2022 北京育英中学初二（上）期中

数学（五四学制）

一、选择题（单选，本题共 10 小题，共 30 分）

1．下列式子中，为最简二次根式的是（　　）

A．$\sqrt{\frac{1}{2}}$　　　B．$\sqrt{3}$　　　C．$\sqrt{8}$　　　D．$\sqrt{4}$

2．在下列条件中，能判定四边形为平行四边形的是（　　）

A．两组对边分别平行

B．一组对边平行且另一组对边相等

C．两组邻边相等

D．对角线互相垂直

3．下列计算中，正确的是（　　）

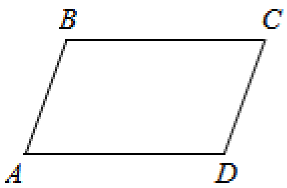
A．$\sqrt{(-3)^2}=-3$　　　B．$\sqrt{3^2+4^2}=7$

C．$\sqrt{4\frac{1}{2}}=2\frac{1}{2}$　　　D．$\sqrt{(-4)\times(-9)}=6$

4．若以下列长度的三条线段为边，可以组成直角三角形的是（　　）

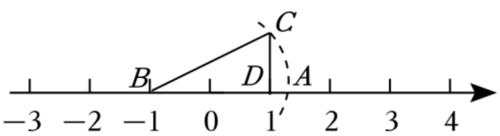
A．1，1，2　　　B．2，3，4　　　C．3，4，6　　　D．6，8，10

5．如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，若 $\angle A+\angle C=140°$，则 $\angle D$ 的度数为（　　）



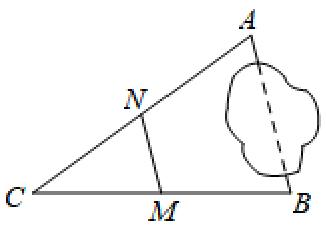
A．100°　　　B．110°　　　C．120°　　　D．140°

6．如图所示，Rt△BCD 中，$\angle BDC=90°$，CD 长度为单位 1，数轴上点 A 所表示的数为 a，则 a 的值是（　　）



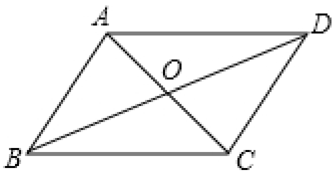
A．$\sqrt{5}-1$　　　B．$-\sqrt{5}+1$　　　C．$\sqrt{5}+1$　　　D．$\sqrt{5}$

7．如图，平地上 A、B 两点被池塘隔开，测量员在岸边选一点 C，并分别找到 AC 和 BC 的中点 M、N，测量得 $MN=16$ 米，则 A、B 两点间的距离为（　　）



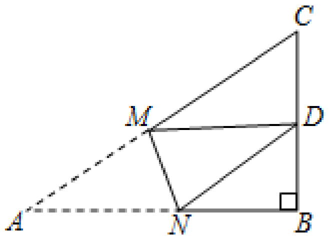
A．30 米　　　　B．32 米　　　　C．36 米　　　　D．48 米

8．如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，AC 与 BD 相交于点 O，则下列结论不一定成立的是（　　）



A．$BO=DO$　　　　B．$\angle BAD=\angle BCD$　　　　C．$CD=AB$　　　　D．$AC=BD$

9．如图，Rt△ABC 中，$AB=18$，$BC=12$，$\angle B=90°$，将△ABC 折叠，使点 A 与 BC 的中点 D 重合，折痕为 MN，则线段 BN 的长为（　　）



A．8　　　　B．6　　　　C．4　　　　D．10

10．如图，在直角△ABC 中，$AB=BC$，点 D 是边 AC 上一动点，以 BD 为直角边作等腰直角△DBE，DE 交 BC 于点 F，连接 CE．过点 B 作 $BQ\perp DE$ 于点 P，交 CD 于点 Q．下面结论中正确的有（　　）个．

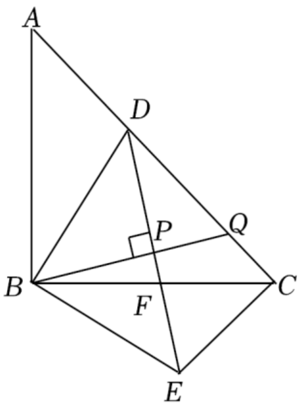
①△ABD≌△CBE；

②$\angle CDE=\angle ABD$；

③$AD^2+CQ^2=DQ^2$；

④当 AD：$DC=1$：2 时，$S_{\triangle BEC}+S_{\triangle DCE}=S_{\triangle DBE}$；

⑤当 $CD=BC$ 时，BD：$EF=\sqrt{2}+1$．



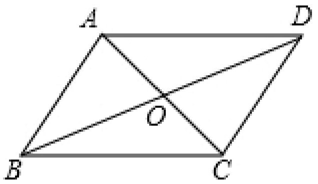
A．5　　　　B．4　　　　C．3　　　　D．2

二、填空题（本题共 8 小题，共 16 分）

11．（2 分）代数式$\sqrt{x-5}$在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是 ______．

