3y}{x}$                       C.  $-\frac{3}{x}$                       D.  $\frac{y+3}{x}$

二、填空题（本题共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分）

9. 3 的算术平方根是\_\_\_\_\_。

10. 若分式  $\frac{x-1}{x+2}$  的值为 0，则  $x$  的值为\_\_\_\_\_。

11. 分式  $\frac{3}{2bc}$ ， $\frac{2}{5c^2}$  的最简公分母是\_\_\_\_\_。



12. 写出一个比2大且比3小的无理数: \_\_\_\_\_.

13. ①  $\frac{3a}{5xy} = \frac{(\quad)}{10axy}, (a \neq 0)$       ②  $\frac{a+2}{a^2-4} = \frac{1}{(\quad)}$ .

14. 若  $\sqrt{(1-a)^2} = a-1$ , 则  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

15. 某种弹簧秤原来的长度为  $l$ , 悬挂重物后的长度  $L$  可以用公式  $L = l + \frac{m}{k}$  表示, 其中  $m$  是悬挂物的质量,  $k$  是常数, 则  $m =$  \_\_\_\_\_ . (用  $L, l, k$  表示)

16. 利用平方与开平方互为逆运算的关系, 可以将某些无理数进行如下操作: 例如:  $a = \sqrt{3} + 1$  时, 移项得  $a - 1 = \sqrt{3}$ , 两边平方得  $(a - 1)^2 = (\sqrt{3})^2$ , 所以  $a^2 - 2a + 1 = 3$ , 即得到整系数方程:  $a^2 - 2a - 2 = 0$ . 仿照上述操作方法, 完成下面的问题: 当  $a = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  时, ①得到的整系数方程为 \_\_\_\_\_; ②计算:

$a^3 - 2a + 2025 =$  \_\_\_\_\_.

三、解答题 (本题共 68 分, 第 17 题 5 分; 第 18 题 4 分; 第 19-25 题每题 5 分; 第 26 题 4 分; 第 27 题 7 分; 第 28 题 5 分; 第 29 题 8 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程,

17. 计算:  $(1-\pi)^0 + |-\sqrt{2}| + \sqrt[3]{27} - \sqrt{8}$ .

18. 计算:  $4ab^2 \div \left(\frac{-b}{a}\right)^3$ .

19. 计算:  $\frac{2x}{x-y} - \frac{2y}{x-y}$ .

20. 计算:  $3\sqrt{20} - \sqrt{45} + \sqrt{\frac{1}{5}}$ .

21. 计算:  $(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1) - (\sqrt{2}-1)^2$ .

22. 解方程:  $\frac{x}{x-1} + \frac{1}{x} = 1$ .

23. 解方程  $\frac{2x}{x-2} = 1 - \frac{1}{2-x}$

24. 先化简, 再求值:  $\frac{x^2+x}{x^2-2x+1} \div \left(\frac{2}{x-1} - \frac{1}{x}\right)$ , 其中  $x = \sqrt{2} + 1$ .

25. 已知:  $\sqrt{x-y} = 1$ ,  $(x+2y)^3 = 64$ , 求代数式  $\frac{x+y}{x^2+y^2}$  的值.

26. 如图为  $4 \times 4$  方格, 每个小正方形的边长都为 1.

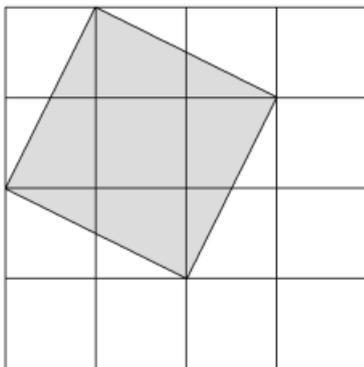


图 1

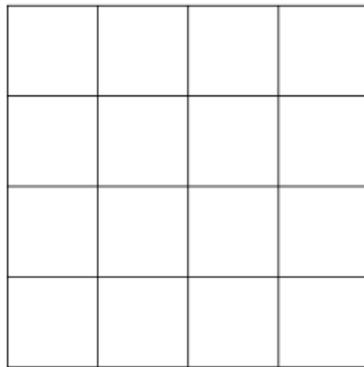


图 2

北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

(1) 图 1 中阴影正方形的面积为 \_\_\_\_\_, 边长为 \_\_\_\_\_;

