

## 初三数学试卷

2023年11月



班级\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_

- |      |   |
|------|---|
| 考生须知 | 1. 本试卷共 4 页，满分 100 分，考试时间 120 分钟。<br>2. 试卷答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。<br>3. 答题卡上选择题用 2B 铅笔作答，其他题用黑色字迹钢笔或签字笔作答。<br>4. 考试结束后，将答题卡交回。 |
|------|---|

## 一. 选择题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

1. 中国“二十四节气”已被列入联合国教科文组织人类非物质文化遗产代表作名录, 下列四幅作品分别代表“立春”、“立夏”、“芒种”、“大雪”, 其中既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是 ( )

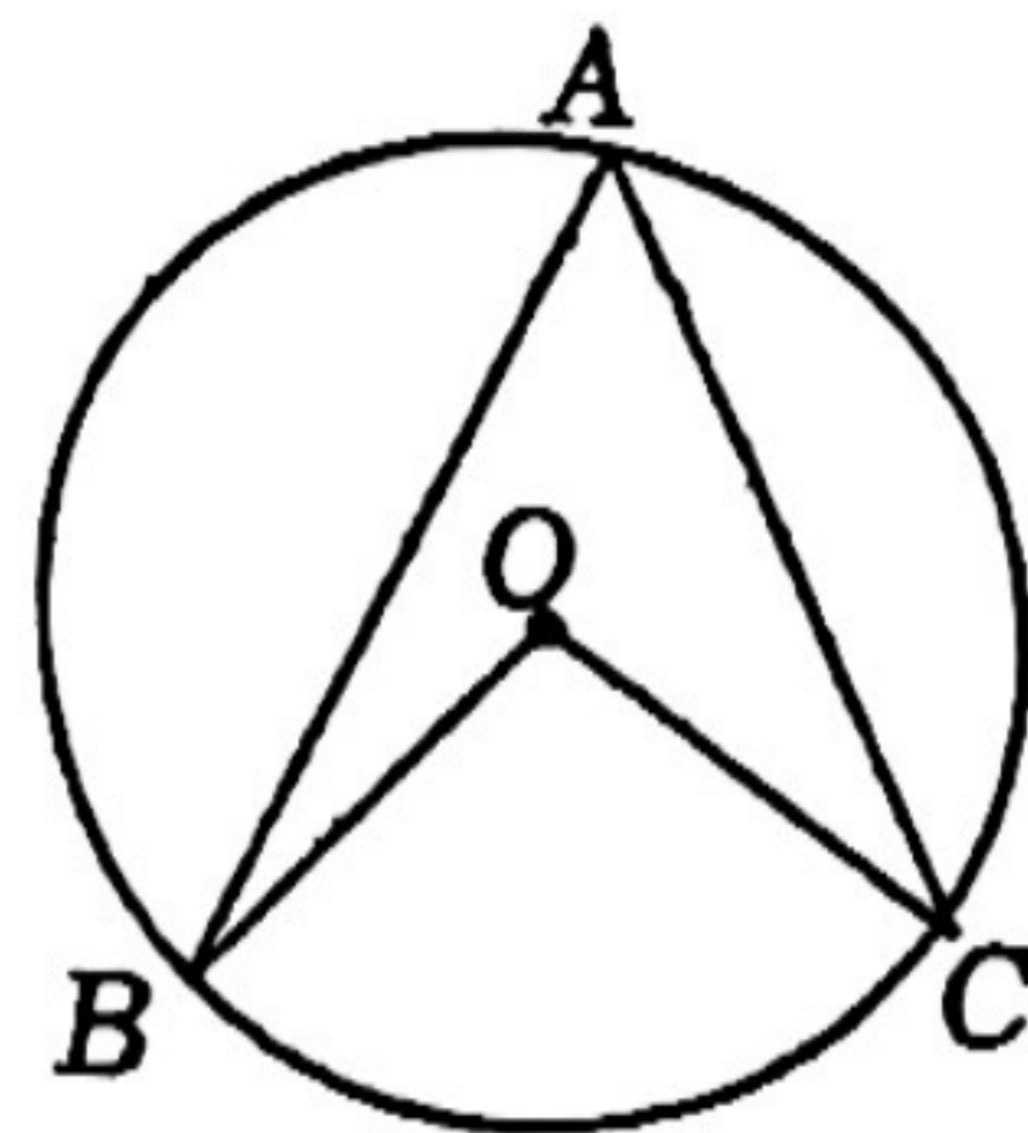


2. 正方形绕着它的中心旋转, 要想与原来的图形重合, 至少要旋转 ( )
- A.  $360^\circ$                       B.  $200^\circ$                       C.  $180^\circ$                       D.  $90^\circ$
3. 抛物线  $y = 2(x-9)^2 - 3$  的顶点坐标是 ( )
- A. (9, 3)                      B. (9, -3)                      C. (-9, 3)                      D. (-9, -3)
4. 一元二次方程  $x^2 - x - 1 = 0$  的根的情况为 ( )
- A. 没有实数根                      B. 有两个相等的实数根                      C. 有两个不相等的实数根                      D. 不能确定

5. 如图, 点  $A, B, C$  在  $\odot O$  上, 连结  $AB, AC, OB, OC$ .

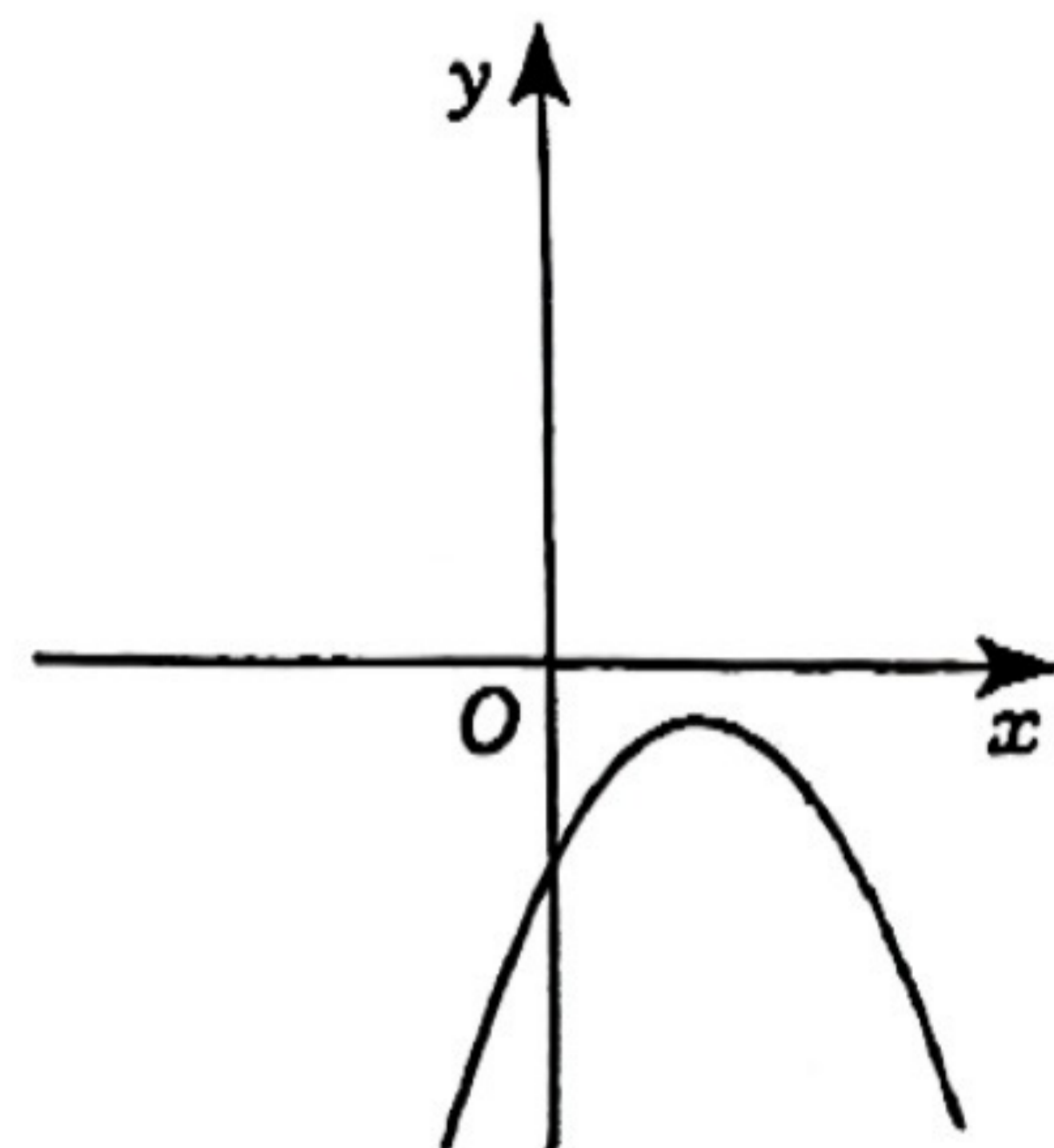
若  $\angle BAC = 50^\circ$ , 则  $\angle BOC$  的度数是 ( )

