



2019 年怀柔区高级中等学校招生模拟考试（一）

数 学 试 卷

2019.5

考 生 须 知	<p>1. 本试卷共 8 页，三道大题，28 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。</p> <p>2. 认真填写第 1、5 页密封线内的学校、姓名、考号。</p> <p>3. 考生将选择题答案一律填在选择题答案表内。</p> <p>4. 考生一律用蓝色或黑色钢笔、圆珠笔、碳素笔在试卷上按题意和要求作答。</p> <p>5. 字迹要工整，卷面要整洁。</p>
------------------	--

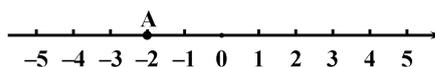
一、选择题(本题共 16 分，每小题 2 分)第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个

1. 据央广网消息，近年来，数字技术推动数字贸易兴起，通过采用数字技术，提高员工生产力、降低成本、创造新收益，数字贸易在中国国内创造了高达人民币 3200 000 000 000 元的经济效益. 将 3200 000 000 000 用科学计数法表示应为

- A. 3.2×10^{11} B. 3.2×10^{12} C. 32×10^{12} D. 0.32×10^{13}

2. 如图所示，数轴上点 A 关于原点对称点表示的数是

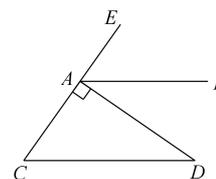
- A. 2 B. -2



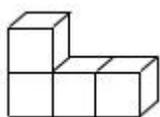
- C. ± 2 D. 0

3. 如图， $AB \parallel CD$ ， $DA \perp CE$ 于点 A. 若 $\angle D = 35^\circ$ ，则 $\angle EAB$ 的度数为

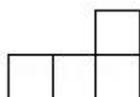
- A. 35° B. 45°
C. 55° D. 65°



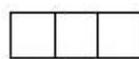
4. 如图, 左图是由 4 个大小相同的正方体组合而成的几何体, 其主视图是



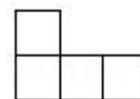
A.



B.



C.



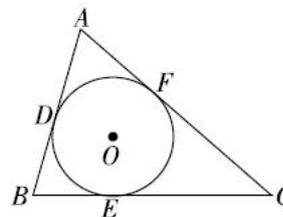
D.

5. 在一个布口袋里装有白、红、黑三种颜色的小球，它们除颜色外没有任何区别，其中白球 2 只，红球 4 只，黑球 3 只，将袋中的球搅匀，随机从袋中取出 1 只球，则取出黑球的概率是

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$

6. 如图， $\triangle ABC$ 的内切圆 $\odot O$ 与 AB ， BC ， CA 分别相切于点 D ， E ， F ，且 $AD=2$ ， $\triangle ABC$ 的周长为 14，则 BC 的长为

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6



7. 《九章算术》中记载了这样一个数学问题：今有甲发长安，五日至齐；乙发齐，七日至长安. 今乙发已先二日，甲仍发长安. 问几何日相逢？

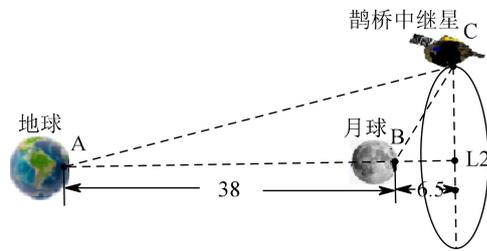
译文：甲从长安出发，5日到齐国；乙从齐国出发，7日到长安. 现乙先出发2日，甲才从长安出发. 问甲乙经过多少日相逢？设甲乙经过 x 日相逢，可列方程为

- A. $\frac{7}{x+2} + \frac{5}{x} = 1$ B. $\frac{x+2}{7} + \frac{x}{5} = 1$ C. $\frac{7}{x+2} - \frac{5}{x} = 1$ D. $\frac{x+2}{7} = \frac{x}{5}$

8. 2019年1月3日，嫦娥四号探测器自主着落在月球背面，实现人类探测器首次月背软着陆. 当时，中国已提前发射的“鹊桥”中继星正在地球、月球延长线上的L2点（第二拉格朗日点）附近，沿L2点的动态平衡轨道飞行，为嫦娥四号着陆器和月球车提供地球、月球中继通信支持，保障嫦娥四号任务的完成与实施.