(2) 请在图 2 中画出一个与图 1 中阴影部分面积不相等的正方形, 并求出所画正方形的边长. 要求所画正方形满足以下条件: ①正方形的边长为无理数 ②正方形的四个顶点均在网格格点处.

27. 晨晨家近期准备换车, 看中了价格相同的两款国产车.

燃油车	新能源车
油箱容积: 40 升	电池电量: 60 千瓦时
油价: 9 元/升	电价: 0.6 元/千瓦时
续航里程: $a$ 千米	续航里程: $a$ 千米
每千米行驶费用: $\frac{40 \times 9}{a}$ 元	每千米行驶费用: _____ 元

注: 续航里程是指在最大的能源储备下可连续行驶的总里程.

(1) 用含  $a$  的代数式表示新能源车的每千米行驶费用 \_\_\_\_\_;

(2) 若燃油车的每千米行驶费用比新能源车多 0.54 元.

①分别求出这两款车的每千米行驶费用.

②若燃油车和新能源车每年的其它费用分别为 4800 元和 7500 元. 问: 每年行驶里程在什么范围时, 买新能源车的年费用更低? (年费用=年行驶费用+年其它费用)

北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

28. 根据学习“数与式”的经验, 通过由“特殊到一般”的方法探究下面二次根式的运算规律. 以下是探究过程, 请补充完整.

(1) 具体运算, 发现规律.

特例 1.  $\sqrt{1+3} = 2$ . 特例 2.  $\sqrt{1+\frac{5}{4}} = \frac{3}{2}$ , 特例 3.  $\sqrt{1+\frac{7}{9}} = \frac{4}{3}$ , 特例 4.  $\sqrt{1+\frac{9}{16}} = \frac{5}{4}$ ,

特例 5. \_\_\_\_\_.

(2) 观察、归纳, 得出猜想.

如果  $n$  为正整数, 用含  $n$  的式子表示上述的运算规律为: \_\_\_\_\_.

(3) 证明你的猜想.



29. 阅读理解

材料 1: 为了研究分式  $\frac{1}{x}$  与其分母  $x$  的数量变化关系, 小明制作了表格, 并得到如下数据:

$x$	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
$\frac{1}{x}$	...	-0.25	-0.3	-0.5	-1	无意义	1	0.5	0.3	0.25	...

从表格数据观察, 当  $x > 0$  时, 随着  $x$  的增大,  $\frac{1}{x}$  的值随之减小, 若  $x$  无限增大, 则  $\frac{1}{x}$  无限接近于 0;

当  $x < 0$  时, 随着  $x$  的增大,  $\frac{1}{x}$  的值也随之减小.

材料 2: 在分子、分母都是整式的情况下, 如果分子的次数低于分母的次数, 称这样的分式为真分式. 如果分子的次数不低于分母的次数, 称这样的分式为假分式.

任何一个假分式都可以化为一个整式与一个真分式的和.

例如:

$$\frac{x+1}{x-4} = \frac{(x-4)+5}{x-4} = \frac{x-4}{x-4} + \frac{5}{x-4} = 1 + \frac{5}{x-4}$$

根据上述材料完成下列问题:

(1) 当  $x > 0$  时, 随着  $x$  的增大,  $1 + \frac{1}{x}$  的值\_\_\_\_\_ (增大或减小);

当  $x < 0$  时, 随着  $x$  的增大,  $\frac{x+2}{x}$  的值\_\_\_\_\_ (增大或减小);

(2) 当  $x > 1$  时, 随着  $x$  的增大,  $\frac{3x+1}{x-1}$  的值无限接近一个数, 请求出这个数;

(3) 当  $0 < x < 2$  时, 请直接写出代数式  $\frac{2x-1}{x-3}$  值的范围\_\_\_\_\_.