- A.  $80^\circ$                       B.  $90^\circ$   
C.  $100^\circ$                       D.  $110^\circ$



6. 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图象如图所示, 则下列结论正确的是 ( )

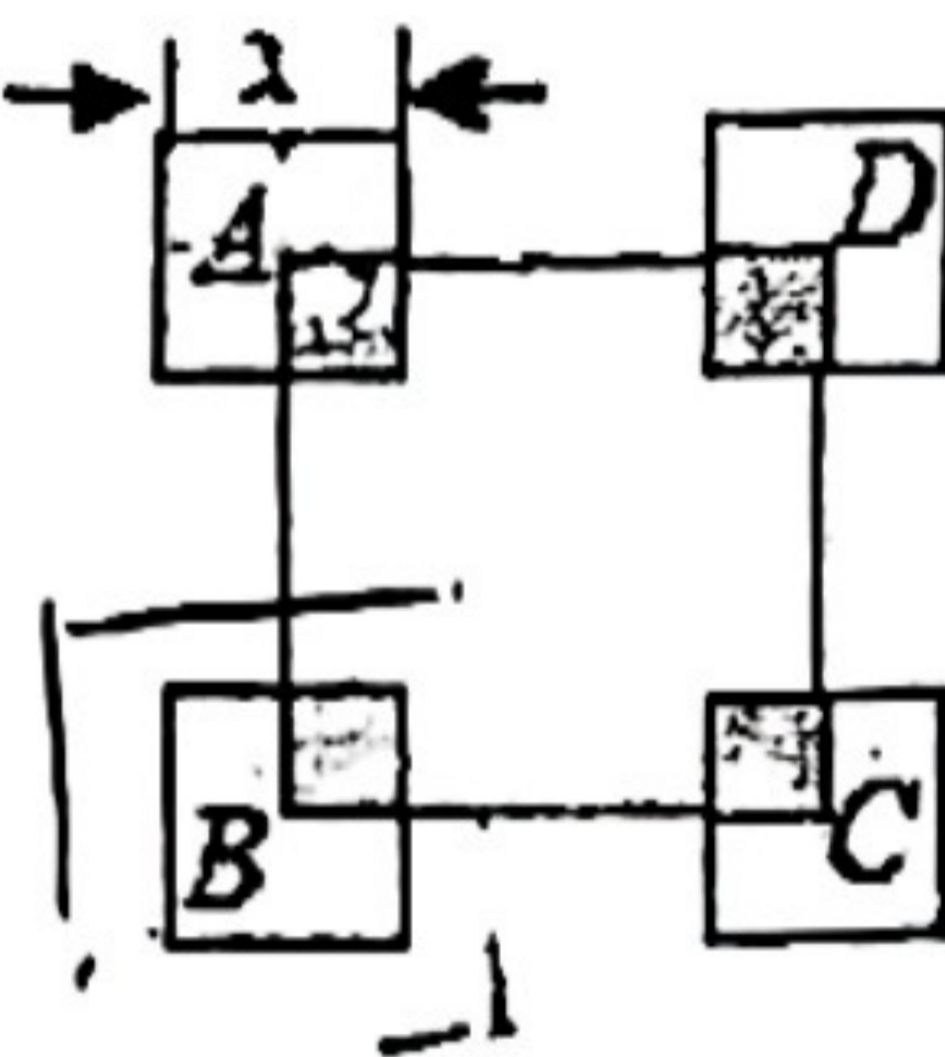
- A.  $a > 0, b > 0, c > 0$       B.  $a > 0, b < 0, c < 0$   
C.  $a < 0, b > 0, c < 0$       D.  $a < 0, b < 0, c < 0$



7. 已知点  $A(-1, y_1), B(-2, y_2), C(-4, y_3)$  在抛物线  $y = 2x^2 + 8x - 1$  上, 则  $y_1, y_2, y_3$  的大小关系是 ( )

- A.  $y_2 < y_1 < y_3$       B.  $y_3 < y_2 < y_1$       C.  $y_2 < y_3 < y_1$       D.  $y_1 < y_2 < y_3$

8. 如图, 正方形  $ABCD$  的边长为 10, 四个全等的小正方形的对称中心分别在正方形  $ABCD$  的顶点上, 且它们的各边与正方形  $ABCD$  各边平行或垂直. 若小正方形的边长为  $x$ , 且  $0 < x \leq 10$ , 阴影部分的面积为  $y$ , 则能反映  $y$  与  $x$  之间函数关系的大致图象是 ( )



- A.      B.      C.      D.

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

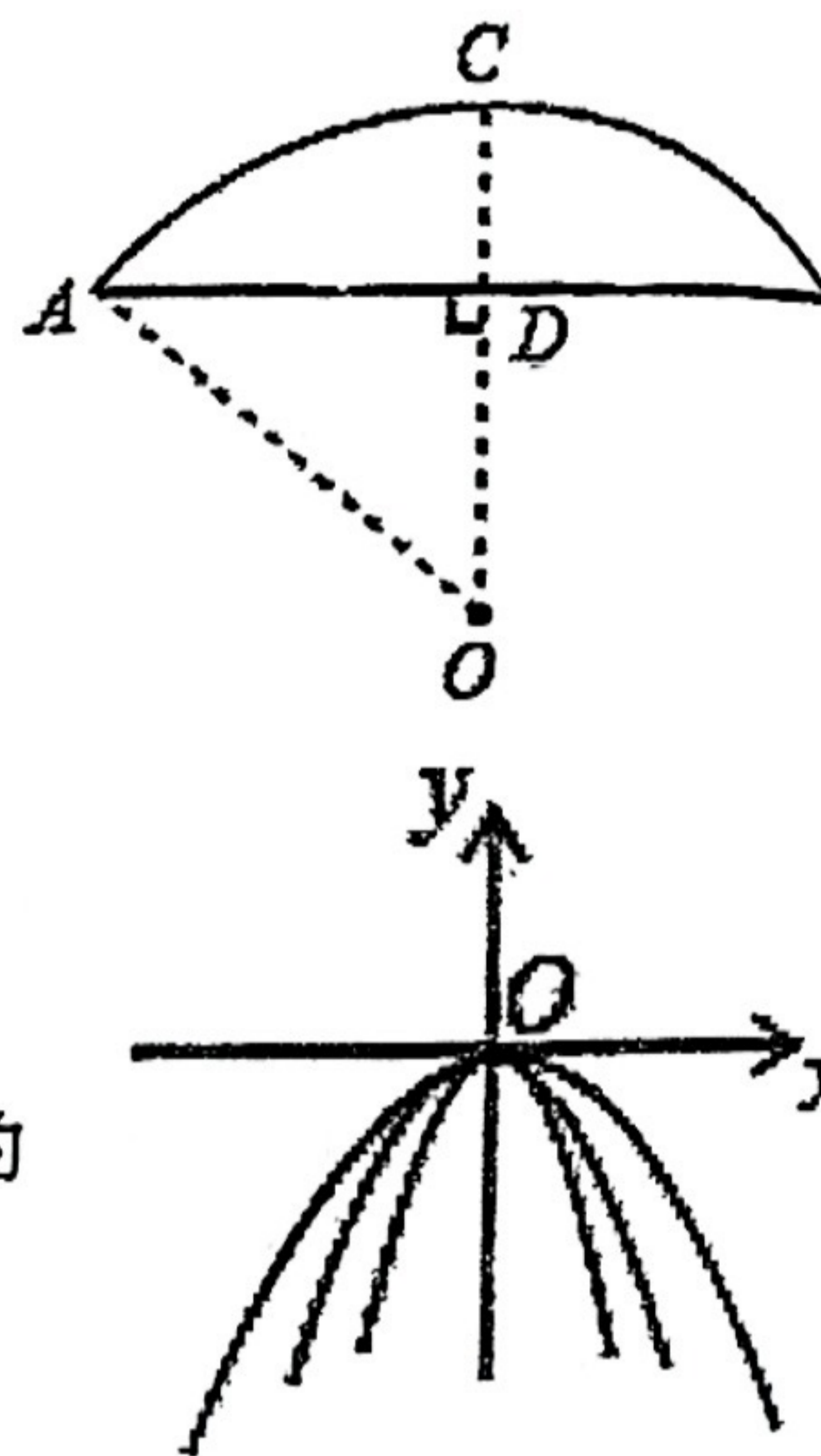


9. 方程  $x^2 = 6x$  的解为\_\_\_\_\_.

10. 一元二次方程  $x^2 - 6x - 5 = 0$  配方后可变形为\_\_\_\_\_.