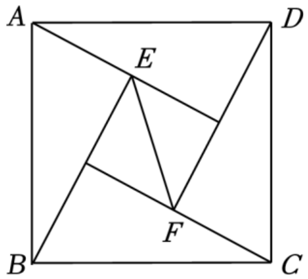
12．（2 分）写出一个在 2 和 3 之间的无理数 ____________．

13．（2 分）如图，平行四边形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O，两条对角线的和为 18，AD 的长为 5，则△OBC 的周长为 ______．

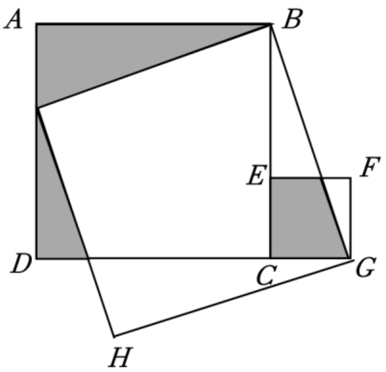


14．（2 分）计算：$(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})=$______．

15．（2 分）“赵爽弦图”是 2002 年在北京召开的国际数学家大会的会徽，它与数学中著名的勾股定理有着密切关系．在学完我国古代著名的“赵爽弦图”的示意图后，我校某同学想在逐梦运动场规划出一块活动场地，如图所示，现规划土地由四个全等的直角三角形拼接而成，其中 $AE=10m$，$BE=24m$，则 EF 的长是 ____________m．



16．（2 分）如图．四边形 $ABCD$，$ECGF$，$IHGB$ 都是正方形，如果 $AB=12$，$BG=13$，那么图中阴影部分的面积的和为 _______．



17．（2 分）平行四边形的一个内角平分线将对边分成 $3cm$ 和 $5cm$ 两个部分，则该平行四边形的周长是 cm．

18．（2 分）小桃桃根据学习“数与式”积累的经验，想通过“由特殊到一般”的方法探究下面二次根式的运算规律．

以下为小桃桃的探究过程，请补充完整：

具体运算，发现规律，

特例 1：$\sqrt{1+\frac{1}{3}}=\sqrt{\frac{3+1}{3}}=\sqrt{4\times\frac{1}{3}}=2\sqrt{\frac{1}{3}}$

特例 2：$\sqrt{2+\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{8+1}{4}}=\sqrt{9\times\frac{1}{4}}=3\sqrt{\frac{1}{4}}$

特例 3：$\sqrt{3+\frac{1}{5}}=4\sqrt{\frac{1}{5}}$

（1）如果 n 为正整数，用含 n 的式子表示上述的运算规律为：______________；

（2）应用运算规律化简：$\sqrt{2022+\frac{1}{2024}}\times\sqrt{4048}=$____________.

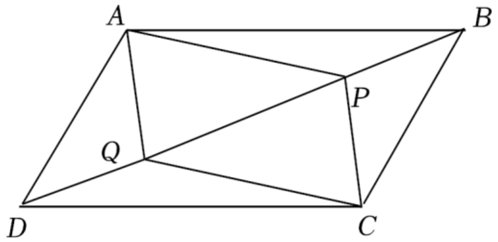
三、解答题（本题共 54 分，19 题 10 分，20-24 题每小题 10 分，25-26 题每题 7 分）

19.（10 分）计算：

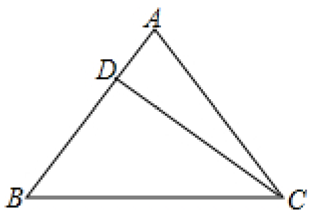
（1）$\sqrt{8}+\frac{\sqrt{3}}{4}\times2\sqrt{3}\div\sqrt{27}$；

（2）$|-\sqrt{5}|-(\pi-3)^{0}+(\frac{1}{2})^{-1}$.

20.（6 分）如图，已知点 P、Q 是平行四边形 $ABCD$ 对角线 BD 上的两个点，且 $BP=DQ$．求证：四边形 $APCQ$ 是平行四边形.

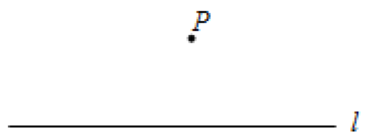


21.（6 分）已知，如图，等腰△ABC 的底边 $BC=10cm$，D 是腰 AB 上一点，且 $CD=8cm$，$BD=6cm$，求 AB 的长.



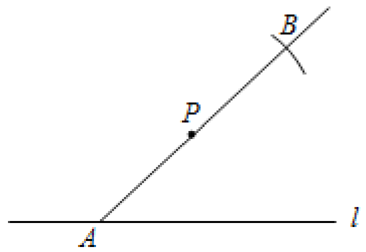
22.（6 分）下面是小东设计的“过直线外一点作这条直线的平行线”的尺规作图过程

已知：直线 l 及直线 l 外一点 P.



求作：直线 PQ，使得 $PQ/\!/l$.