## 参考答案

一、选择题（本题共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分）每题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 【答案】D

【解析】

【分析】根据二次根式有意义的条件列出关于  $x$  的不等式，求出  $x$  的取值范围即可。

【详解】解：由题意得， $x-1 \geq 0$ ，

解得  $x \geq 1$ 。

故选：D。

【点睛】本题主要考查二次根式有意义的条件，解题的关键是掌握要使二次根式有意义，其被开方数应为非负数。

2. 【答案】A

【解析】

【分析】根据最简分式的概念，先将分式的分子分母进行因式分解，再看分解后的分子分母是否可以约分，如果不可以约分，就是最简分式。以此判断即可；

【详解】解：A、 $\frac{2x}{x^2+1}$  的分子、分母都不能再分解，且不能约分，是最简分式； 符合题意；

B、 $\frac{4}{2x} = \frac{2}{x}$ ；不是最简分式，不合题意；

C、 $\frac{x-1}{x^2-1} = \frac{x-1}{(x+1)(x-1)} = \frac{1}{x+1}$ ；不是最简分式，不合题意；

D、 $\frac{1-x}{x-1} = \frac{x-1}{x-1} = -1$ ；不是最简分式，不合题意；

故选：A。

【点睛】本题考查最简分式，判断最简分式时要先把分子分母先进行因式分解，然后看分子分母是否具有公因式，注意互为相反数的式子也可以约分。

3. 【答案】D

【解析】

【分析】运用二次根式的性质，逐项判断等式是否成立。

【详解】解：①  $\sqrt{(-4)^2} = \sqrt{16} = 4$ ，正确；

②  $(-\sqrt{4})^2 = (-1)^2 \times (\sqrt{4})^2 = 1 \times 4 = 4 \neq 16$ ，不正确；

③  $(\sqrt{4})^2 = 4$  符合二次根式的意义，正确；

④  $\sqrt{(-4)^2} = \sqrt{16} = 4 \neq -4$ ，不正确。



∴①③正确.

故选: D.

【点睛】 本题考查的是二次根式的性质: ① $(\sqrt{a})^2 = a$  ( $a \geq 0$ ), ② $(\sqrt{a})^2 = a$  ( $a \geq 0$ ).

4. 【答案】 B

【解析】

【分析】 根据二次根式的加、减、乘、除进行计算即可求解.

【详解】 解: A.  $\sqrt{3}$  与  $\sqrt{2}$  不是同类二次根式, 故该选项不正确, 不符合题意;

B.  $\sqrt{12} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3}$ , 故该选项正确, 符合题意;

C.  $\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6}$ , 故该选项不正确, 不符合题意.

D.  $\sqrt{8} \div \sqrt{2} = \sqrt{4} = 2$ , 故该选项不正确, 不符合题意.

故选: B.

【点睛】 本题考查了二次根式的加、减、乘、除运算, 掌握二次根式的运算法则是解题的关键.

5. 【答案】 B

【解析】

【详解】 A.  $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = \frac{b+2a}{ab} \neq \frac{3}{a+b}$ , 故 A 不成立;

B.  $\frac{ab}{ab-b^2} = \frac{ab}{b(a-b)} = \frac{a}{a-b}$ , 故 B 成立;

C.  $\frac{2}{2a+b}$  不能约分, 故 C 不成立;

D.  $\frac{a}{-a+b} = -\frac{a}{a-b}$ , 故 D 不成立.

故选 B.

6. 【答案】 A

【解析】

【分析】 设汽车在路线一上行驶的平均速度为  $x$  km/h, 则在路线二上行驶的平均速度为  $1.8x$  km/h, 根据路线二的用时预计比路线一用时少半小时, 列方程即可.