如图，已知月球到地球的平均距离约为38万公里，L2点到月球的平均距离约为6.5万公里. 某刻，测得线段CL2与AL2垂直， $\angle CBL_2 = 56^\circ$ ，则下列计算鹊桥中继星到地球的距离AC方法正确的是

- A. $AC^2 = (6.5 \sin 56^\circ)^2 + 44.5^2$
 B. $AC^2 = (6.5 \tan 56^\circ)^2 + 44.5^2$
 C. $AC^2 = (6.5 \cos 56^\circ)^2 - 44.5^2$
 D. $AC^2 = (6.5 \cos 56^\circ)^2 + 6.5^2$



二、填空题(本题共16分，每小题2分)

9. 若代数式 $\frac{3}{x-2}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是_____.

10. 若正多边形的一个外角是 72° ，则该正多边形的内角和为_____.

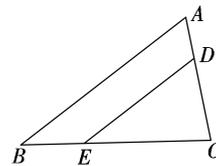
11. 分解因式： $xy^2 - 2xy + x =$ _____.

12. 半径为6cm，圆心角为 40° 的扇形的面积为_____ cm^2 .

13. 化简代数式 $\left(x - 1 + \frac{1}{x+1}\right) \div \frac{x}{2x+2}$ ，正确的结果为_____.

14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel AB$ ，DE 分别与 AC，BC 交于 D，E 两点.

若 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEC$ 的周长比为 $3:2$ ， $AC=6$ ，则 $DC=$ _____.



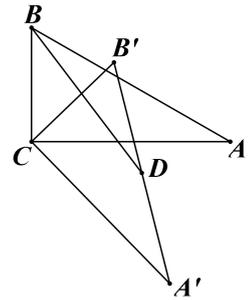
15. 如图，这是怀柔地图的一部分，分别以正东、正北方向为 x 轴、 y 轴正方向建立直角坐标系.

规定：一个单位长度表示1km，北京生存岛实践基地A处的坐标是 $(2, 0)$ ，A处到雁栖湖国际会展中心B处相距4km，且A在B南偏西 45° 方向上，则雁栖湖国际会展中心B处的坐标是_____.





16. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕顶点 C 顺时针旋转得到 $\triangle A'B'C$, D 是 $A'B'$ 的中点, 连接 BD , 若 $BC=2$, $\angle ABC=60^\circ$, 则线段 BD 的最大值为_____.



三、解答题(本题共 68 分, 第 17—22 题, 每小题 5 分, 第 23—26 题, 每小题 6 分, 第 27、28 题, 每小题 7 分)解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $3 \tan 60^\circ - \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - \sqrt{12} + |2 - \sqrt{3}|$.

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} 3(x-1) \leq 5x+1, \\ 2x < \frac{9-x}{4}, \end{cases}$$
 并写出它的所有整数解.

19. 下面是“已知斜边作一个直角三角形”的尺规作图过程.

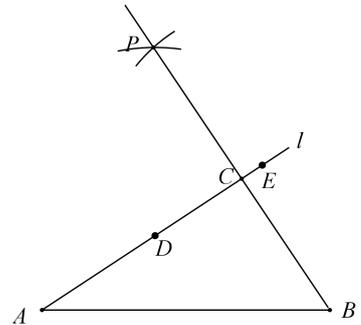
已知: 线段 AB .

求作: 一个直角三角形 ABC , 使线段 AB 为斜边.



作法: 如图,

- ①过 A 任意作一条射线 l ;
- ②在射线 l 上任取两点 D, E ;
- ③分别以点 D, E 为圆心, DB, EB 长为半径作弧, 两弧相交于点 P ;
- ④作射线 BP 交射线 l 于点 C .



所以 $\triangle ABC$ 就是所求作的直角三角形.

思考: (1) 按上述方法, 以线段 AB 为斜边还可以作_____个直角三角形;

(2) 这些直角三角形的直角顶点 C 所形成的的图形是_____.

理由是_____.