作法：如图，



①在直线 l 上取一点 A，作射线 AP，以点 P 为圆心，PA 长为半径画弧，交 AP 的延长线于点 B；

②以点 B 为圆心，BA 长为半径画弧，交 l 于点 C（不与点 A 重合），连接 BC；

③以点 B 为圆心，BP 长为半径画弧，交 BC 于点 Q；

④作直线 PQ.

所以直线 PQ 就是所求作的直线.

根据小东设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规，补全图形；（保留作图痕迹）

（2）完成下面的证明

证明：∵$PB=PA$，$BC=$______，$BQ=PB$，

∴$PB=PA=BQ=$______.

∴$PQ\parallel l$（________）（填推理的依据）.

23.（6分）如图，正方形网格中的每个小正方形的边长都是1，每个顶点叫做格点.

（1）在图1中以格点为顶点画一个面积为10的正方形；

（2）在图2中以格点为顶点画一个三角形，使三角形的三边长分别为2，$\sqrt{5}$，$\sqrt{13}$，并求这个三角形的面积.

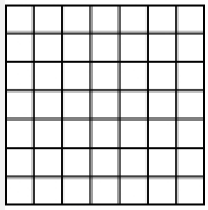


图1

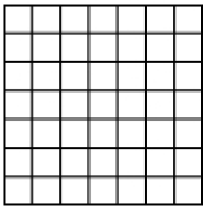
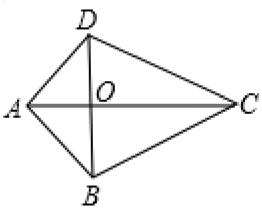


图2

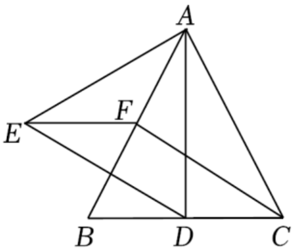
24.（6分）已知：如图，四边形 $ABCD$ 中，$AB=a$，$BC=b$，$CD=c$，$DA=d$，AC 与 BD 相交于 O，且 $AC\perp BD$，则 a，b，c，d 之间一定有关系式：$a^2+c^2=b^2+d^2$，请说明理由.



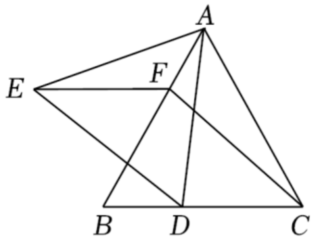
25.（7分）如图，△ABC 是等边三角形，点 D 是边 BC 上的一点，以 AD 为边作等边△ADE，过点 C 作 $CF\parallel DE$ 交 AB 于点 F.

（1）若点 D 是 BC 边的中点（如图①），求证：$EF=CD$；

（2）若点 D 是 BC 边上的任意一点（除 B、C 外如图②），那么（1）中的结论是否仍然成立？若成立，请给出证明；若不成立，请说明理由.



图①



图②

26．（7 分）小明在学习了“二次根式”后，发现一些含根号的代数式可以写成另一个根号的代数式的平方，如$3+2\sqrt{2}=(1+\sqrt{2})^2$．善于思考的小明进行了以下探索：设$a+b\sqrt{2}=(m+n\sqrt{2})^2$（其中$a$、$b$、$m$、$n$均为整数），则有$a+b\sqrt{2}=m^2+2mn\sqrt{2}+2n^2$，$a=m^2+2n^2$，$b=2mn$．这样小明就找到了把类似$a+b\sqrt{2}$的代数式化为平方式的方法．

请你仿照小明的方法探索并解决下列问题：

（1）当a、b、m、n均为整数时，若$a+b\sqrt{5}=(m+n\sqrt{5})^2$，用含$m$、$n$的代数式分别表示$a$、$b$，则：$a=$________，$b=$_______；

（2）利用所探索的结论找一组正整数a、b、m、n填空：______+______$\sqrt{5}$=（______+______$\sqrt{5}$）^{2}；

（3）若$a+6\sqrt{5}=(m+n\sqrt{5})^2$，且$a$、$m$、$n$均为正整数，求$a$的值．

参考答案

一、选择题（单选，本题共10小题，共30分）

1．【分析】利用最简二次根式定义进行解答即可．

【解答】解：A、$\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，故原式不是最简二次根式，故此选项不合题意；

B、$\sqrt{3}$是最简二次根式，故此选项符合题意；

C、$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$，故原式不是最简二次根式，故此选项不合题意；

D、$\sqrt{4}=2$，故原式不是最简二次根式，故此选项不符合题意；

故选：B．

【点评】此题主要考查了最简二次根式，关键是掌握最简二次根式的概念：（1）被开方数不含分母；（2）被开方数中不含能开得尽方的因数或因式．

2．【分析】根据平行四边形的判定定理逐个判断即可．

【解答】解：A、两组对边分别平行的四边形是平行四边形，故本选项符合题意；

B、一组对边平行且另一组对边相等的四边形是等腰梯形，不是平行四边形，故本选项不符合题意；

C、两组邻边相等的四边形不一定是平行四边形，故本选项不符合题意；

D、对角线互相平分的四边形才是平行四边形，故本选项不符合题意；

故选：A．

【点评】本题考查了平行四边形的判定定理，能熟记平行四边形的判定定理的内容是解此题的关键，注意：平行四边形的判定定理有：①两组对边分别平行的四边形是平行四边形，②两组对边分别相等的四边形是平行四边形，③两组对角分别平行的四边形是平行四边形，④一组对边平行且相等的四边形是平行四边形，⑤对角线互相平分的四边形是平行四边形．