【详解】 设汽车在路线一上行驶的平均速度为  $x$  km/h, 则在路线二上行驶的平均速度为  $1.8x$  km/h,

由题意得:  $\frac{75}{x} = \frac{90}{1.8x} + \frac{1}{2}$ ,

故选 A.

【点睛】 本题考查了由实际问题抽象出分式方程, 解答本题的关键是, 读懂题意, 设出未知数, 找出合适的等量关系, 列出方程.

7. 【答案】 A



【解析】

【分析】将 $\sqrt{24n}$ 中能开方的因数开方，然后再判断 $n$ 的最小正整数值。

【详解】解： $\because \sqrt{24n} = 2\sqrt{6n}$ 是整数，那么 $n$ 的最小值是6，

故选：A.

【点睛】本题考查了二次根式的性质，掌握二次根式的性质是解题的关键。

8. 【答案】D

【解析】

【分析】由题意可得出 $y < 0 < x$ ，然后由作差法进行判断大小即可求出答案。

【详解】解： $\because xy = -6, x > y$ ,

$\therefore y < 0 < x$ ,

A.  $\frac{3y}{3x} = \frac{y}{x}$ ，故该选项不正确，不符合题意；

B.  $\frac{3y}{x} - \frac{y}{x} = \frac{2y}{x} < 0$ ，故该选项不正确，不符合题意；

C.  $-\frac{3}{x} - \frac{y}{x} = -\frac{3+y}{x} < 0$ ，故该选项不正确，不符合题意；

D.  $\frac{y+3}{x} - \frac{y}{x} = \frac{3}{x} > 0$ ，故该选项正确，符合题意。

故选：D.

【点睛】本题考查了分式的大小比较，掌握分式的大小比较的方法是解题的关键。

二、填空题（本题共8个小题，每小题2分，共16分）

9. 【答案】 $\sqrt{3}$

【解析】

【详解】试题分析：3的算术平方根是 $\sqrt{3}$ ，故答案为 $\sqrt{3}$ 。

考点：算术平方根。

10. 【答案】1

【解析】

【分析】由题意根据分式值为0的条件即分子为0且分母不为0进行计算即可得出答案。

【详解】解： $\because$ 分式 $\frac{x-1}{x+2}$ 的值为0，

$\therefore x-1=0$ ,

$\therefore x=1$ .

故答案为：1.

【点睛】本题考查的是分式的值为0的条件，注意掌握分式值为零的条件是分子等于零且分母不等于零。

11. 【答案】 $10bc^2$



【解析】

【分析】根据题意求得最简公分母即可，确定最简公分母的一般方法：①如果各分母都是单项式，那么最简公分母就是各项系数的最小公倍数和所有字母的最高次幂的积，②如果各分母都是多项式，先把它们分解因式，然后把每个因式当做一个字母，再从系数、相同字母求最简公分母。

【详解】解：分式  $\frac{3}{2bc}$ ,  $\frac{2}{5c^2}$  的最简公分母是  $10bc^2$ ,

故答案为：  $10bc^2$  .

【点睛】本题考查了求最简公分母，掌握求最简公分母的方法是解题的关键.

12. 【答案】答案不唯一：如  $\sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \dots$  只要  $\sqrt{4} < x < \sqrt{9}$  即可.

【解析】

【分析】根据算术平方根的定义有  $\sqrt{4} < x < \sqrt{9}$ ，这样就得到满足条件的无理数.

【详解】解：  $\because 4 < 5 < 6 < 7 < 8 < 9$ ,

$\therefore$  一个比 2 大且比 3 小的无理数,

$\therefore$  只要满足  $\sqrt{4} < x < \sqrt{9}$  即可;

$\therefore$  如  $\sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \dots$ ;

故答案为：  $\sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \dots$

【点睛】本题考查了估算无理数的大小：利用完全平方数和算术平方根对无理数的大小进行估算.