11. 某种型号的芯片每片的出厂价为 400 元，经科研攻关实现国产化后，成本下降，进行两次降价，若每次降价的百分率都为  $x$ ，降价后的出厂价为 144 元，依题意可列方程为：\_\_\_\_\_.

12. 某蔬菜基地建圆弧形蔬菜大棚的剖面如图所示，已知  $AB=16m$ ，半径  $OA=10m$ ，高度  $CD$  为\_\_\_\_\_m.



13. 如图所示，在同一平面直角坐标系中，作出①  $y = -3x^2$ ，

②  $y = -\frac{1}{2}x^2$ ，③  $y = -x^2$  的图象，则从里到外的三条抛物线对应的

函数依次是\_\_\_\_\_（填序号）

14. 将抛物线  $y = -2x^2$  向上平移 4 个单位，再向左平移 2 个单位得到的二次函数的表达式为\_\_\_\_\_.

15. 在二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 中， $y$  与  $x$  的部分对应值如表：

$x$	...	-1	0	1.5	2	3	...
$y$	...	0	2	$m$	$n$	0	...

则  $m, n$  的大小关系为  $m$ \_\_\_\_\_ $n$ . (填“>”“=”或“<”)

16. 已知抛物线  $y=ax^2+bx+c$  ( $c \neq 0$ ), 当  $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{3}$  时,  $y \geq 0$ , 当  $x < -\frac{1}{2}$  或  $x > \frac{1}{3}$  时,

$y < 0$ , 抛物线  $y=cx^2 - bx+a$  与  $x$  轴交于  $A, B$  两点, 则  $AB$  的长为\_\_\_\_\_.

三、解答题 (本题共 68 分, 其中 17-21 每题 5 分, 22 题 6 分, 23 题 5 分, 24 题-26 题每题 6 分, 27-28 每题 7 分)

17. 解方程:  $3x^2 - 2x - 1 = 0$

18. 已知  $a$  是方程  $2x^2 + 7x - 1 = 0$  的一个根, 求代数式  $(a-2)^2 - 3a(a+1)$  的值.

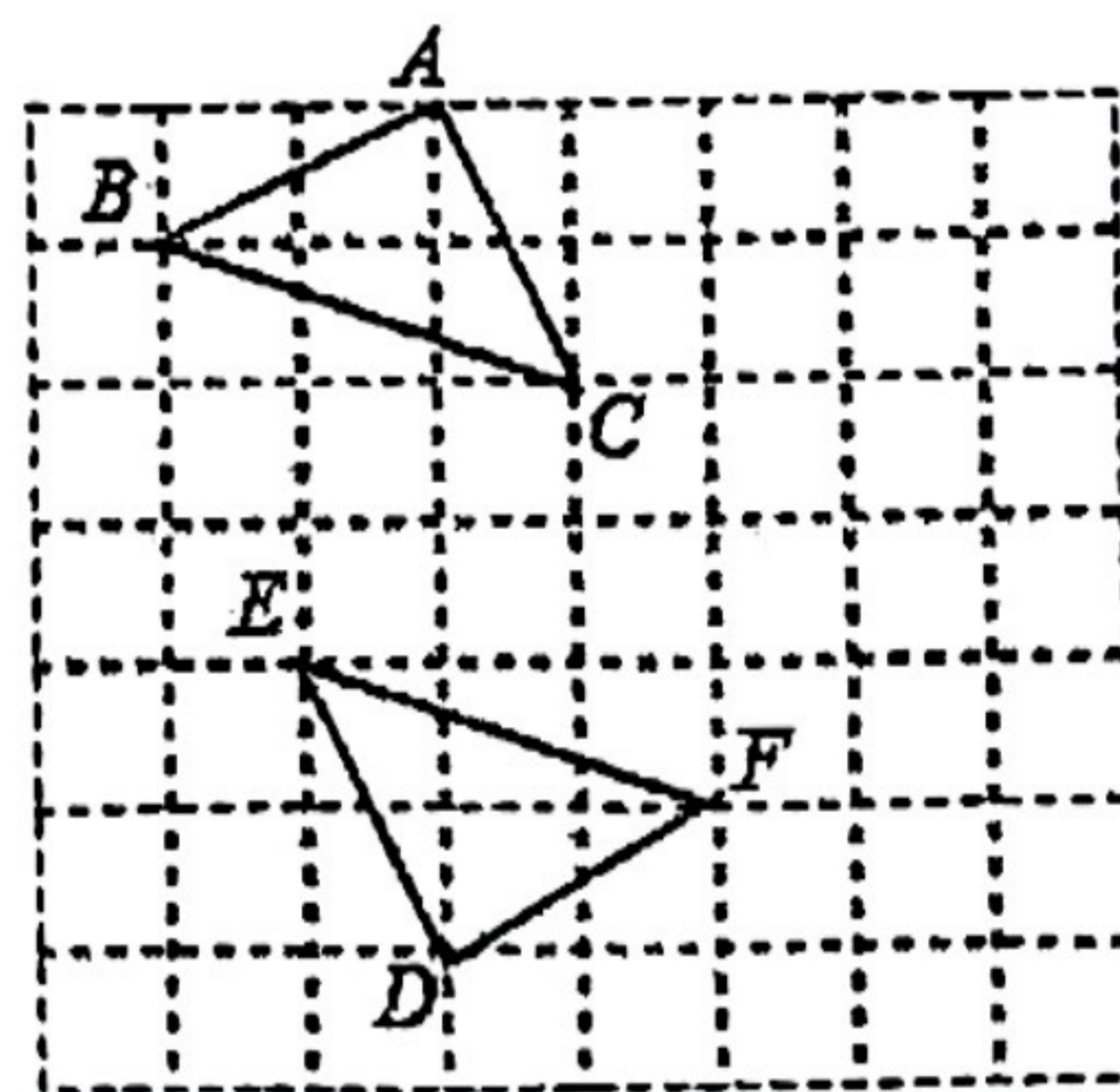
19. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - (k+4)x + 2k+4 = 0$ .

(1) 求证: 方程总有两个实数根;

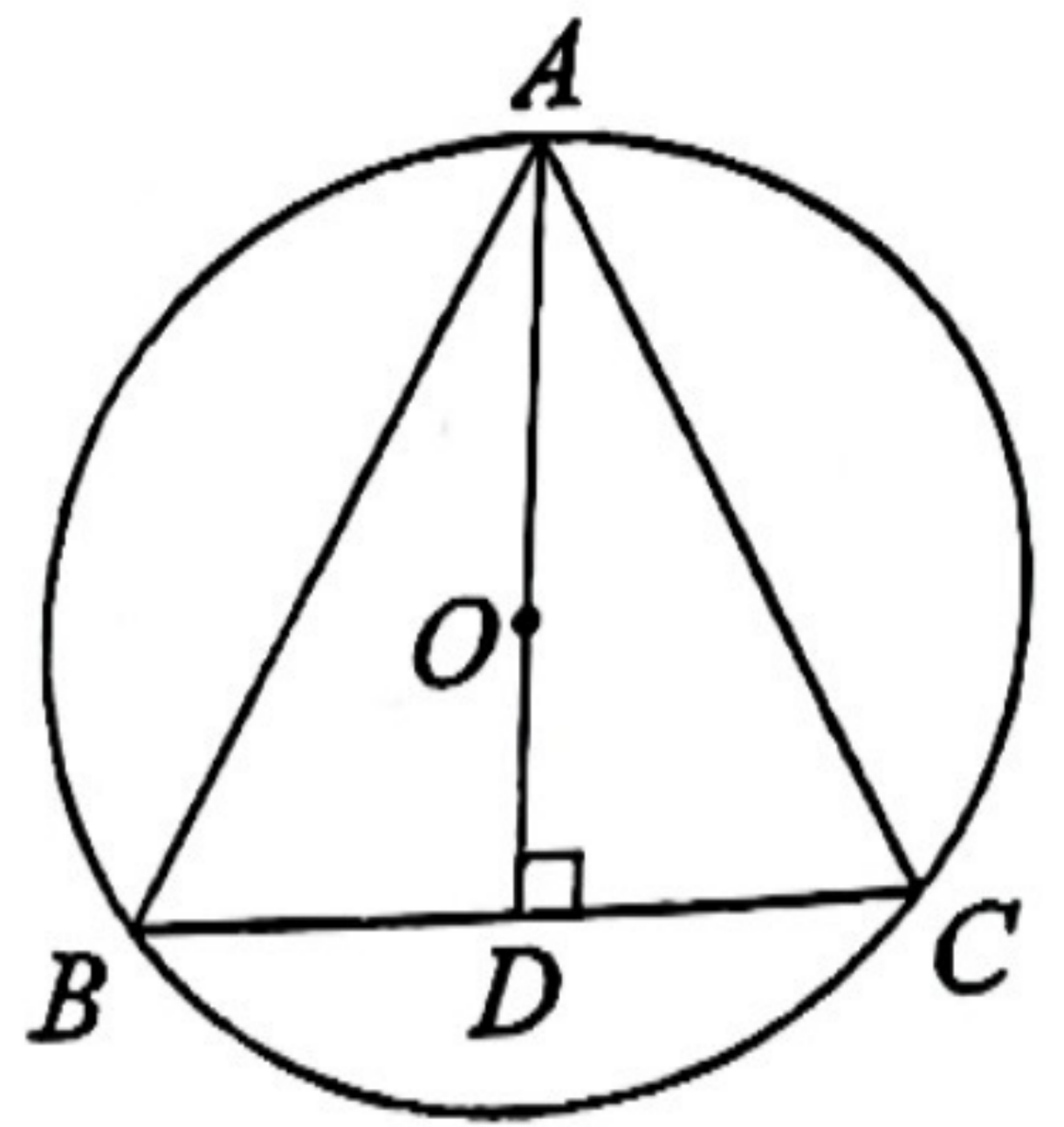
(2) 若方程有一个根小于 1, 求  $k$  的取值范围.