3．【分析】根据二次根式的乘除运算法则以及二次根式的性质即可求出答案．

【解答】解：A、原式$=3$，故A不符合题意．

B、原式$=\sqrt{25}=5$，故B不符合题意．

C、原式$=\sqrt{\frac{9}{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，故$C$不符合题意．

D、原式$=\sqrt{36}=6$，故D符合题意．

故选：D．

【点评】本题考查二次根式的乘除运算法则以及二次根式的性质，本题属于基础题型．

4．【分析】根据勾股定理的逆定理：如果三角形有两边的平方和等于第三边的平方，那么这个三角形是直角三角形判定即可．

【解答】解：A、$1^2+1^2\neq2^2$，不能构成直角三角形，故此选项不符合题意；

B、$2^2+3^2\neq4^2$，不能构成直角三角形，故此选项不符合题意；

C、$3^2+2^2\neq6^2$，不能构成直角三角形，故此选项不符合题意；

D、$6^2+8^2=10^2$，能构成直角三角形，故此选项符合题意；

故选：D.

【点评】本题考查了勾股定理的逆定理，在应用勾股定理的逆定理时，应先认真分析所给边的大小关系，确定最大边后，再验证两条较小边的平方和与最大边的平方之间的关系，进而作出判断.

5.【分析】根据平行四边形的对角相等，邻角互补可得答案.

【解答】解：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$\angle A=\angle C$，$\angle A+\angle D=180°$，

∵$\angle A+\angle C=140°$，

∴$\angle A=70°$，

∴$\angle D=110°$，

故选：B.

【点评】本题主要考查了平行四边形的性质，熟练掌握平行四边形的性质是解题的关键.

6.【分析】先运用勾股定理求得线段 BC 的长度，再根据数轴上点的特点，即可得出 a 的值.

【解答】解：由题意得，$BC=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，

∴数轴上点 A 所表示的数为 a 为：$\sqrt{5}-1$，

故选：A.

【点评】此题考查了利用数轴上的点表示有理数的能力，关键是能准确理解题意并列式、计算.

7.【分析】根据三角形中位线的定义推知 MN 是三角形 ABC 的中位线，然后利用三角形中位线定理求得 AB 的长度即可.

【解答】解：∵点 M、N 是分别是 AC 和 BC 的中点，

∴MN 是△ABC 的中位线，$MN=16$ 米，

∴$MN=\frac{1}{2}AB=16$ 米，

∴$AB=32$ 米.

故选：B.

【点评】此题考查的是三角形中位线定理，即三角形的中位线平行于第三边且等于第三边的一半.

8.【分析】根据平行四边形的性质（①平行四边形的对边平行且相等，②平行四边形的对角相等，③平行四边形的对角线互相平分）判断即可.

【解答】解：A、∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$OB=OD$（平行四边形的对角线互相平分），正确，不符合题意；

B、∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$\angle BAD=\angle BCD$，正确，不符合题意；

C、∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$CD=AB$，正确，不符合题意；

D、根据四边形 $ABCD$ 是平行四边形不能推出 $AC=BD$，错误，符合题意；

故选：D.

【点评】本题考查了平行四边形的性质的应用，注意：平行四边形的性质是：①平行四边形的对边平行且相等，②平行四边形的对角相等，③平行四边形的对角线互相平分．

9．【分析】设 $BN=x$，则由折叠的性质可得 $DN=AN=18-x$，根据中点的定义可得 $BD=6$，在 Rt△BND 中，根据勾股定理可得关于 x 的方程，解方程即可求解．

【解答】解：设 $BN=x$，由折叠的性质可得 $DN=AN=18-x$，

∵D 是 BC 的中点，

∴$BD=6$，

在 Rt△NBD 中，$x^2+6^2=(18-x)^2$，

解得 $x=8$．

即 $BN=8$．

故选：A．

【点评】本题考查了翻折变换（折叠问题），折叠的性质，勾股定理，中点的定义以及方程思想，综合性较强．

10．【分析】由“SAS”可证△ABD≌△CBE，故①正确；由等腰直角三角形的性质和外角的性质可得∠ABD=∠CDE，故②正确；由等腰三角形的性质可得 BQ 是 DE 的中垂线，可得 $DQ=QE$，由全等三角形的性质可得∠A=∠BCE=45°，$AD=CE$，由勾股定理可得 $AD^2+CQ^2=DQ^2$；故③正确；分别求出△BEC，△DCE，△DBE 的面积，可得 $S_{\triangle BEC}+S_{\triangle DCE}\neq S_{\triangle BDE}$，故④错误；分别求出 EF^2，BD^2，即可求解．