13. 【答案】①  $6a^2$  ②  $a-2$

【解析】

【分析】根据分式的分子分母都乘以或除以同一个不为零的数或整式，分式的值不变，可得答案.

【详解】①  $\frac{3a}{5xy} = \frac{3a \times 2a}{5xy \times 2a} = \frac{6a^2}{10axy}$ ;

②  $\frac{a+2}{a^2-4} = \frac{a+2}{(a+2)(a-2)} = \frac{1}{a-2}$ .

故答案为①  $6a^2$ ; ②  $a-2$ .

14. 【答案】  $a \geq 1$  #  $1 \leq a$

【解析】

【分析】根据二次根式的性质化简  $\sqrt{(1-a)^2} = |1-a|$ ，可以得到  $a \geq 1$ .

【详解】解：  $\because \sqrt{(1-a)^2} = |1-a| = a-1$ ,

$\therefore 1-a \leq 0$ ，即  $a \geq 1$ .

故答案是：  $a \geq 1$ .

【点睛】本题考查二次根式的性质，解题的关键是利用二次根式的性质化简.



15. 【答案】  $k(L-l)$

【解析】

【分析】根据等式的性质将等式变形即可求解.

【详解】解:  $\because L = l + \frac{m}{k}$

$$\therefore \frac{m}{k} = L - l$$

$$\therefore m = k(L - l),$$

故答案为:  $k(L - l)$ .

【点睛】本题考查了等式的性质, 掌握等式的性质是解题的关键.

16. 【答案】 ①.  $a^2 + a - 1 = 0$  ②. 2024

【解析】

【分析】①根据已知可得  $2a + 1 = \sqrt{5}$ , 然后利用完全平方公式进行计算即可解答;

②利用①的结论可得  $a^2 - 1 = -a, a^2 + a = 1$ , 然后代入式子中进行计算即可解答.

【详解】解: ①  $a = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ ,

$$\therefore 2a = \sqrt{5} - 1,$$

$$\therefore 2a + 1 = \sqrt{5},$$

$$\therefore (2a + 1)^2 = 5,$$

$$\therefore 4a^2 + 4a + 1 = 5,$$

$$\therefore 4a^2 + 4a - 4 = 0,$$

$$\therefore \text{得到的整系数方程为: } a^2 + a - 1 = 0,$$

故答案为:  $a^2 + a - 1 = 0$ ;

$$\textcircled{2} \because a^2 + a - 1 = 0,$$

$$\therefore a^2 - 1 = -a, a^2 + a = 1,$$

$$\therefore a^3 - 2a + 2025$$

$$= a^3 - a - a + 2025$$

$$= a(a^2 - 1) - a + 2025$$

$$= a \times (-a) - a + 2025$$

$$= -a^2 - a + 2025$$

$$= -(a^2 + a) + 2025$$



$$= -1 + 2025$$

$$= 2024,$$

故答案为：2024.

【点睛】本题考查了二次根式的混合运算，代数式求值，准确熟练地进行计算是解题的关键.

三、解答题（本题共 68 分，第 17 题 5 分；第 18 题 4 分；第 19-25 题每题 5 分；第 26 题 4 分；第 27 题 7 分；第 28 题 5 分；第 29 题 8 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程，

17. 【答案】  $4 - \sqrt{2}$

【解析】

【分析】首先计算零指数幂、二次根式的性质、开立方和绝对值，然后从左向右依次计算，求出算式的值即可.

【详解】解：  $(1 - \pi)^0 + |-\sqrt{2}| + \sqrt[3]{27} - \sqrt{8}$   
 $= 1 + \sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2}$   
 $= 4 - \sqrt{2}$

【点睛】此题主要考查了实数的运算，二次根式的性质，解答此题的关键是要明确：在进行实数运算时，和有理数运算一样，要从高级到低级，即先算乘方、开方，再算乘除，最后算加减，有括号的要先算括号里面的，同级运算要按照从左到右的顺序进行.