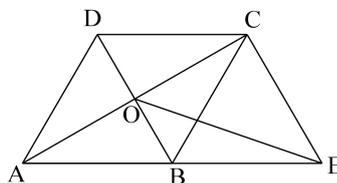
20. 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2x + m - 2 = 0$ 有两个不相等的实数根.

(1) 求 m 的取值范围;

(2) 如果 m 为正整数, 且该方程的根都是整数, 求 m 的值.

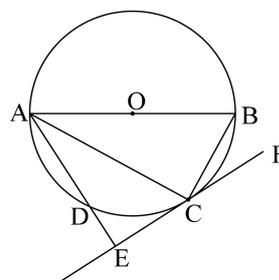
21. 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, $AB=AD$, 对角线 AC , BD 交于点 O , AC 平分 $\angle BAD$, 过点 C 作 $CE \parallel DB$ 交 AB 的延长线于点 E , 连接 OE .

- (1) 求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形;
 (2) 若 $\angle DAB=60^\circ$, 且 $AB=4$, 求 OE 的长.



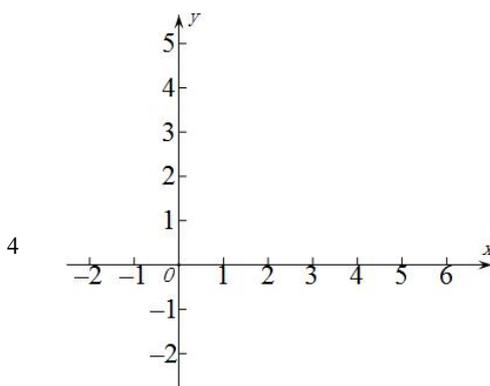
22. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 点 C, D 在 $\odot O$ 上, 且点 C 是 BD 的中点. 连接 AC , 过点 C 作 $\odot O$ 的切线 EF 交射线 AD 于点 E .

- (1) 求证: $AE \perp EF$;
 (2) 连接 BC . 若 $AE = \frac{16}{5}$, $AB=5$, 求 BC 的长.



23. 在平面直角坐标系 xoy 中, 直线 $y=kx+b$ ($k < 0$), 经过点 $(6, 0)$, 且与坐标轴围成的三角形的面积是 9, 与函数 $y = \frac{m}{x}$ ($x > 0$) 的图象 G 交于 A, B 两点.

- (1) 求直线的表达式;
 (2) 横、纵坐标都是整数的点叫作整点. 记图像 G 在点 A, B 之间的部分与线段 AB 围成的区域 (不含边界) 为 W .
 ① 当 $m=2$ 时, 直接写出区域 W 内的整点的坐标 _____;
 ② 若区域 W 内恰有 3 个整数点, 结合函数图象, 求 m 的取值范围.



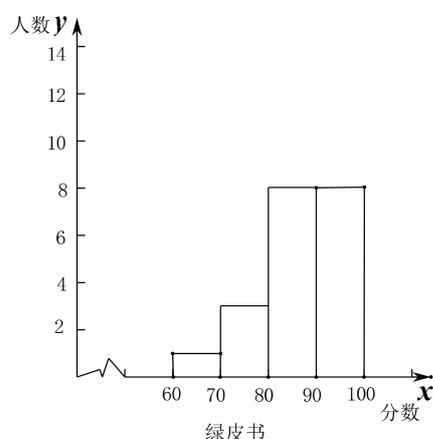
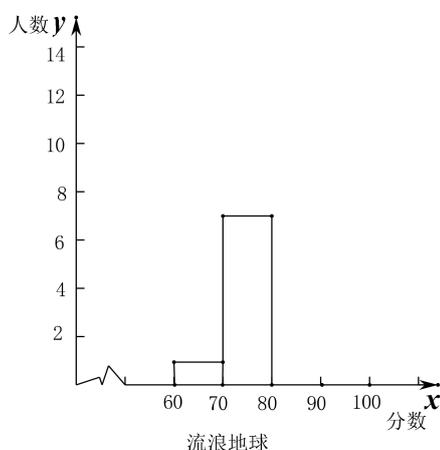


24. 2019年初，电影《流浪地球》和《绿皮书》陆续热播，为了解某大学1800名学生对两部电影的喜爱程度，调查小组随机抽取了该大学20名学生对两部电影的打分，过程如下。