20. 如图, 在边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中,  $\triangle ABC$  与  $\triangle DEF$  关于点  $O$  成中心对称,  $\triangle ABC$  与  $\triangle DEF$  的顶点均在格点上, 请按要求完成下列各题: (1) 请在图中直接画出  $O$  点, 并直接填空:  $OA =$  \_\_\_\_\_ (2) 将  $\triangle ABC$  先向右平移 4 个单位长度, 再向下平移 2 个单位长度, 得到  $\triangle A_1B_1C_1$ , 请画出  $\triangle A_1B_1C_1$ .



21. 如图,  $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ ,  $AD$  是  $\triangle ABC$  的高且经过圆心  $O$ .

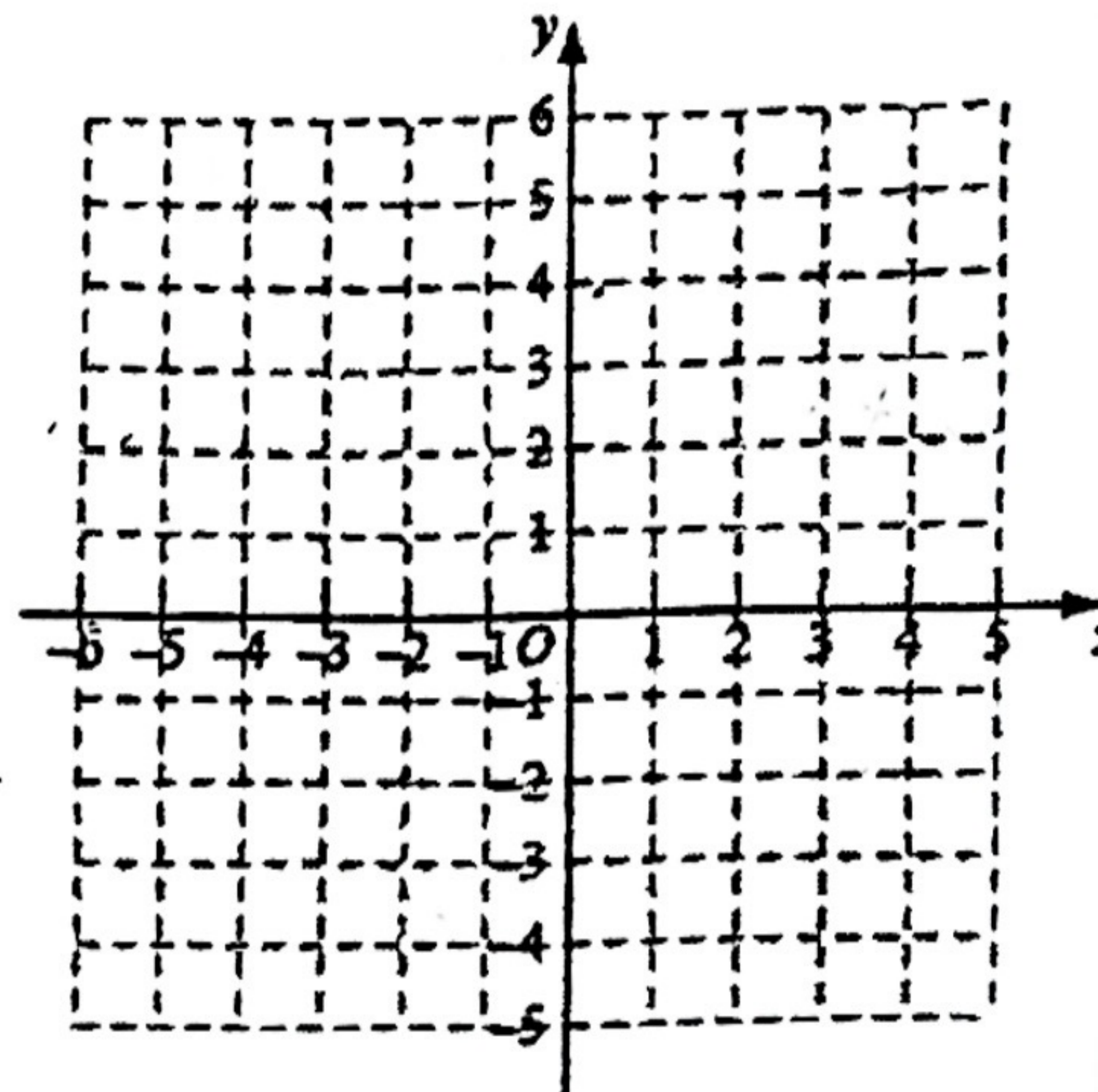


(1) 求证:  $AB = AC$ ;

(2) 若  $BC = 8$ ,  $\odot O$  的半径为 5, 求  $\triangle ABC$  的面积.

22. 已知一个二次函数图象上部分点的横坐标  $x$  与纵坐标  $y$  的对应值如表所示:

$x$	...	-3	-2	-1	0	1	...
$y$	...	0	-3	-4	-3	0	...

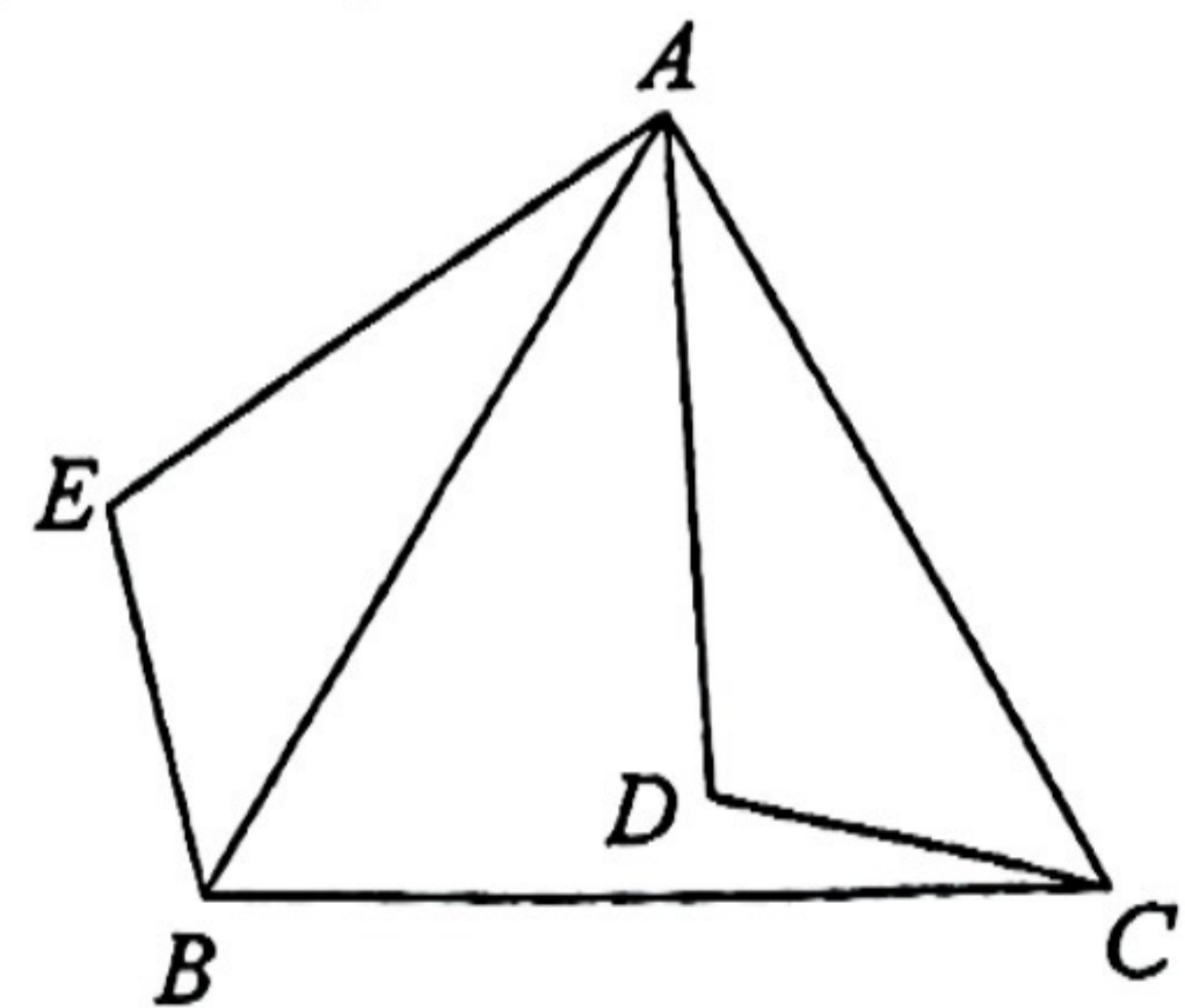


(1) 这个二次函数的解析式是 \_\_\_\_\_;

(2) 在给定的平面直角坐标系中画出这个二次函数的图象

(3) 当  $-4 < x < 0$  时,  $y$  的取值范围为 \_\_\_\_\_.

