通州区 2023—2024 学年第一学期九年级期中质量检测

数学试卷

2023年11月

学校________ 班级________ 姓名________

考生须知	
	1. 本试卷共8页，共三道大题，28个小题，满分为100分，考试时间为120分钟。
	2. 请在试卷和答题卡上准确填写学校名称、班级、姓名。
	3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
	4. 在答题卡上，选择题、作图题用2B铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
	5. 考试结束后，请将答题卡交回。

一、选择题(本题共8个小题，每小题2分，共16分)每题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. 下列长度的四条线段中，能成比例线段的是

A. 3 cm，5 cm，6 cm，9 cm　　B. 3 cm，5 cm，8 cm，9 cm

C. 3 cm，9 cm，10 cm，30 cm　　D. 3 cm，6 cm，7 cm，9 cm

2. 抛物线 $y=(x-1)^2+2$ 的顶点坐标为

A. $(-1,2)$　　B. $(1,2)$　　C. $(1,-2)$　　D. $(2,1)$

3. 如图所示，点 D、E 分别在△ABC 的 AB，AC 边上，且 $DE/\!/BC$，如果 $AD:DB=2:1$，那么 $AE:AC$ 等于

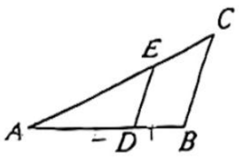
A. 2 : 1　　B. 2 : 5　　C. 3 : 5　　D. 2 : 3

4. 将抛物线 $y=2x^2$ 向下平移3个单位，得到的抛物线为

A. $y=2x^2+3$　　B. $y=2x^2-3$　　C. $y=2(x+3)^2$　　D. $y=2(x-3)^2$

5. 如图，图1是可折叠的熨衣架的实物图，图2是它的侧面示意图，AD 与 CB 相交于点 O，$AB/\!/CD$，根据图2中的数据可得 x 的值为

A. 0.4　　B. 0.8　　C. 1　　D. 1.6



第3题

图1

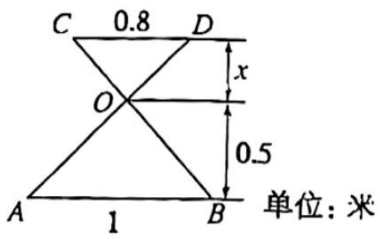
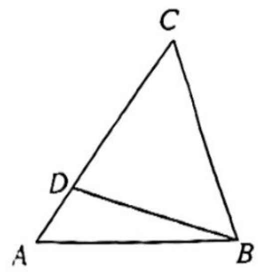


图2

第5题



第6题

6. 如图，已知 D 是△ABC 的边 AC 上一点，根据下列条件，不能判定△CAB∽△CBD 的是

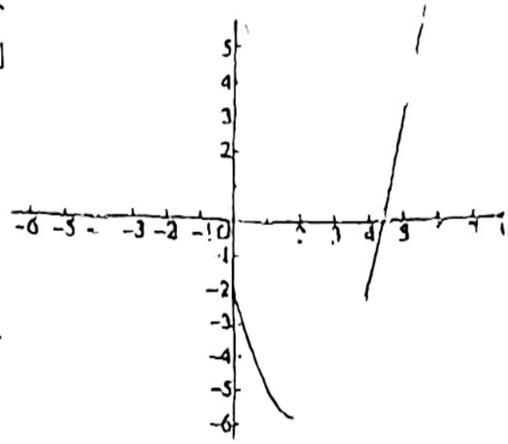
A. $\angle A=\angle CBD$　　B. $\angle CBA=\angle CDB$

C. $BC^2=AC\cdot CD$　　D. $AB\cdot CD=BD\cdot BC$

7. 若二次函数 $y=x^2-4x-m$ 的图象与 x 轴有公共点，那么 m 的取值范围是

A. $m\geq -4$　　　　B. $m>-4$　　　　C. $m\leq 4$　　　　D. $m<4$

8. 函数 $y=x^2-4|x|-2$ 的自变量 x 的取值范围为全体实数，其中 $x\geq 0$ 部分的图象如图所示，对于此函数有下列结论：



①函数图象关于 y 轴对称

②函数既有最大值，也有最小值

③当 $x<-2$ 时，y 随 x 的增大而减小

④当 $-6<a<-2$ 时，关于 x 的方程 $x^2-4|x|-2=a$ 有4个实数根

其中正确的结论个数是

A. 1　　　　B. 2　　　　C. 3　　　　D. 4

二、填空题（本题共8个小题，每小题2分，共16分）

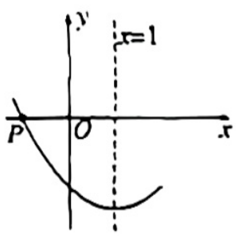
9. 已知 $\frac{a+b}{b}=\frac{5}{2}$，则 $\frac{a}{b}=$ ________.