18. 【答案】  $-\frac{4a^4}{b}$

【解析】

【分析】先算乘方，再把除法转为乘法，最后约分即可.

【详解】解：  $4ab^2 \div \left(\frac{-b}{a}\right)^3$   
 $= 4ab^2 \div \frac{-b^3}{a^3}$   
 $= -4ab^2 \times \frac{a^3}{b^3}$   
 $= -\frac{4a^4}{b}$

【点睛】本题主要考查分式的乘方、除法，解答的关键是对相应的运算法则的掌握.

19. 【答案】 2

【解析】

【分析】根据同分母分式的减法运算进行计算即可求解.



【详解】解：  $\frac{2x}{x-y} - \frac{2y}{x-y}$

$$= \frac{2x-2y}{x-y}$$

$$= \frac{2(x-y)}{x-y}$$

$$= 2$$

【点睛】 本题考查了同分母分式的减法运算，掌握分式的运算法则是解题的关键.

20. 【答案】  $\frac{16}{5}\sqrt{5}$

【解析】

【分析】 根据二次根式的加减运算法则即可求出答案.

【详解】解：  $3\sqrt{20} - \sqrt{45} + \sqrt{\frac{1}{5}}$

$$= 6\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$= \frac{16}{5}\sqrt{5}$$

【点睛】 本题考查二次根式的加减运算法则，解题的关键是熟练运用二次根式的加减运算法则.

21. 【答案】  $-1+2\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 根据完全平方公式与平方差公式进行计算即可求解.

【详解】解：  $(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1) - (\sqrt{2}-1)^2$

$$= 3-1 - (2+1-2\sqrt{2})$$

$$= 2-3+2\sqrt{2}$$

$$= -1+2\sqrt{2}$$

【点睛】 本题考查了二次根式的混合运算，熟练掌握二次根式的性质、二次根式的乘法法则是解决问题的关键.

22. 【答案】  $x = \frac{1}{2}$

【解析】

【详解】 试题分析：

解：  $\frac{x}{x-1} + \frac{1}{x} = 1$

$$x^2 + x - 1 = x^2 - x$$



$$\therefore 2x = 1$$

$$\therefore x = \frac{1}{2}$$

经检验： $x = \frac{1}{2}$  是原方程的解。

【点睛】本题考查解分式方程，只需学生熟练掌握解方程的一般步骤，即可完成，注意分式方程结果要检验。

23. 【答案】 $x = -1$ 。

【解析】

【分析】首先去掉分母，观察可得最简公分母是  $(x - 2)$ ，方程两边乘最简公分母，可以把分式方程转化为整式方程求解，然后解一元一次方程，最后检验即可求解。

【详解】解：方程两边同乘  $x - 2$ ，得  $2x = x - 2 + 1$

解这个方程，得  $x = -1$

检验： $x = -1$  时， $x - 2 \neq 0$

$\therefore$  原方程的解是  $x = -1$

24. 【答案】 $\frac{x^2}{x-1}$ ； $\frac{3}{2}\sqrt{2} + 2$

【解析】

【分析】先利用异分母分式加减法法则计算括号里，再算括号外，然后把  $x$  的值代入化简后的式子进行计算即可解答。

【详解】解： $\frac{x^2 + x}{x^2 - 2x + 1} \div \left( \frac{2}{x-1} - \frac{1}{x} \right)$

$$= \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} \div \frac{2x-x+1}{x(x-1)}$$

$$= \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} \cdot \frac{x(x-1)}{x+1}$$

$$= \frac{x^2}{x-1}$$

当  $x = \sqrt{2} + 1$  时，原式 =  $\frac{(\sqrt{2}+1)^2}{\sqrt{2}+1-1}$

$$= \frac{3+2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{3\sqrt{2}+4}{2}$$

$$= \frac{3}{2}\sqrt{2} + 2$$



【点睛】本题考查了分式的化简求值，二次根式的混合运算，掌握分式以及二次根式的运算法则是解题的关键。

25. 【答案】 $\frac{3}{5}$

【解析】

【详解】分析：

由已知条件可得： $\begin{cases} x-y=1 \\ x+2y=4 \end{cases}$ ，解此方程组求得  $x$ 、 $y$  的值，再代值计算即可。