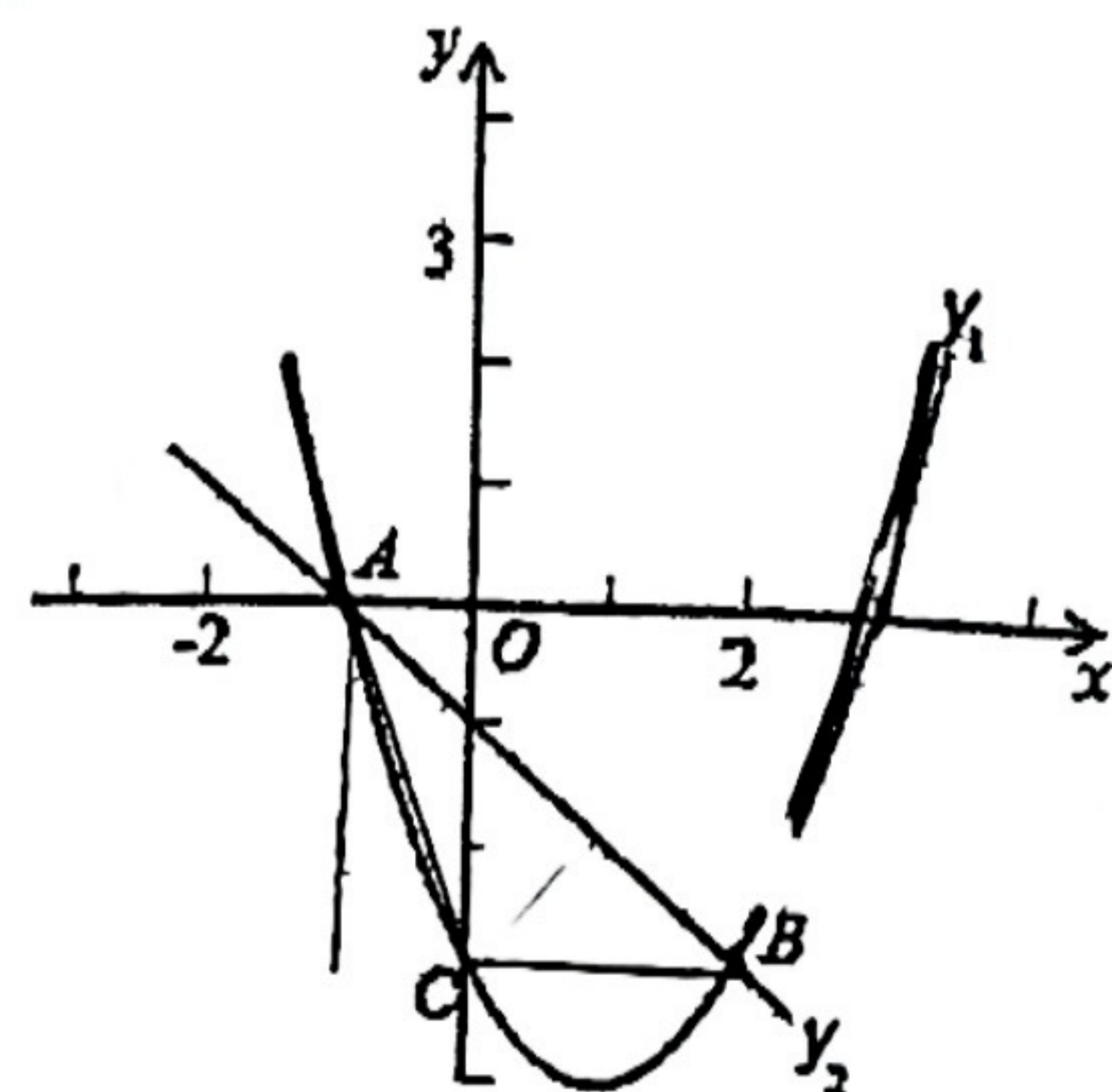
23. 如图,  $D$  是等边三角形  $ABC$  内一点, 将线段  $AD$  绕点  $A$  顺时针旋转  $60^\circ$ , 得到线段  $AE$ , 连接  $CD, BE$ .



(1) 求证:  $\angle AEB = \angle ADC$ ;

(2) 连接  $DE$ , 若  $\angle ADC = 110^\circ$ , 求  $\angle BED$  的度数.

24. 如图所示,  $A(-1, 0)$ ,  $B(2, -3)$  两点在二次函数  $y_1 = ax^2 + bx - 3$  与一次函数  $y_2 = -x + m$  图象上.



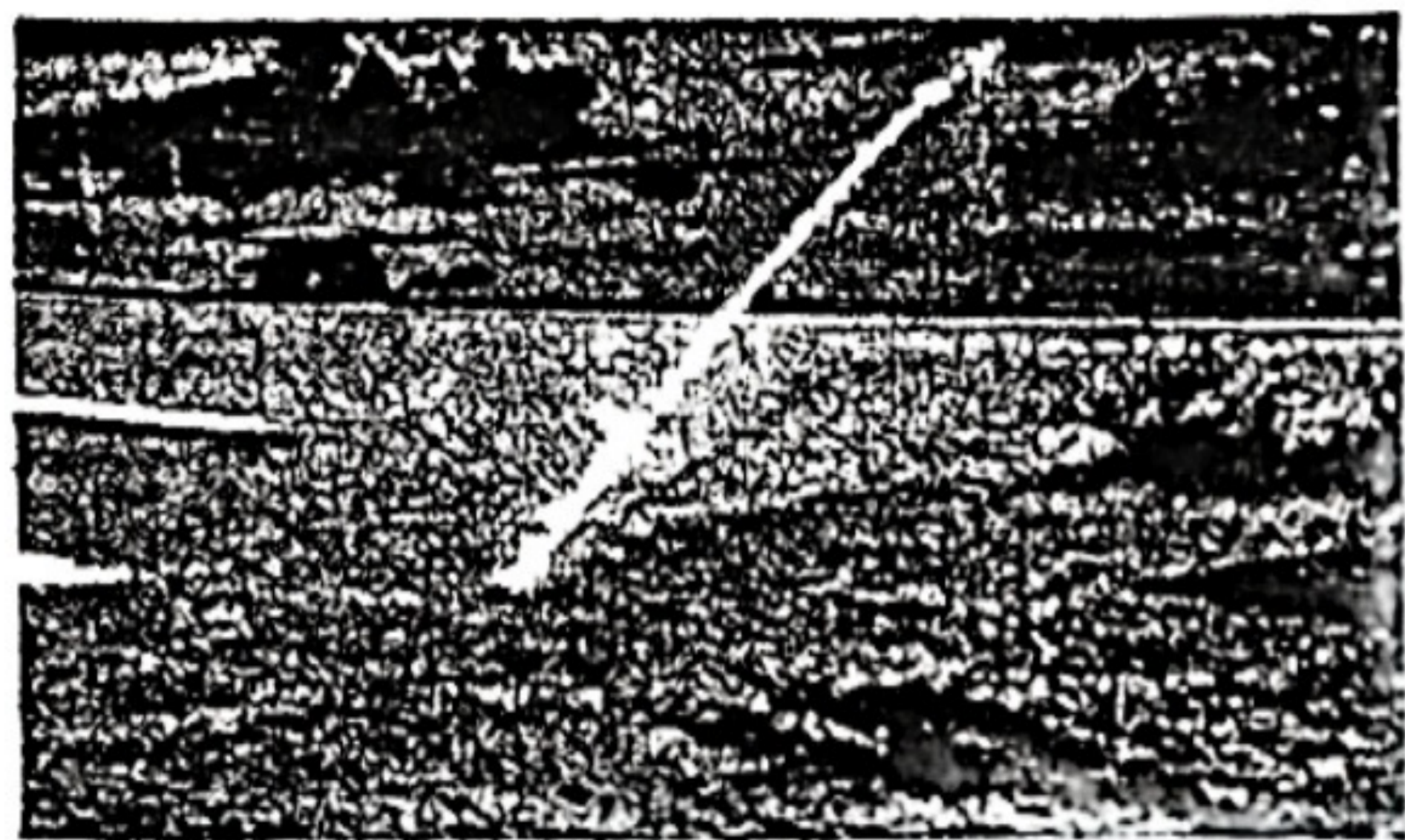
(1) 求  $m$  的值和二次函数的解析式.