10、请写出一个开口向下，图象经过原点的二次函数表达式 ________.

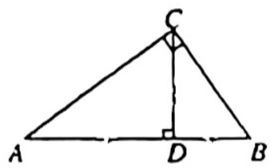
11、两个相似三角形的相似比为2∶3，则它们的面积之比为________.

12. 20世纪70年代初，我国著名的数学家华罗庚教授将黄金分割法作为一种"优选法"，在全国大规模推广，取得了很大成果. 如图，利用黄金分割法，所做 EF 将矩形窗框 $ABCD$ 分为上下两部分，其中 E 为边 AB 的黄金分割点，$BE>AE$. 已知 AB 为2米，则线段 BE 的长为________米.

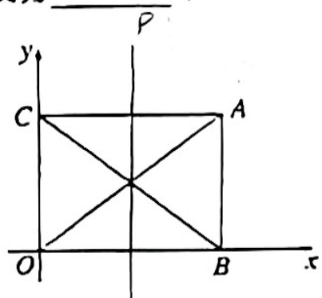
第 12 题



第 13 题



第 15 题



第 16 题

13. 如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴为 $x=1$，点 P，点 Q 是抛物线与 x 轴的两个交点，若点 P 的坐标为 $(-1,0)$，则点 Q 的坐标为__________.

14. 点 $(-2,y_1)$，$(3,y_2)$ 为抛物线 $y=-x^2+2x-n$ 上两点，则 y_1 ________ y_2.（用"<"或">"号连接）

15. 如图，Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，$CD\perp AB$，$AB=6$，$BD=2$，则 CD 的长为 ________.

16. 如图，在平面直角坐标系中，矩形 $ABOC$ 的边 OB，OC 分别在 x 轴、y 轴的正半轴上，点 A 的坐标为 $(8,6)$，点 P 在矩形 $ABOC$ 的内部，点 E 在 BO 边上，且满足△PBE∽△CBO，当△APC 是等腰三角形时，点 P 的坐标为________.

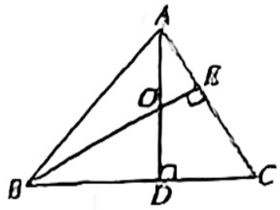
三、解答题（本题共68分，第17－18题每题4分；第19－21题每题5分；第22－27题每题6分；第28题9分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 已知一条抛物线的顶点坐标为$(-2,-4)$，且经过点$(0,4)$，求抛物线的表达式.

18. 如图，$\triangle ABC$的高AD，BE相交于点O.

(1) 写出一个与$\triangle ACD$相似的三角形（不添加其他线段），这个三角形是________

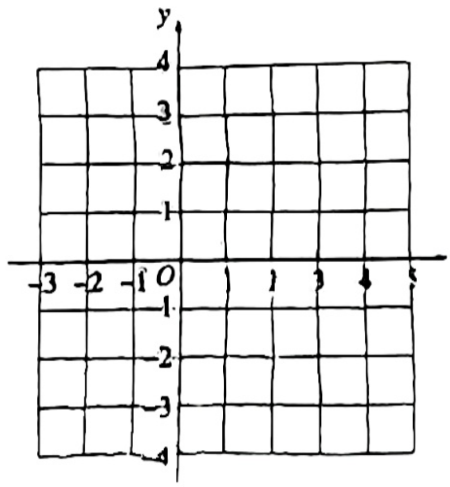
(2) 证明：



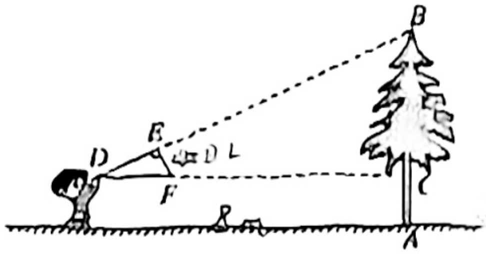
19. 已知抛物线 $y=x^2-2x-3$

(1) 求抛物线的顶点坐标及与坐标轴的交点坐标；

(2) 在平面直角坐标系xOy中画出函数图象.