【解答】解：∵∠ABC=∠DBE=90°，

∴∠ABD=∠CBE，

在△ABD 和△CBE 中，

$$\begin{cases}AB=BC\\ \angle ABD=\angle CBE,\\ BD=BE\end{cases}$$

∴△ABD≌△CBE（SAS），故①正确；

∵∠ABC=90°，$AB=BC$，

∴∠A=∠ACB=45°，

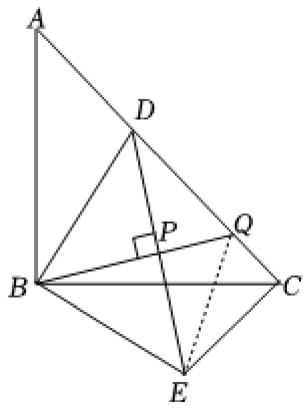
∵∠DBE=90°，$DB=BE$，

∴∠BDE=∠BED=45°，

∵∠BDC=∠A+∠ABD=∠BDE+∠CDE，

∴∠ABD=∠CDE，故②正确；

如图，连接 QE，



$\because \angle DBE=90^\circ$，$DB=BE$，$BQ\perp DE$，

$\therefore BQ$ 是 DE 的中垂线，

$\therefore DQ=QE$，

$\because \triangle ABD\cong\triangle CBE$，

$\therefore \angle A=\angle BCE=45^\circ$，$AD=CE$，

$\therefore \angle QCE=90^\circ$，

$\therefore QC^2+CE^2=QE^2$，

$\therefore AD^2+CQ^2=DQ^2$；故③正确；

$\because AD$：$DC=1$：2，

$\therefore$ 设 $AD=a$，$DC=2a$，

$\therefore AC=3a$，

$\therefore BC=AB=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}a$，

$\therefore DE=\sqrt{DC^2+CE^2}=\sqrt{5}a$，

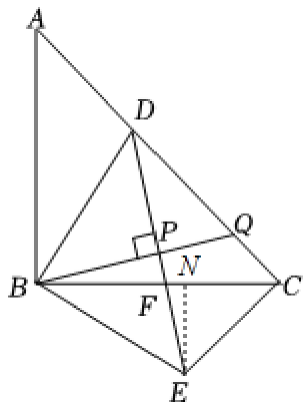
$\therefore BP=\dfrac{1}{2}DE=\dfrac{\sqrt{5}}{2}a$，

$\therefore S_{\triangle BDE}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{\sqrt{5}}{2}a\times\sqrt{5}a=\dfrac{5}{4}a^2$，

$\because S_{\triangle BEC}+S_{\triangle DCE}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3\sqrt{2}}{2}a\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}a+\dfrac{1}{2}\times a\times 2a=\dfrac{7}{4}a^2$，

$\therefore S_{\triangle BEC}+S_{\triangle DCE}\neq S_{\triangle BDE}$，故④错误；

如图，过点 E 作 $EM\perp BC$ 于 N，



设 $AB=BC=x=CD$，则 $AC=\sqrt{2}x$，

∴$AD=(\sqrt{2}-1)x$，

∵$CB=CD$，$\angle ACB=45°$，

∴$\angle CBD=\angle CDB=67.5°$，

∴$\angle ABD=22.5°=\angle CDE$，

∴$\angle CED=67.5°$，

∵$\triangle ABD\cong\triangle CBE$，

∴$AD=CE=(\sqrt{2}-1)x$，$\angle BCE=\angle A=45°$，

∴$\angle CFE=\angle CEF=67.5°$，

∴$CF=CE=(\sqrt{2}-1)x$，

∵$\angle BCE=45°$，$EN\perp BC$，

∴$\angle CEN=\angle BCE=45°$，

∴$CN=NE=\frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{2}-1)x=(1-\frac{\sqrt{2}}{2})x$，

∴$FN=(\frac{3\sqrt{2}}{2}-2)x$，$BN=\frac{\sqrt{2}}{2}x$，

∴$EF^2=EN^2+FN^2=(\frac{3}{2}-\sqrt{2})x^2+(\frac{17}{2}-6\sqrt{2})x^2=(10-7\sqrt{2})x^2$，$BD^2=BE^2=EN^2+BN^2=(\frac{3}{2}-\sqrt{2})x^2+\frac{1}{2}x^2=(2-\sqrt{2})x^2$，

∴$\frac{BD^2}{EF^2}=\frac{1}{3-2\sqrt{2}}$，

∴$\frac{BD}{EF}=\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\sqrt{2}+1$，故⑤正确，