(2) 请直接写出使  $y_1 > y_2$  时, 自变量  $x$  的取值范围.

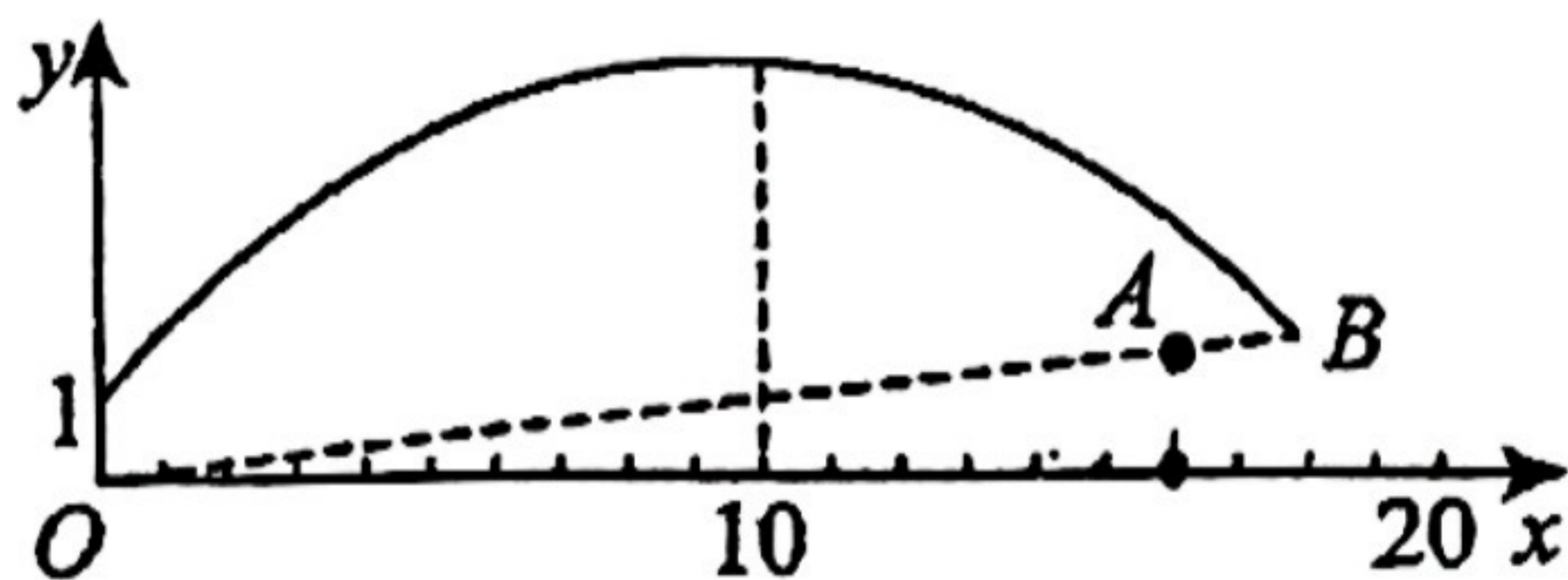
(3) 二次函数交  $y$  轴于  $C$ , 请求出  $\triangle ABC$  的面积.



25. 如图①, 有一移动灌溉装置喷出水柱的路径可近似地看作一条抛物线, 该灌溉装置的喷水头到水平地面的距离为 1 米, 喷出的抛物线形水柱对称轴为直线  $x = 10$ . 用该灌溉装置灌溉一坡地草坪, 其水柱的高度  $y$  (单位: 米) 与水柱落地处距离喷水头的距离  $x$  (单位: 米) 之间的函数关系式为  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ , 其图像如图②所示. 已知坡地所在直线经过点  $(10, 1)$



图①



图②



(1)  $c$  的值为\_\_\_\_\_;

(2) 若  $a = -\frac{1}{20}$ , 求水柱与坡面之间的最大铅直高度;

(3) 若  $a = -\frac{1}{20}$  时, 到喷水头水平距离为 16 米的  $A$  处有一棵新种的银杏树需要被灌溉, 园艺工人将灌溉装置水平向后移动 4 米, 试判断灌溉装置能否灌溉到这棵树, 并说明理由.

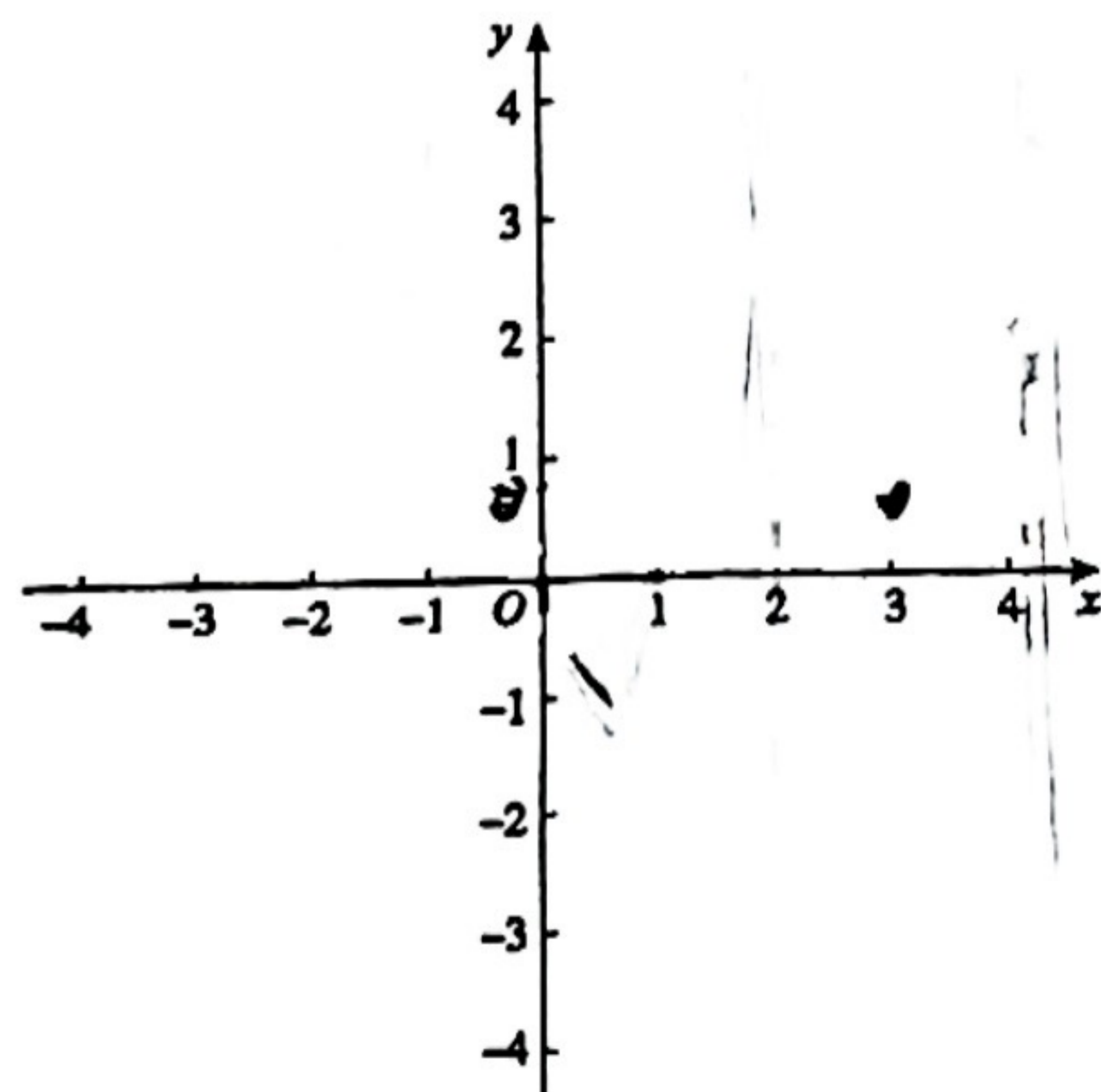
26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $(2, m)$ ,  $(4, n)$  在抛物线

$$y = ax^2 - 2x (a > 0) \text{ 上.}$$

(1) 当  $a = 1$  时, 求  $m, n$  的值;

(2) 点  $(x_0, t)$  在此抛物线上, 若存在  $0 \leq x_0 \leq 1$ , 使得

$$m < t < n, \text{ 求 } a \text{ 的取值范围.}$$



27. 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $AC=1$ , 记  $\angle ABC=\alpha$ , 点  $D$  为射线  $BC$  上的动点, 连接  $AD$ , 将射线  $DA$  绕点  $D$  顺时针旋转  $\alpha$  角后得到射线  $DE$ , 过点  $A$  作  $AD$  的垂线, 与射线  $DE$  交于点  $P$ , 点  $B$  关于点  $D$  的对称点为  $Q$ , 连接  $PQ$ .