详解：

$$\because \sqrt{x-y}=1, (x+2y)^3=64,$$

$$\therefore \begin{cases} x-y=1 \\ x+2y=4 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases},$$

$$\text{当 } x=2, y=1 \text{ 时, 原式} = \frac{2+1}{2^2+1^2} = \frac{3}{5}.$$

点睛：根据“算术平方根的定义和立方根的定义”由： $\sqrt{x-y}=1, (x+2y)^3=64$  列出方程组

$$\begin{cases} x-y=1 \\ x+2y=4 \end{cases}, \text{求得 } x、y \text{ 的值是解答本题的关键.}$$

26. 【答案】(1) 5； $\sqrt{5}$

(2) 见解析

【解析】

【分析】(1) 根据勾股定理求得正方形的边长，进而求得正方形的面积；

(2) 根据题意可以选取边长为  $2\sqrt{2}$  为边长画出正方形即可求解。

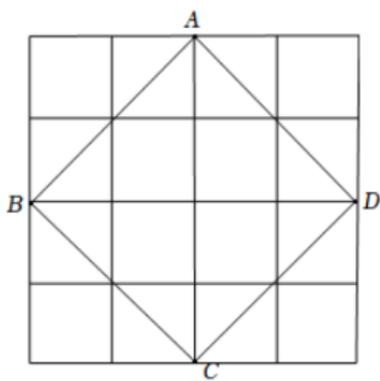
【小问 1 详解】

解：正方形的边长为： $\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$ ，面积为 5，

故答案为：5； $\sqrt{5}$ ；

【小问 2 详解】

解：如图所示（答案不唯一），正方形的边长为  $2\sqrt{2}$ ，正方形的面积为 8



【点睛】 本题考查了勾股定理与网格问题，掌握勾股定理是解题的关键.

27. 【答案】(1)  $\frac{36}{a}$

(2) ①燃油车的每千米行驶费用为0.6元，新能源车的每千米行驶费用为0.06元；②当每年行驶里程大于5000km时，买新能源车的年费用更低

【解析】

【分析】(1) 根据每千米行驶费用=相应的费用÷续航里程，即可求解；

(2) ①结合(1)，列出分式方程，解方程求解即可；

②根据题意，可以列出相应的不等式，然后求解即可.

【小问1详解】

解：由表格可得，

新能源车的每千米行驶费用为： $\frac{60 \times 0.6}{a} = \frac{36}{a}$  (元)，

故答案为： $\frac{36}{a}$ 元；

【小问2详解】

①∵燃油车的每千米行驶费用比新能源车多0.54元，

$$\therefore \frac{40 \times 9}{a} - \frac{36}{a} = 0.54,$$

解得  $a = 600$ ，

经检验， $a = 600$ 是原分式方程的解，

$$\therefore \frac{40 \times 9}{600} = 0.6 \text{ (元)}, \quad \frac{36}{600} = 0.06 \text{ (元)},$$

答：燃油车的每千米行驶费用为0.6元，新能源车的每千米行驶费用为0.06元；

②设每年行驶里程为  $x$  km，

由题意得： $0.6x + 4800 > 0.06x + 7500$ ，

解得  $x > 5000$ ，

答：当每年行驶里程大于5000km时，买新能源车的年费用更低.