故选：B．

【点评】本题是三角形综合题，考查了全等三角形的判定和性质，勾股定理，等腰直角三角形的性质，旋转的性质等知识，利用参数表示线段的长度是解题的关键．

二、填空题（本题共 8 小题，共 16 分）

11．【分析】根据二次根式有意义的条件列出不等式，解不等式得到答案．

【解答】解：由题意得，$x-5\geqslant 0$，

解得 $x\geqslant 5$，

故答案为：$x\geqslant 5$．

【点评】本题考查的是二次根式有意义的条件，掌握二次根式的被开方数是非负数是解题的关键．

12．【分析】估算无理数的大小，写出一个答案即可．

【解答】解：∵$4<5<9$，

∴$2<\sqrt{5}<3$，

故答案为：$\sqrt{5}$（答案不唯一）．

【点评】本题考查了无理数的估算，无理数的估算常用夹逼法，用有理数夹逼无理数是解题的关键．

13．【分析】根据两对角线之和为18，可得出 $OB+OC$ 的值，再由 $AD=BC$，可得出△OBC 的周长．

【解答】解：由题意得，$OB+OC=\frac{1}{2}(AC+BD)=9$，

又∵$AD=BC=5$，

∴△OBC 的周长$=9+5=14$．

故答案为：14．

【点评】此题考查了平行四边形的性质，解答此题需要掌握平行四边形的对角线互相平分，对边相等的性质．

14．【分析】根据平方差公式计算．

【解答】解：原式$=(3\sqrt{2})^2-(2\sqrt{3})^2$

$=18-12$

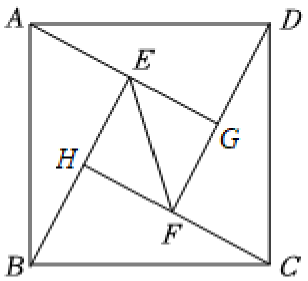
$=6$．

故答案为6．

【点评】本题考查了二次根式的计算：先把各二次根式化为最简二次根式，再进行二次根式的乘除运算，然后合并同类二次根式．

15．【分析】先根据线段的差可得 $EG=FG=14m$，再由勾股定理可得答案．

【解答】解：如图，由题意得：$AG=BE=24m$，$AE=10m$，$\angle AGD=90^\circ$，



∴$EG=FG=AG-AE=24-10=14m$，$\angle EGF=90^\circ$，

由勾股定理得：$EF=\sqrt{EG^2+FG^2}=\sqrt{14^2+14^2}=14\sqrt{2}$（$m$）．

故答案为：$14\sqrt{2}$．

【点评】本题考查了勾股定理的证明，解题的关键是熟练掌握勾股定理．

16.【分析】根据正方形的性质证明△IDM≌△BEN（SAS），进而即可解决问题．

【解答】解：四边形 $ABCD$，$BIHG$，$ECGF$ 都是正方形，

∴$AB=BC=12$，$BI=BG=13$，

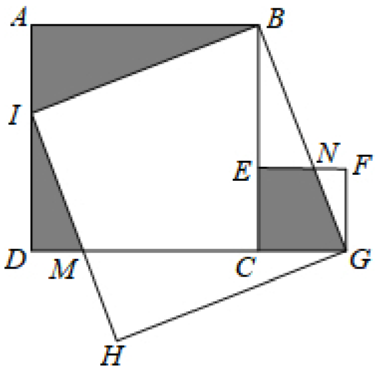
∴在 Rt△BCG 中，根据勾股定理得 $AI=CG=5$，

∴$ID=BE$，

在△IDM 和△BEN 中，

$$\begin{cases}\angle DIM=\angle EBN\\ ID=BE\\ \angle D=\angle BEN=90^\circ\end{cases},$$

∴△IDM≌△BEN（SAS），



∵$\angle ABI=90^\circ-\angle IBC=\angle CBG$，

在△ABI 和△CBG 中，

$$\begin{cases}\angle A=\angle BCG=90^\circ\\ AB=CB\\ \angle ABI=\angle CBG\end{cases},$$

∴△ABI≌△CBG（ASA），

∴△ABI 和△CBG 的面积相等，

∴阴影部分的面积$=S_{\triangle BAI}+S_{\triangle BCG}=2\times5\times12\times\frac{1}{2}=60$．