收集数据 20名大学生对两部电影的打分结果如下：

《流浪地球》	78	75	99	98	79	67	88	78	76	98
	88	79	97	91	78	80	93	90	99	99
《绿皮书》	88	79	68	97	85	74	96	84	92	97
	89	81	91	75	80	85	91	89	97	92

整理、描述数据 绘制了如下频数分布直方图和统计表，请补充完整。



(说明： $60 \leq x < 70$ 表示一般喜欢， $70 \leq x < 80$ 表示比较喜欢， $80 \leq x < 90$ 表示喜欢， $90 \leq x < 100$ 表示超级喜欢)

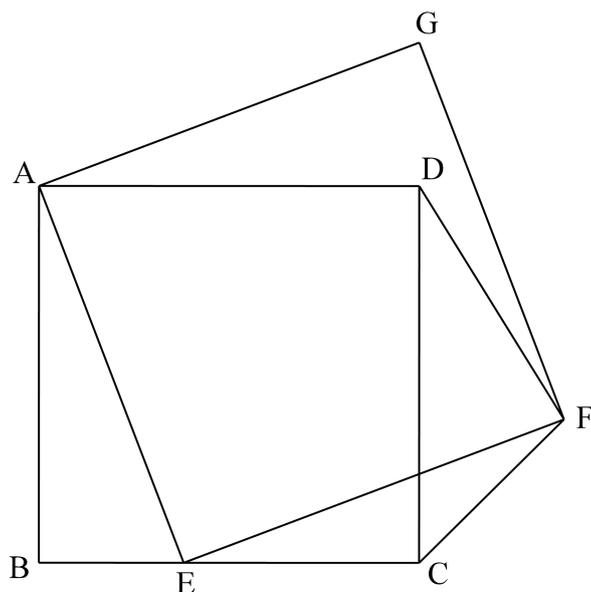
电影	平均数	众数	中位数
《流浪地球》	86.5	99	
《绿皮书》	86.5		88.5

分析数据、推断结论

- 估计该大学超级喜欢电影《绿皮书》的有_____人；
- 你认为观众更喜欢这两部电影中的_____ (填《流浪地球》或《绿皮书》)，理由是_____。



25. 如图，正方形 ABCD 中，AB=5，点 E 为 BC 边上一动点，连接 AE，以 AE 为边，在线段 AE 右侧作正方形 AEF G，连接 CF、DF. 设 BE=x (当点 E 与点 B 重合时，x 的值为 0)，DF= y_1 , CF= y_2 .



小明根据学习函数的经验，对函数 y_1 、 y_2 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究.

下面是小明的探究过程，请补充完整：

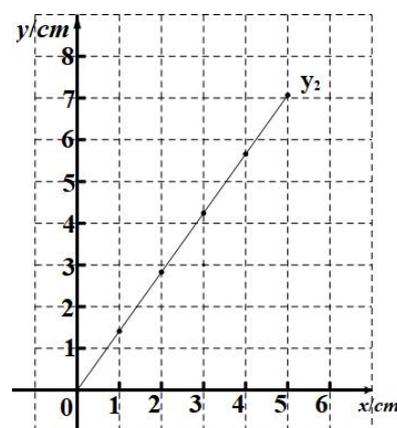
(1) 通过取点、画图、测量、观察、计算，得到了 x 与 y_1 、 y_2 的几组对应值；

x	0	1	2	3	4	5
y_1	5.00	4.12		3.61	4.12	5.00
y_2	0	1.41	2.83	4.24	5.65	7.07

(2) 在同一平面直角坐标系 xOy 中，描出补全后的表中各组数值所对应的点

(x, y_1) , (x, y_2) ，并画出函数 y_1, y_2 的图象；

(3) 结合函数图象，解决问题：当 $\triangle CDF$ 为等腰三角形时，





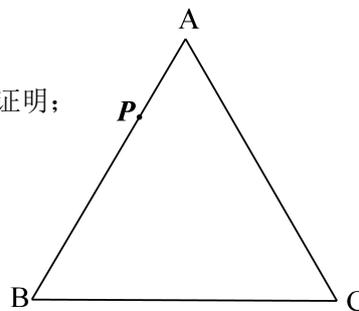
BE 的长度约为_____cm.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y = x^2 - 2ax + a^2 + 2$ 的顶点 C , 过点 $B(0, t)$ 作与 y 轴垂直的直线 l , 分别交抛物线于 E, F 两点, 设点 $E(x_1, y_1)$, 点 $F(x_2, y_2)$ ($x_1 < x_2$).