【点睛】本题考查分式方程的应用、一元一次不等式的应用、列代数式，解答本题的关键是明确题意，列出相应的分式方程和不等式。

28. 【答案】(1)  $\sqrt{1+\frac{11}{25}}=\frac{6}{5}$

(2)  $\sqrt{1+\frac{2n+1}{n^2}}=\frac{n+1}{n}$

(3) 见解析

【解析】

【分析】(1) 利用前面的4个特例得到等式左边的被开方数由1和分数组成，其中分数的分母为序号数的平方，分子为序号数的2倍加1，等式右侧的分数的分母为序号数，分子为序号数加1，写出第5个特例即可求解；

(2) 利用(1)中的规律用序号数  $n$  表示等式的左右两边即可；

(3) 先把被开方的式子通分，再把分子写成完全平方的形式，然后根据二次根式的性质化简即可。

【小问1详解】

解：特例5.  $\sqrt{1+\frac{11}{25}}=\frac{6}{5}$ ；

故答案为： $\sqrt{1+\frac{11}{25}}=\frac{6}{5}$ ；

【小问2详解】

如果  $n$  为正整数，用含  $n$  的式子表示上述的运算规律为： $\sqrt{1+\frac{2n+1}{n^2}}=\frac{n+1}{n}$ ，

故答案为： $\sqrt{1+\frac{2n+1}{n^2}}=\frac{n+1}{n}$ ；

【小问3详解】

证明： $\sqrt{1+\frac{2n+1}{n^2}}$

$=\sqrt{\frac{n^2+2n+1}{n^2}}$

$=\sqrt{\frac{(n+1)^2}{n^2}}$

$=\frac{n+1}{n}$ 。

【点睛】本题考查了二次根式的混合运算：熟练掌握二次根式的性质、二次根式的乘法法则、除法法则是解决问题的关键。也考查了数字规律型问题的解决方法。

29. 【答案】(1) 减小，减小



(2) 3

$$(3) -3 < \frac{2x-1}{x-3} < \frac{1}{3}$$

【解析】

【分析】(1) 根据表格得出  $\frac{1}{x}$  的变化情况, 进而判断  $1 + \frac{1}{x}$ ,  $\frac{x+2}{x}$  的变化情况;

(2) 根据题意得出  $\frac{3x+1}{x-1} = 3 + \frac{4}{x-1}$ , 根据 (1) 的结论即可求解;

(3) 根据  $\frac{2x-1}{x-3} = 2 + \frac{5}{x-3}$ , 再结合  $x$  的取值范围即可求解.

【小问 1 详解】

解:  $\because$  当  $x > 0$  时,  $\frac{1}{x}$  随着  $x$  的增大而减小,

$\therefore$  随着  $x$  的增大,  $1 + \frac{1}{x}$  的值减小,

$$\therefore \frac{x+2}{x} = 1 + \frac{2}{x},$$

当  $x < 0$  时,  $\frac{1}{x}$  随着  $x$  的增大而减小,

$\therefore$  随着  $x$  的增大  $\frac{x+2}{x}$  的值减小,

故答案为: 减小, 减小;

【小问 2 详解】

$$\therefore \frac{3x+1}{x-1} = \frac{3(x-1)+4}{x-1} = 3 + \frac{4}{x-1},$$

$\therefore$  当  $x > 1$  时,  $\frac{4}{x-1}$  的值无限接近 0,

$\therefore 3 + \frac{4}{x-1}$  的值无限接近 3,

【小问 3 详解】

$$\text{解: } \therefore \frac{2x-1}{x-3} = \frac{2(x-3)+5}{x-3} = 2 + \frac{5}{x-3},$$

又  $0 < x < 2$ ,

$$\therefore -5 < \frac{5}{x-3} < -\frac{5}{3},$$

$$\therefore -3 < \frac{2x-1}{x-3} < \frac{1}{3},$$

北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao



故答案为：  $-3 < \frac{2x-1}{x-3} < \frac{1}{3}$ .

【点睛】 本题考查了分式的性质，不等式的性质，掌握分式的基本性质是解题的关键.