故答案为：60．

【点评】本题考查了正方形的性质．解决本题的关键是利用不同的方法表示同一个图形的面积也是证明公式的一种常用方法．

17.【分析】根据题意画出图形，由平行四边形得出对边平行，又由角平分线可以得出△ABE 为等腰三角形，可以求解．

【解答】解：∵四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

∴$AD\parallel BC$，

∴$\angle DAE=\angle AEB$，

∵AE 为角平分线，

∴$\angle DAE=\angle BAE$，

∴$\angle AEB=\angle BAE$，

∴$AB=BE$，

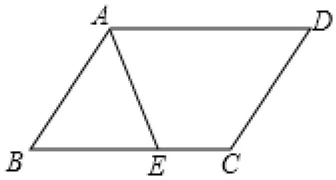
∴①当 $BE=3cm$ 时，$CE=5cm$，$AB=3cm$，

则周长为 $22cm$；

②当 $BE=5cm$ 时，$CE=3cm$，$AB=5cm$，

则周长为 $26cm$．

故答案为：22 或 26．



【点评】本题考查了平行四边形的性质，结合了等腰三角形的判定．注意有两种情况，要进行分类讨论．

18．【分析】（1）从数字找规律，即可解答；

（2）利用（1）的结论，进行计算即可解答．

【解答】解：（1）如果 n 为正整数，用含 n 的式子表示上述的运算规律为：

$\sqrt{n+\frac{1}{n+2}}=(n+1)\sqrt{\frac{1}{n+2}}$，

故答案为为：$\sqrt{n+\frac{1}{n+2}}=(n+1)\sqrt{\frac{1}{n+2}}$；

（2）$\sqrt{2022+\frac{1}{2024}}\times\sqrt{4048}$

$=2023\sqrt{\frac{1}{2024}}\times\sqrt{4048}$

$=2023\times\sqrt{\frac{1}{2024}\times4048}$

$=2023\sqrt{2}$，

故答案为：$2023\sqrt{2}$．

【点评】本题考查了二次根式的混合运算，规律型：数字的变化类，从数字找规律是解题的关键．

三、解答题（本题共 54 分，19 题 10 分，20-24 题每小题 10 分，25-26 题每题 7 分）

19．【分析】（1）先化简再计算即可求出值；

（2）先化简再计算即可求出值．

【解答】解：（1）原式$=2\sqrt{2}+\frac{3}{2}\div3\sqrt{3}$

$=2\sqrt{2}+\frac{1}{2\sqrt{3}}$

$=2\sqrt{2}+\frac{\sqrt{3}}{6}$；

（2）原式$=\sqrt{5}-1+2$

$=\sqrt{5}+1$．

【点评】此题考查了二次根式的混合运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

20．【分析】连接 AC，交 BD 于 O，由平行四边形的性质得出 $OA=OC$，$OB=OD$，由 $BP=DQ$，得出 $OP=OQ$，即可得出四边形 $APCQ$ 为平行四边形．

【解答】证明：连接 AC，交 BD 于 O，如图所示：

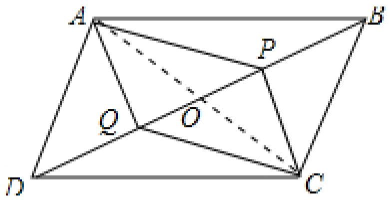
∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$OA=OC$，$OB=OD$，

∵$BP=DQ$，

∴$OP=OQ$，

∴四边形 $APCQ$ 为平行四边形．



【点评】本题考查了平行四边形的判定与性质；熟练掌握平行四边形的性质，熟记对角线互相平分的四边形是平行四边形是解决问题的关键．

21．【分析】根据勾股定理的逆定理求出$\angle BDC=90°$，求出$\angle ADC=90°$，在 Rt$\triangle ADC$ 中，由勾股定理得出 $a^2=(a-6)^2+8^2$，求出 a 即可．

【解答】解：设 $AB=AC=acm$，

∵$BC=10cm$，$CD=8cm$，$BD=6cm$，

∴$BD^2+CD^2=BC^2$，

∴$\angle BDC=90°$，

即$\angle ADC=90°$，

在 Rt$\triangle ADC$ 中，由勾股定理得：$AC^2=AD^2+CD^2$，

即 $a^2=(a-6)^2+8^2$，

解得：$a=\frac{25}{3}$，

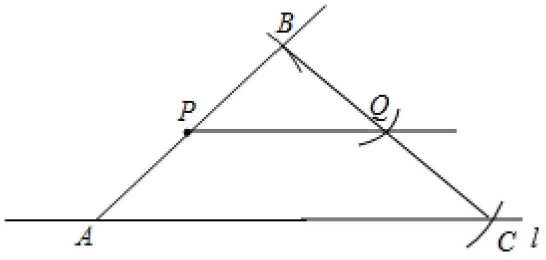
即 $AB=\frac{25}{3}cm$．

【点评】本题考查了勾股定理，等腰三角形的性质，勾股定理的逆定理等知识点，能根据勾股定理的逆定理求出$\angle ADC=90°$ 是解此题的关键．

22．【分析】（1）根据要求画出图形．

（2）利用三角形的中位线定理证明即可．

【解答】解：（1）直线 PQ 即为所求．



（2）证明：∵$PB=PA$，$BC=BA$，$BQ=PB$，

∴$PB=PA=BQ=QC$.

∴$PQ//l$（三角形的中位线定理）.

故答案为：BA，QC，三角形的中位线定理

【点评】本题考查作图－复杂作图，平行线的判定，三角形的中位线定理等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

23.【分析】（1）利用数形结合的思想作出图形即可；

（2）利用数形结合的思想解决问题即可.

【解答】解：（1）如图，正方形 $ABCD$ 即为所求；

（2）如图，△DEF 即为所求.

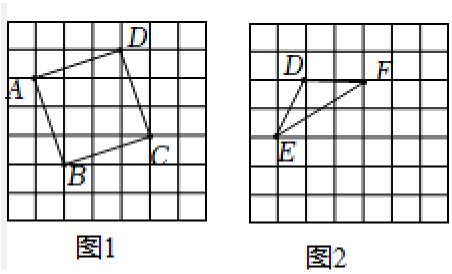


图1　　图2

【点评】本题考查作图－应用与设计作图，解题的关键是学会利用数形结合的思想解决问题，属于中考常考题型.