(1) 当  $\triangle ABD$  为等边三角形时,

① 依题意补全图 1;

②  $PQ$  的长为\_\_\_\_\_;



(2) 如图 2, 当  $\alpha=45^\circ$ , 且  $BD=\frac{4}{3}$  时, 求证:  $PD=PO$ .

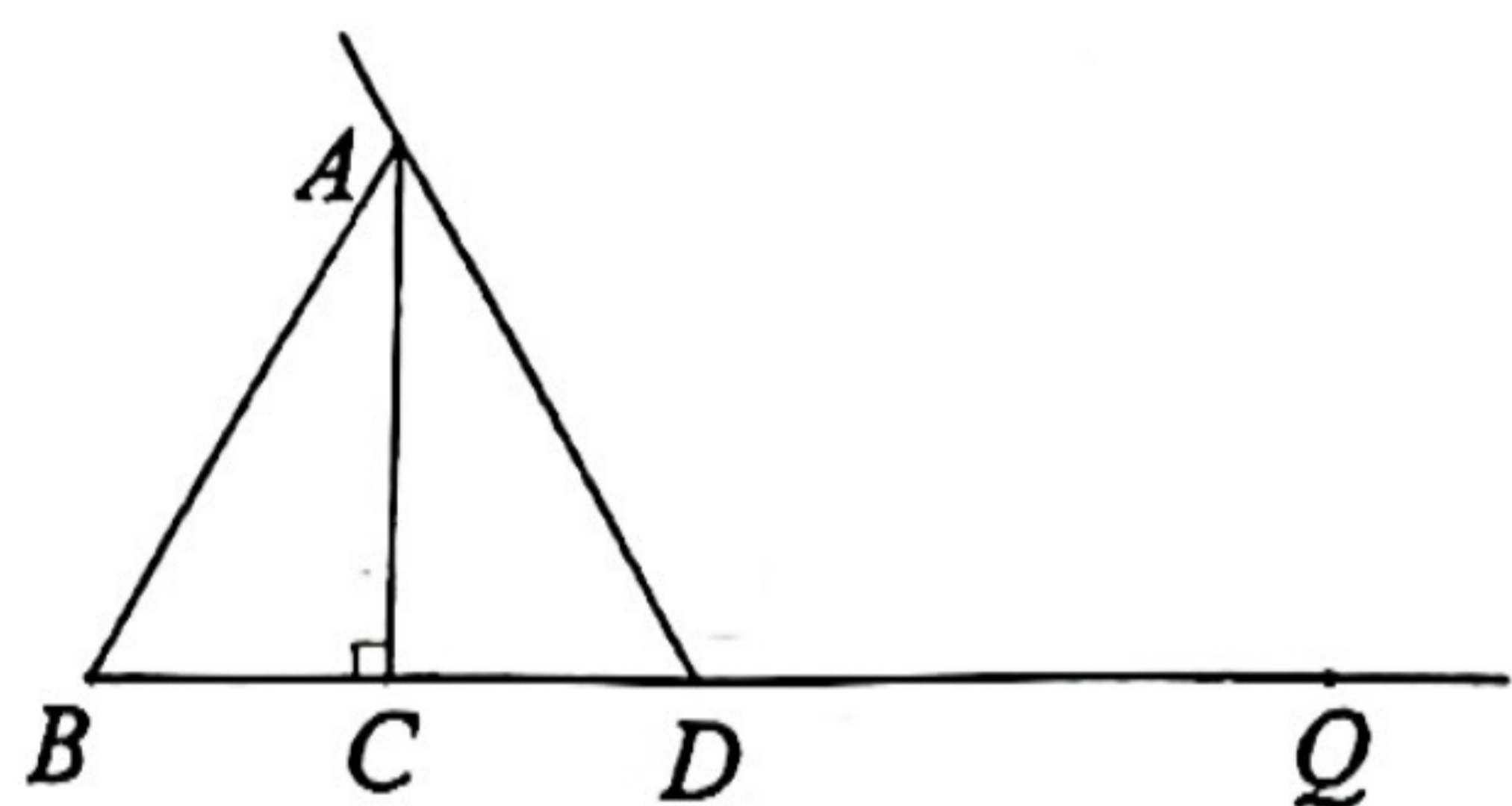


图 1

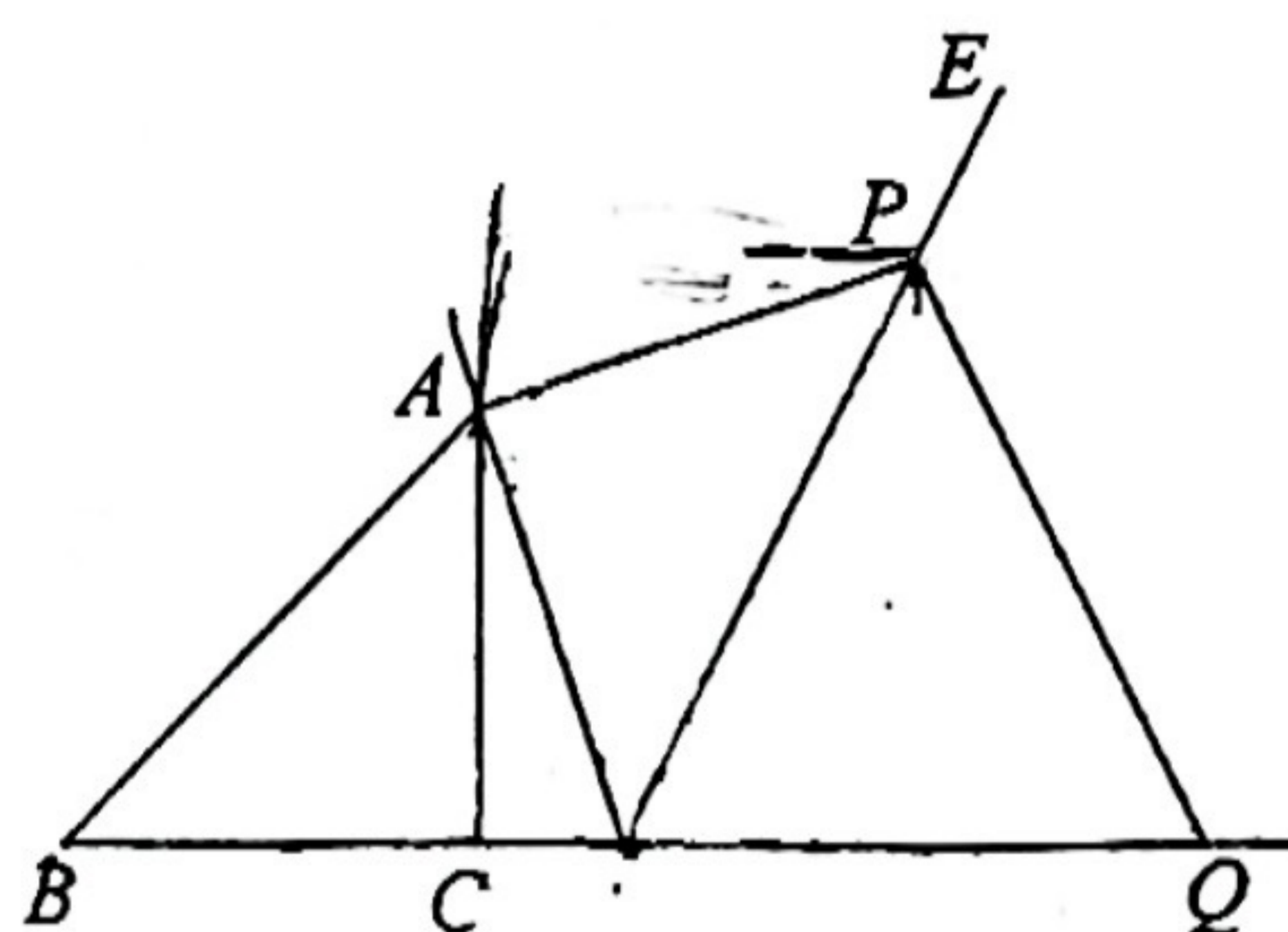


图 2

28. 如图 1, 对于  $\triangle PMN$  的顶点  $P$  及其对边  $MN$  上的一点  $Q$ , 给出如下定义: 以  $P$  为圆心,  $PQ$  为半径的圆与直线  $MN$  的公共点都在线段  $MN$  上, 则称点  $Q$  为  $\triangle PMN$  关于点  $P$  的内联点.