- (1) 求抛物线顶点 C 的坐标;
- (2) 当点 C 到直线 l 的距离为 2 时, 求线段 EF 的长;
- (3) 若存在实数 m , 使得 $x_1 \geq m-1$ 且 $x_2 \leq m+5$ 成立, 直接写出 t 的取值范围.

27. 如图, 等边 $\triangle ABC$ 中, P 是 AB 上一点, 过点 P 作 $PD \perp AC$ 于点 D , 作 $PE \perp BC$ 于点 E , M 是 AB 的中点, 连接 ME, MD .

- (1) 依题意补全图形;
- (2) 用等式表示线段 BE, AD 与 AB 的数量关系, 并加以证明;
- (3) 求证: $MD=ME$.





28. 对于平面直角坐标系 xoy 中的点 P 和图形 G 上任意一点 M , 给出如下定义: 图形 G 关于原点 O 的中心对称图形为 G' , 点 M 在 G' 上的对应点为 M' , 若 $\angle MP M' = 90^\circ$, 则称点 P 为图形 G, G' 的“直角点”, 记作 $Rt(G, P, G')$.

已知点 $A(-2, 0), B(2, 0), C(0, 2\sqrt{3})$.

(1) 如图 1, 在点 $P_1(1, 1), P_2(0, 3), P_3(0, -2)$ 这三个点中,

$Rt(OA, P, OA')$ 是_____:

(2) 如图 2, $\odot D$ 的圆心为 $D(1, 1)$, 半径为 1, 在直线 $y = \sqrt{3}x + b$

上存在点 P , 满足 $Rt(\odot D, P, \odot D')$, 求 b 的取值范围;

(3) $\odot T$ 的半径为 $\sqrt{3}$, 圆心 $(t, \frac{\sqrt{3}}{3}t)$, 若 $\odot T$ 上存在点 P , 满足 $Rt(\triangle ABC, P, \triangle ABC')$,

直接写出 $\odot T$ 的横坐标的取值范围.

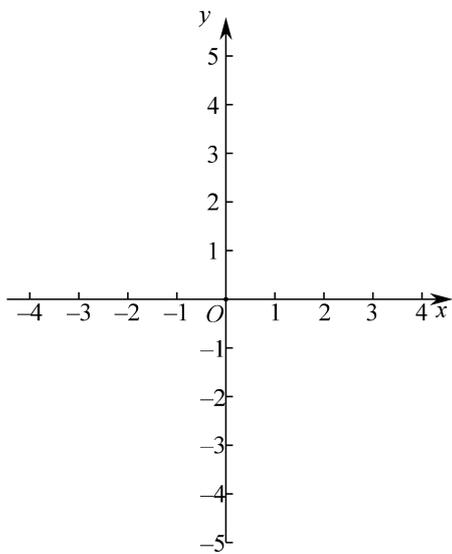
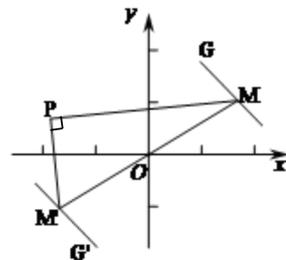


图 1

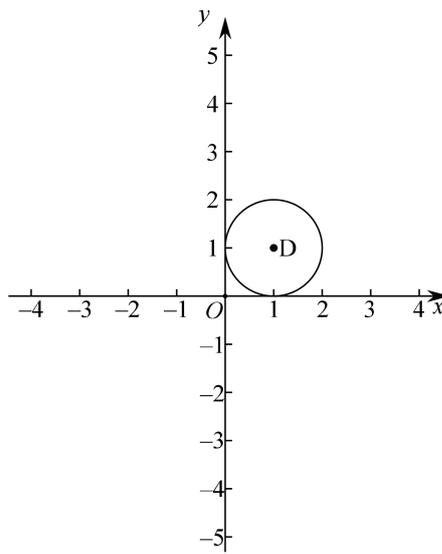


图 2