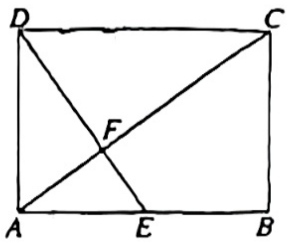
20．小纳同学用自制的直角三角形纸板 DEF 测量树的高度 AB，他调整自己的位置，设法使斜边 DF 保持水平，并且边 DE 与点 B 在同一直线上．已知纸板的两条直角边 $DE=40$ cm，$EF=20$ cm，测得边 DF 离地面的高度 $AC=1.5$ m，$CD=8$ m，求树的高度．



21．如图，在矩形 $ABCD$ 中，E 是边 AB 的中点，连接 DE 交对角线 AC 于点 F．

（1）求证：$\triangle AFE\backsim\triangle CFD$；

（2）若 $AB=4$，$AD=3$，求 CF 的长．



22. 已知二次函数 $y=x^2-ax+b$ 在 $x=0$ 和 $x=4$ 时的函数值相等.

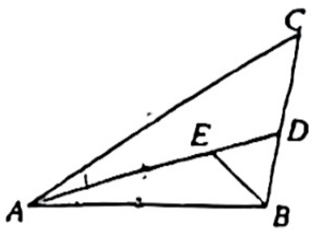
(1)求二次函数 $y=x^2-ax+b$ 图象的对称轴;

(2)过 $P(0,2)$ 作 x 轴的平行线与二次函数 $y=x^2-ax+b$ 的图象交于不同的两点 M、N.

当 $MN=2$ 时,求 b 的值.

23. 已知:如图,$\triangle ABC$ 中,AD 平分 $\angle BAC$,E 是 AD 上一点,且 $AB:AC=AE:AD$.

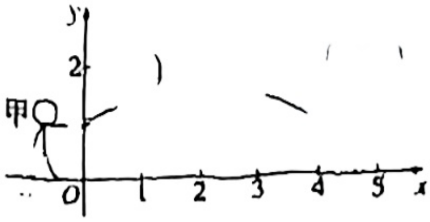
判断 BE 与 BD 的数量关系并证明.



24. 跳绳是大家喜爱的一项体育运动，当绳子甩到最高处时，其形状视为抛物线. 如图是甲，乙两人将绳子甩到最高处时的示意图，已知两人拿绳子的手离地面的高度都为 1 m，并且相距 4 m，现以两人的站立点所在的直线为 x 轴，过甲拿绳子的手作 x 轴的垂线为 y 轴，建立如图所示的平面直角坐标系，且绳子所对应的抛物线表达式为 $y=-\frac{1}{6}x^2+bx+c$.

(1)求绳子所对应的抛物线表达式；

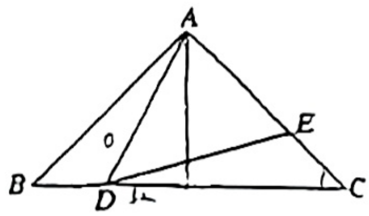
(2)身高 1.70 m 的小明，能否站在绳子的正下方，让绳子通过他的头顶？



25. 如图，在等腰三角形 ABC 中，$\angle BAC=90°$，$AB=AC=2$，D 是 BC 边上的一个动点（不与 B、C 重合），在 AC 上取一点 E，使 $\angle ADE=45°$.

(1)求证：$\triangle ABD\backsim\triangle DCE$；

(2)设 $BD=x$，$AE=y$，求 y 关于 x 的函数表达式，并写出自变量 x 的取值范围.



26、某水果经销商以每公斤 8 元的价格购进一批葡萄，若按每公斤 20 元的价格销售，平均每天可售出 60 公斤。结合销售记录发现，若售价每降低 1 元，平均每天的销售量增加 10 公斤，为了尽快减少库存，该水果商决定降价销售.