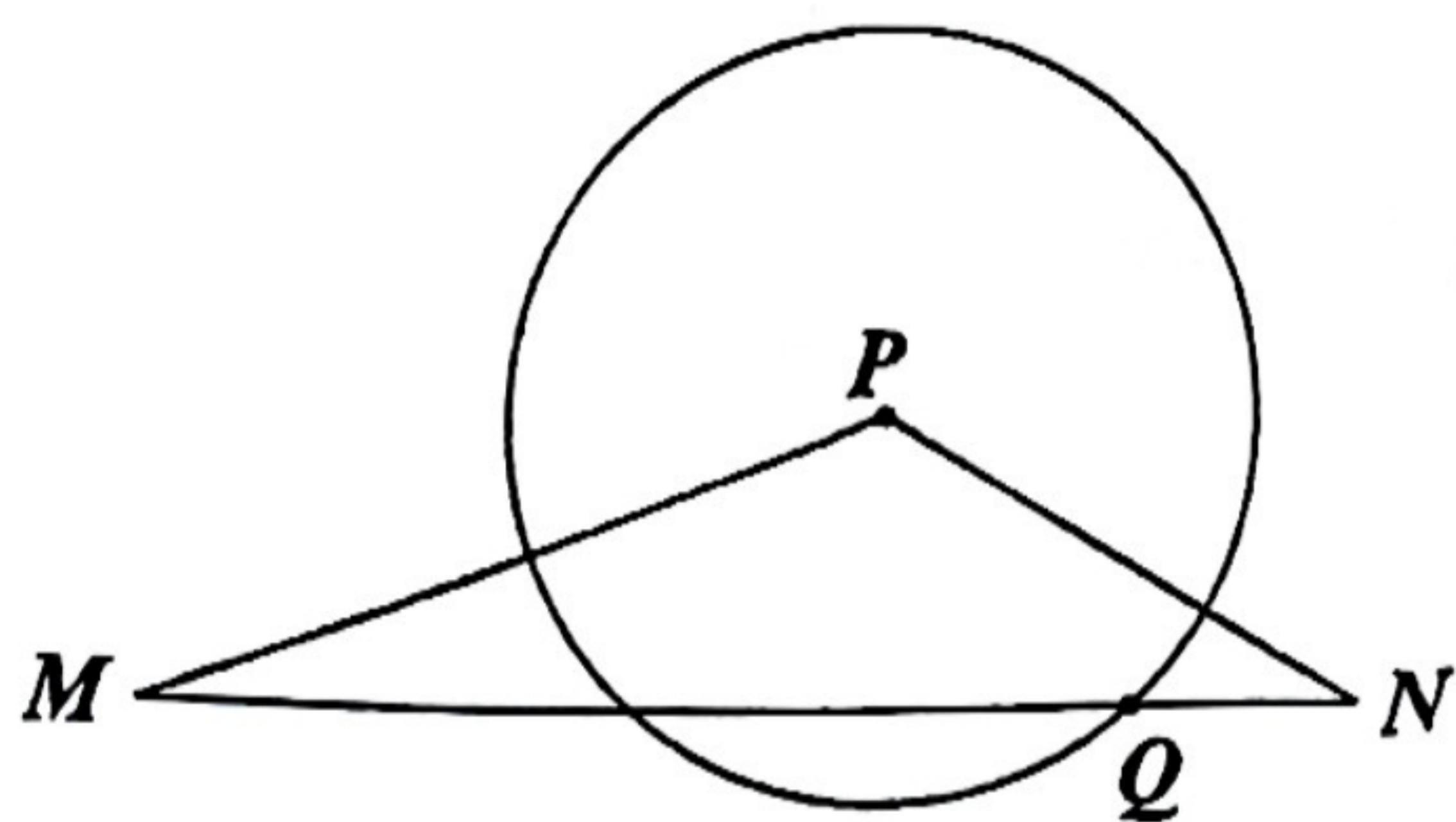


图 1

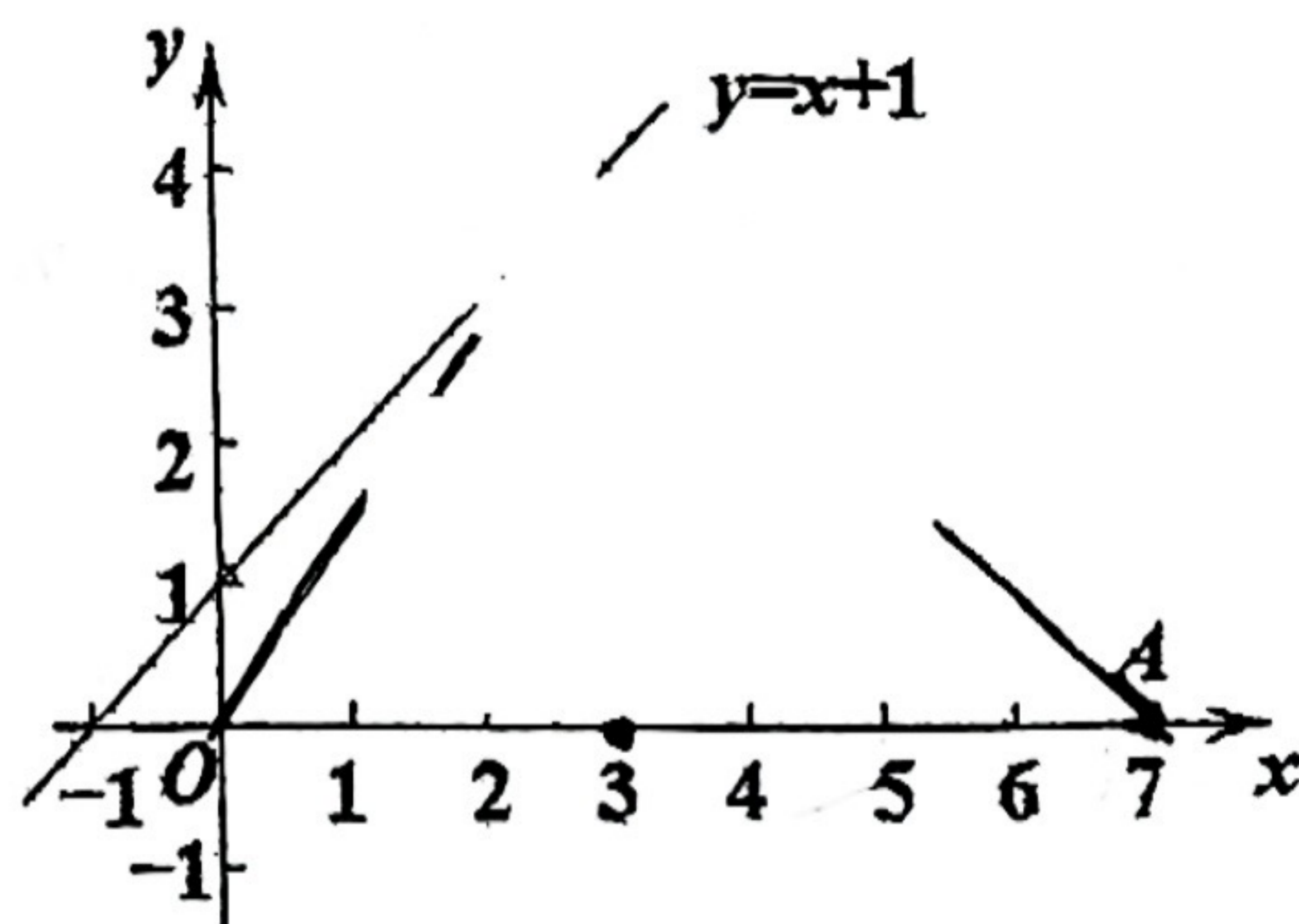


图 2

在平面直角坐标系  $xOy$  中:

(1) 如图 2, 已知点  $A(7,0)$ , 点  $B$  在直线  $y=x+1$  上.

① 若点  $B(3,4)$ , 点  $C(3,0)$ , 则在点  $O, C, A$  中, 点\_\_\_\_\_是  $\triangle AOB$  关于点  $B$  的内联点;

② 若  $\triangle AOB$  关于点  $B$  的内联点存在, 求点  $B$  纵坐标  $n$  的取值范围;

(2) 已知点  $D(2,0)$ , 点  $E(4,2)$ , 将点  $D$  绕原点  $O$  旋转得到点  $F(m,n)$ , 若  $\triangle EOF$  关于点  $E$  的内联点存在, 请求出当  $F$  点落在第四象限时  $m$  的最大值.