24.【分析】由于 $AC\perp BD$，在四个直角三角形中，可分别用两边的平方和表示另一边，进而可得出结论.

【解答】解：∵$AC\perp BD$，∴$a^2=OA^2+OB^2$，$b^2=OB^2+OC^2$，

$c^2=OD^2+OC^2$，$d^2=OA^2+OD^2$

∴$a^2+c^2=OA^2+OB^2+OC^2+OD^2$

$b^2+d^2=OA^2+OB^2+OC^2+OD^2$

∴$a^2+c^2=b^2+d^2$

【点评】熟练掌握勾股定理的性质，能够运用勾股定理求证一些线段相等的问题.

25.【分析】（1）根据△ABC 和△AED 是等边三角形，D 是 BC 的中点，$ED//CF$，求证△ABD≌△CAF，进而求证四边形 $EDCF$ 是平行四边形即可；

（2）根据 $ED//FC$，结合∠$ACB=60°$，得出∠$ACF=$∠BAD，求证△ABD≌△CAF，得出 $ED=CF$，进而求证四边形 $EDCF$ 是平行四边形，即可证明 $EF=DC$.

【解答】（1）证明：∵△ABC 是等边三角形，D 是 BC 的中点，

$\therefore AD\perp BC$，且$\angle BAD=\dfrac{1}{2}\angle BAC=30^{\circ}$，

$\because\triangle AED$是等边三角形，

$\therefore AD=AE$，$\angle ADE=60^{\circ}$，

$\therefore\angle EDB=90^{\circ}-\angle ADE=90^{\circ}-60^{\circ}=30^{\circ}$，

$\because ED/\!/CF$，

$\therefore\angle FCB=\angle EDB=30^{\circ}$，

$\because\angle ACB=60^{\circ}$，

$\therefore\angle ACF=\angle ACB-\angle FCB=30^{\circ}$，

$\therefore\angle ACF=\angle BAD=30^{\circ}$，

在$\triangle ABD$和$\triangle CAF$中，$\begin{cases}\angle BAD=\angle ACF\\ AB=CA\\ \angle FAC=\angle B\end{cases}$，

$\therefore\triangle ABD\cong\triangle CAF$（$ASA$），

$\therefore AD=CF$，

$\because AD=ED$，

$\therefore ED=CF$，

又$\because ED/\!/CF$，

$\therefore$四边形$EDCF$是平行四边形，

$\therefore EF=CD$.

（2）解：成立；理由如下：

理由如下：$\because ED/\!/FC$，

$\therefore\angle EDB=\angle FCB$，

$\because\angle AFC=\angle B+\angle BCF=60^{\circ}+\angle BCF$，$\angle BDA=\angle ADE+\angle EDB=60^{\circ}+\angle EDB$

$\therefore\angle AFC=\angle BDA$，

在$\triangle ABD$和$\triangle CAF$中，$\begin{cases}\angle BDA=\angle AFC\\ \angle B=\angle FAC\\ AB=CA\end{cases}$，

$\therefore\triangle ABD\cong\triangle CAF$（$AAS$），

$\therefore AD=FC$，

$\because AD=ED$，

$\therefore ED=CF$，

又$\because ED/\!/CF$，

$\therefore$四边形$EDCF$是平行四边形，

$\therefore EF=CD$.

【点评】此题主要考查学生对平行四边形的判定和性质、全等三角形的判定和性质、等边三角形的性质的理解和掌握．此题涉及到的知识点较多，综合性较强，难度较大．

26.【分析】（1）仔细阅读材料根据探索得问题，通过完全平方公式去掉括号表示出 a、b；

（2）在（1）的基础上，求出 $a=m^2+5n^2$，$b=2mn$，根据 a，b，m，n 均为正整数，给 m 和 n 赋值即可；

（3）在（1）的基础上，求出 $a=m^2+5n^2$，$b=2mn$，根据 a，b，m，n 均为正整数，可求出 m，n．

【解答】解：（1）$(m+n\sqrt{5})^2=m^2+2\sqrt{5}mn+5n^2=a+b\sqrt{5}$，

∴$a=m^2+5n^2$，$b=2mn$，

故答案为：m^2+5n^2；$2mn$；

（2）由（1）知 $a=m^2+5n^2$，$b=2mn$，

令 $m=1$，$n=2$，

则 $a=1^2+5\times2^2=21$，$b=2\times1\times2=4$．

故答案为：21；4；1；2；

（3）由（1）知 $a=m^2+5n^2$，$6=2mn$，

∴$mn=3$，

∵a、m、n 均为正整数，

∴令 $m=1$，$n=3$ 或 $m=3$，$n=1$；

当 $m=1$，$n=3$ 时，$a=1^2+5\times3^2=46$．

当 $m=3$，$n=1$ 时，$a=3^2+5\times1^2=14$．

综上，a 的值为 14 或 46．

【点评】本题主要考查了二次根式的性质与化简、整式的加减、完全平方式，熟练掌握完全平方式的应用，读懂材料明确题意是解题关键．