(1)若每公斤降价 2 元，则每天的销售利润为 ________ 元；

(2)销售单价定为每公斤多少元时，每天销售该品种葡萄获得的利润 w 最大？最大利润是多少元？

27、已知抛物线 $y=ax^2-2ax+3(a\neq 0)$.

(1)求抛物线的顶点坐标(用含 a 的代数式表示)；

(2)点 $P(a,y_1)$、$Q(3,y_2)$在该抛物线上，若 $y_1>y_2$，求 a 的取值范围.

28. 定义：两个相似三[illegible]且位于一个角的平分线两侧，则称这样的两个相似三角形为叠似三角形.

图1

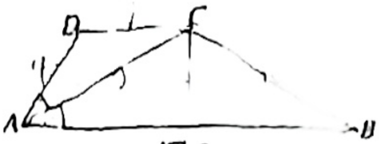


图2

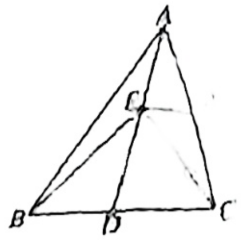


图3

(1)如图1，四边形$ABCD$中，对角线AC平分$\angle BAD$，$\angle BCD+\frac{1}{2}\angle BAD=180^\circ$，

求证：$\triangle ACB$和$\triangle ADC$为叠似三角形；

(2)如图2，$\triangle ACB$和$\triangle ADC$为叠似三角形，若$CD\parallel AB$，$AD=4$，$AC=6$，求四边形$ABCD$的周长；

(3)如图3，在$\triangle ABC$中，D是BC上一点，连接AD，点E在AD上，且$DE=DC$，F为AC中点，且$\angle BEC=\angle AEF$，若$BC=6$，$AE=4$，求$\frac{EF}{DE}$的值.

通州区 2023—2024 学年第一学期九年级期中质量检测

数学参考答案及评分标准

2023 年 11 月

一、选择题(本题共 8 个小题,每小题 2 分,共 16 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	B	D	B	A	D	A	C

二、填空题(本题共 8 个小题,每小题 2 分,共 16 分)

9. $\frac{3}{2}$　　10. $y=-x^2$(答案不唯一)　　11. 4∶9　　12. $\sqrt{5}-1$

13. (3,0)　　14. <　　15. $2\sqrt{2}$　　16. (4,3)或$\left(\frac{32}{5},\frac{6}{5}\right)$

三、解答题(本题共 68 分,第 17—18 题每题 4 分;第 19—21 题每题 5 分;第 22—27 题每题 6 分;第 28 题 9 分)解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解:∵抛物线的顶点坐标为(−2,−4)

∴设抛物线表达式为 $y=a(x+2)^2-4$ …………………………………… 1 分

∵抛物线经过点(0,4)

∴将(0,4)代入 $y=a(x+2)^2-4$ 得:

$4a-4=4$ …………………………………………………………………… 2 分

∴$a=2$ ……………………………………………………………………… 3 分

∴$y=2(x+2)^2-4$. ………………………………………………………… 4 分

18. (1)解:△AOE,△BOD,△BCE(写出一个即可) ……………………………… 1 分

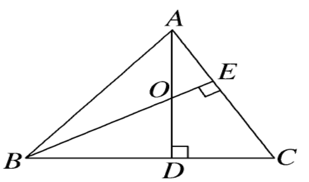
(2)△AOE∽△ACD

证明:∵△ABC 的高 AD,BE 相交于点 O

∴∠AEO=∠ADC=90° ……………………………… 2 分

∵∠OAE=∠CAD ……………………………… 3 分

∴△AOE∽△ACD ……………………………… 4 分



19. (1)解:∵$y=x^2-2x-3$

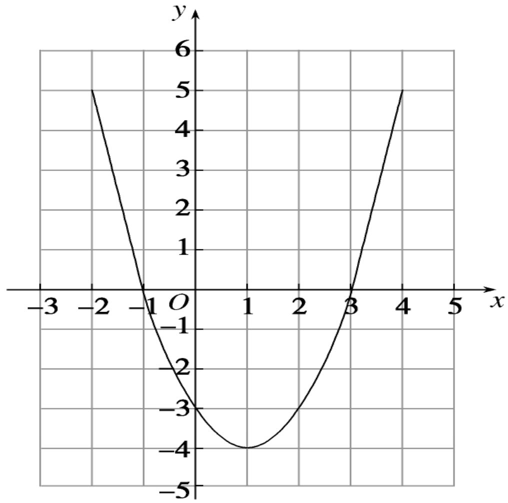
∴$y=(x-1)^2-4$

∴抛物线的顶点坐标为(1,−4) ……………………………………………… 1 分

令 $x=0$,则 $y=-3$,抛物线与 y 轴交点为(0,−3)………………………… 2 分

令 $y=0$,则 $x_1=3$,$x_2=-1$,抛物线与 x 轴交点为(3,0)和(−1,0). ………… 4 分

（2）

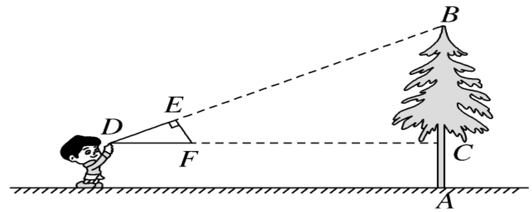


…………………………………………………………………………………… 5 分

20. 解：$\because \angle DEF=\angle BCD=90^\circ$

又 $\because \angle D=\angle D$

$\therefore \triangle DEF \backsim \triangle DCB$ ………………………………………… 2 分



$\therefore \dfrac{DE}{EF}=\dfrac{DC}{CB}$ ………………………………………………… 3 分

$\because DE=40\ \text{cm}, EF=20\ \text{cm}, CD=8\ \text{m}$

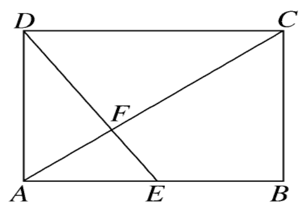
$\therefore \dfrac{40}{20}=\dfrac{8}{CB}$

$\therefore CB=4$ …………………………………………………………………………………… 4 分

$\therefore AB=CB+CA=5.5$

答：树的高度是 5.5 米. ………………………………………………………………………… 5 分

21.（1）证明：$\because$ 矩形 $ABCD$



$\therefore AB /\!/ CD$

$\therefore \angle FAE=\angle DCF$ ………………………………………………… 1 分

又 $\because \angle DFC=\angle EFA$

$\therefore \triangle AFE \backsim \triangle CFD$ ……………………………………………… 2 分

（2）$\because$ 矩形 $ABCD$

$\therefore \angle B=90^\circ, BC=AD=3$

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，$AB=4, BC=3$

$\therefore AC=5$ …………………………………………………………………………………… 3 分

$\because E$ 是边 AB 的中点

$\therefore AE=2$

$\because \triangle AFE \backsim \triangle CFD$

$\therefore \frac{CF}{AF}=\frac{DC}{AE}=\frac{4}{2}$

$\therefore CF=2AF$ …………………………………………………… 4分

$\therefore 3AF=5$

$\therefore AF=\frac{5}{3}$

$\therefore CF=\frac{10}{3}$. …………………………………………………… 5分

22. 解：(1)∵二次函数 $y=x^2-ax+b$ 在 $x=0$ 和 $x=4$ 时函数值相等

$\therefore$ 对称轴为直线 $x=2$. …………………………………………………… 2分

(2)∵过 $P(0,1)$ 作 x 轴的平行线与二次函数 $y=x^2-ax+b$ 的图象交于不同的两点 M、N

设点 M 在点 N 的左侧

∵对称轴为直线 $x=2$，$MN=2$，

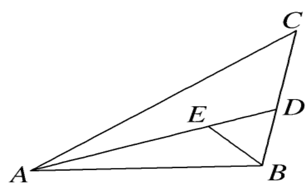
$\therefore$ 点 M 的坐标为 $(1,2)$，点 N 的坐标为 $(3,2)$ …………………………………………………… 4分

$\therefore x=-\frac{-a}{2}=2$，$1-a+b=2$

$\therefore a=4$，$b=5$. …………………………………………………… 6分

23. 猜想：$BE=BD$ …………………………………………………… 1分

证明：∵ AD 平分 $\angle BAC$



$\therefore \angle EAB=\angle DAC$ …………………………………………………… 2分

∵ $AB:AC=AE:AD$

$\therefore \triangle ABE \backsim \triangle ACD$ …………………………………………………… 3分

$\therefore \angle AEB=\angle ADC$ …………………………………………………… 4分

$\therefore \angle BED=\angle BDE$ …………………………………………………… 5分

$\therefore BE=BD$ …………………………………………………… 6分

24. 解：(1)根据题意，抛物线 $y=-\frac{1}{6}x^2+bx+c$ 经过点 $(0,1)$，$(4,1)$.

$\therefore \begin{cases} c=1 \\ 4b+c=\frac{11}{3} \end{cases}$ …………………………………………………… 1分

解得 $\begin{cases} b=\frac{2}{3} \\ c=1 \end{cases}$ …………………………………………………… 2分

$\therefore$ 绳子所对应的抛物线表达式为：$y=-\frac{1}{6}x^2+\frac{2}{3}x+1$ …………………………………………………… 3分

(2)身高 $1.70m$ 的小明，不能站在绳子的正下方让绳子通过他的头顶.

理由如下：

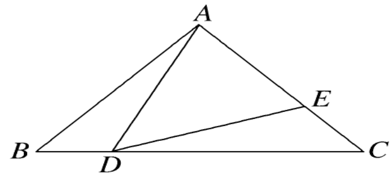
$\because y=-\frac{1}{6}x^2+\frac{2}{3}x+1$

当 $x=2$ 时，$y_{max}=1\frac{2}{3}$ ………………………………………………………… 5 分

$\because 1\frac{2}{3}<1.7$

$\therefore$ 绳子能碰到小明，小明不能站在绳子的正下方让绳子通过他的头顶. ……………… 6 分

25.(1)证明：$\because$ 等腰三角形 ABC 中，$\angle BAC=90°$，$AB=AC=2$



$\therefore \angle B=\angle C=45°$，$BC=2\sqrt{2}$

$\because \angle ADE=45°$

$\therefore \angle B=\angle ADE$ ………………………………………… 1 分

$\because \angle ADC=\angle B+\angle BAD$

又 $\because \angle ADC=\angle ADE+\angle EDC$

$\therefore \angle BAD=\angle EDC$ ………………………………………………………… 2 分

$\therefore \triangle ABD\backsim\triangle DCE$ ………………………………………………………… 3 分

(2)解：$\because \triangle ABD\backsim\triangle DCE$

$\therefore \frac{BD}{CE}=\frac{AB}{CD}$ ………………………………………………………………… 4 分

$\because BD=x$，$AE=y$

$\therefore \frac{x}{2-y}=\frac{2}{2\sqrt{2}-x}$ ………………………………………………………… 5 分

$\therefore y=\frac{1}{2}x^2-\sqrt{2}x+2\,(0<x<2\sqrt{2})$ ……………………………………… 6 分

26.(1)800 元；………………………………………………………………………… 1 分

(2)解：设销售单价定为每公斤 x 元，

据题意可得，$\omega=(x-8)[60+(20-x)\times10]$

$=(x-8)(260-10x)$ ……………………………………………… 3 分

当 $x=\frac{8+26}{2}=17$ 时，利润 ω 最大，此时，$\omega=810$ ……………………………… 5 分

答：销售单价定为每公斤 17 元时，每天销售该品种葡萄获得的利润最大，最大利润是 810 元.

……………………………………………………………………………………… 6 分

27.解：(1)$\because$ 抛物线 $y=ax^2-2ax+3\,(a\neq0)$

$\therefore y=a(x-1)^2+3-a$

$\therefore$ 抛物线的顶点坐标为$(1,3-a)$. ………………………………………………… 2 分

(2)当 $a>0$ 时，抛物线开口向上，

①若点 P、Q 在对称轴异侧

$\because y_1>y_2$

$\therefore$ 点 P 到对称轴的距离大于点 Q 到对称轴的距离

$\therefore 1-a>2$

$\therefore a<-1$

又 $\because a>0$

$\therefore$ 此情况不成立 ………………………………………………………………………… 3 分

②若点 P、Q 在对称轴同侧

当 $x\geqslant 1$ 时，y 随 x 的增大而增大

$\because y_1>y_2$

$\therefore a>3$ ………………………………………………………………………………… 4 分

当 $a<0$ 时，抛物线开口向下，

①若点 P、Q 在对称轴异侧

$\because y_1>y_2$

$\therefore$ 点 P 到对称轴的距离小于点 Q 到对称轴的距离

$\therefore 1-a<2$

$\therefore a>-1$

$\therefore -1<a<0$ …………………………………………………………………………… 5 分

②若点 P、Q 在对称轴同侧

当 $x\geqslant 1$ 时，y 随 x 的增大而减小

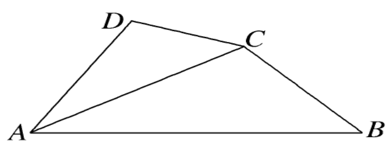
$\because y_1>y_2$

$\therefore 1<a<3$ 与 $a<0$ 矛盾

$\therefore$ 此情况不成立 ………………………………………………………………………… 6 分

综上所述，$-1<a<0$ 或 $a>3$.

28.(1)证明：$\because AC$ 平分 $\angle BAD$



$\therefore \angle CAB=\angle CAD$

$\because \angle BCD+\frac{1}{2}\angle BAD=180°$

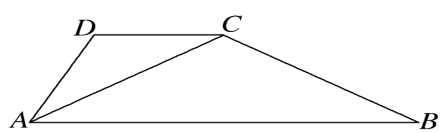
又 $\because \triangle ACD$ 中，$\angle CAD+\angle D+\angle ACD=180°$

$\therefore \angle ACB=\angle D$ ……………………………………………………………………… 1 分

$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle ACD$

$\therefore \triangle ACB$ 和 $\triangle ADC$ 为叠似三角形. …………………………………………… 2 分

(2)解：$\because CD/\!/AB$



$\therefore \angle CAB=\angle ACD$

$\because \triangle ACB$ 和 $\triangle ADC$ 为叠似三角形

$\therefore \angle CAB=\angle CAD$

$\therefore \angle ACD=\angle CAD$

$\therefore AD=CD$ ………………………………………………………………………… 3 分

$\because \triangle ACB$ 和 $\triangle ADC$ 为叠似三角形

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle ACD$

$\therefore \dfrac{AC}{AB}=\dfrac{AD}{AC}$, $\angle B=\angle ACD=\angle CAB$

$\therefore AC=CB=6$

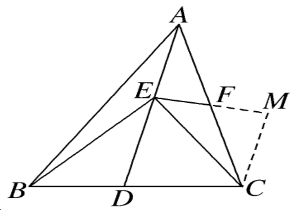
$\therefore AC^2=AB \cdot AD$

$\because AD=4$, $AC=6$

$\therefore AB=9$ ………………………………………………………………………… 4 分

$\therefore C_{ABCD}=23$ ………………………………………………………………………… 5 分

(3)解:延长 EF 至点 M,使 $FM=EF$,连结 CM.



$\because F$ 为 AC 中点

$\therefore AF=CF$

$\because \angle AFE=\angle CFM$

$\therefore \triangle AEF \cong \triangle CMF(SAS)$ ……………………………… 6 分

$\therefore AE=CM=4$, $\angle AEF=\angle M$

$\therefore AE /\!/ CM$

$\therefore \angle DEC=\angle ECM$

$\because DE=DC$

$\therefore \angle DEC=\angle DCE$

$\therefore \angle ECM=\angle DCE$

$\because \angle BEC=\angle AEF$

$\therefore \angle BEC=\angle M$

$\therefore \triangle BCE \backsim \triangle ECM$ ………………………………………………………… 7 分

$\therefore \dfrac{EM}{BE}=\dfrac{MC}{EC}=\dfrac{EC}{BC}$

$\because BC=9$, $CM=4$

$\therefore EC=6$ ………………………………………………………………………… 8 分

$\therefore \dfrac{EM}{BE}=\dfrac{6}{9}=\dfrac{2}{3}$

即 $\dfrac{2EF}{BE}=\dfrac{2}{3}$

$\therefore \dfrac{EF}{BE}=\dfrac{1}{3}$. ………………………………………………………………………… 9 分

注:方法不唯一,酌情给分