

海淀区九年级第二学期期末练习

数学参考答案及评分标准

2018.5

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

1	2	3	4	5	6	7	8
C	A	B	A	C	B	C	C

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. $3(a+1)^2$ 10. 6π 11. 4 12. $\frac{1}{2}$

13. $\frac{100}{x} - \frac{100}{2.74x} = 18.75$ 14. 4

15. ①直径所对的圆周角为直角
②线段垂直平分线上的点与这条线段两个端点的距离相等

16. $\frac{5}{2} \leq m \leq 3$

三、解答题（本题共 68 分，第 17~22 题，每小题 5 分；第 23~26 小题，每小题 6 分；第 27~28 小题，每小题 7 分）

17. 解：原式 = $3\sqrt{2} - 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 - 4$
 $= \sqrt{2} - 3.$

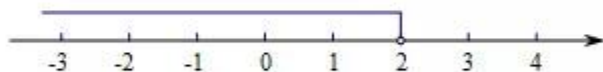
18. 解：去分母，得 $6x - 3(x+2) < 2(2-x).$

去括号，得 $6x - 3x - 6 < 4 - 2x.$

移项，合并得 $5x < 10.$

系数化为 1，得 $x < 2.$

不等式的解集在数轴上表示如下：



19. 证明：∵ $AD = 3$ ， $AE = 4$ ， $ED = 5$ ，

∴ $AD^2 + AE^2 = ED^2.$

∴ $\angle A = 90^\circ.$

∴ $DA \perp AB.$

∴ $\angle C = 90^\circ.$

∴ $DC \perp BC.$

$\because BD$ 平分 $\angle ABC$,
 $\therefore DC = AD$.
 $\because AD = 3$,
 $\therefore CD = 3$.

20. (1) 证明: 依题意, 得 $\Delta = [-(m+3)]^2 - 4 \times 1 \times 3m = (m-3)^2$.

$\because (m-3)^2 \geq 0$,

\therefore 方程总有实数根.

(2) 解: \because 原方程有两个实数根 3, m ,

\therefore 取 $m = 4$, 可使原方程的两个根中只有一个根小于 4 .

注: 只要 $m \geq 4$ 均满足题意.

21. (1) 解:

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle ABE = \angle EDC$.

$\because \angle BEA = \angle DEF$,

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle FDE$.

$\therefore \frac{AB}{DF} = \frac{BE}{DE}$.

$\because E$ 是 BD 的中点,

$\therefore BE = DE$.

$\therefore AB = DF$.

$\because F$ 是 CD 的中点,

$\therefore CF = FD$.

$\therefore CD = 2AB$.

$\because \angle ABE = \angle EDC$, $\angle AGB = \angle CGD$,

$\therefore \triangle ABG \sim \triangle CDG$.

$\therefore \frac{BG}{GD} = \frac{AB}{CD} = \frac{1}{2}$.

(2) 证明:

$\because AB \parallel CF$, $AB = CF$,

\therefore 四边形 $ABCF$ 是平行四边形.

$\because CE = BE$, $BE = DE$,

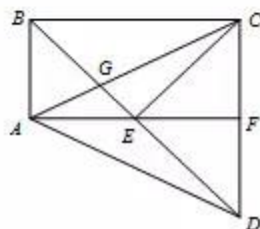
$\therefore CE = ED$.

$\because CF = FD$,

$\therefore EF$ 垂直平分 CD .

$\therefore \angle CFA = 90^\circ$.

\therefore 四边形 $ABCF$ 是矩形.



22. 解: (1)

设点 B 的坐标为 (x, y) , 由题意得: $BF = y$, $BM = x$.

\therefore 矩形 $OMBF$ 的面积为 3,

$\therefore xy = 3$.

$\therefore B$ 在双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 上,

$\therefore k = 3$.

(2)

\therefore 点 B 的横坐标为 3, 点 B 在双曲线上,

\therefore 点 B 的坐标为 $(3, 1)$.

设直线 l 的解析式为 $y = ax + b$.

\therefore 直线 l 过点 $P(2, 2)$, $B(3, 1)$,

$\therefore \begin{cases} 2a + b = 2, \\ 3a + b = 1. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a = -1, \\ b = 4. \end{cases}$

\therefore 直线 l 的解析式为 $y = -x + 4$.

\therefore 直线 l 与 x 轴交于点 $C(4, 0)$,

$\therefore BC = \sqrt{2}$.

(3) 增大

23. 解: (1) 60;

(2) 连接 OD ,

$\therefore CD \perp AB$, AB 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore CM = MD$.

$\therefore M$ 是 OA 的中点,

$\therefore AM = MO$.

又 $\therefore \angle AMC = \angle DMO$,

$\therefore \triangle AMC \cong \triangle OMD$.

$\therefore \angle ACM = \angle ODM$.

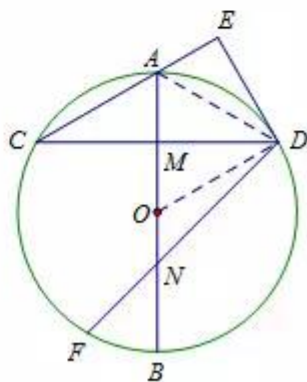
$\therefore CA \parallel OD$.

$\therefore DE \perp CA$,

$\therefore \angle E = 90^\circ$.

$\therefore \angle ODE = 180^\circ - \angle E = 90^\circ$.

$\therefore DE \perp OD$.



∴ DE 与 $\odot O$ 相切.

(3) 连接 CF , CN ,

∵ $OA \perp CD$ 于 M ,

∴ M 是 CD 中点.

∴ $NC = ND$.

∵ $\angle CDF = 45^\circ$,

∴ $\angle NCD = \angle NDC = 45^\circ$.

∴ $\angle CND = 90^\circ$.

∴ $\angle CNF = 90^\circ$.

由 (1) 可知 $\angle AOD = 60^\circ$.

∴ $\angle ACD = \frac{1}{2} \angle AOD = 30^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中, $\angle E = 90^\circ$, $\angle ECD = 30^\circ$, $DE = 3$,

∴ $CD = \frac{DE}{\sin 30^\circ} = 6$.

在 $\text{Rt}\triangle CND$ 中, $\angle CND = 90^\circ$, $\angle CDN = 45^\circ$, $CD = 6$,

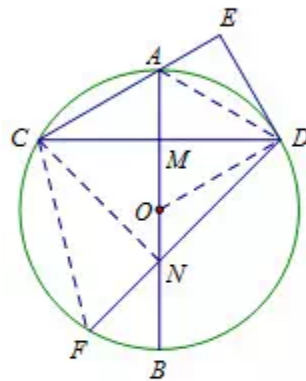
∴ $CN = CD \cdot \sin 45^\circ = 3\sqrt{2}$.

由 (1) 知 $\angle CAD = 2\angle OAD = 120^\circ$,

∴ $\angle CFD = 180^\circ - \angle CAD = 60^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle CNF$ 中, $\angle CNF = 90^\circ$, $\angle CFN = 60^\circ$, $CN = 3\sqrt{2}$,

∴ $FN = \frac{CN}{\tan 60^\circ} = \sqrt{6}$.



24. (1) 补充表格:

运动员	平均数	中位数	众数
甲	8.5	9	9
乙	8.5	8.5	7 和 10

(2) 答案不唯一, 可参考的答案如下:

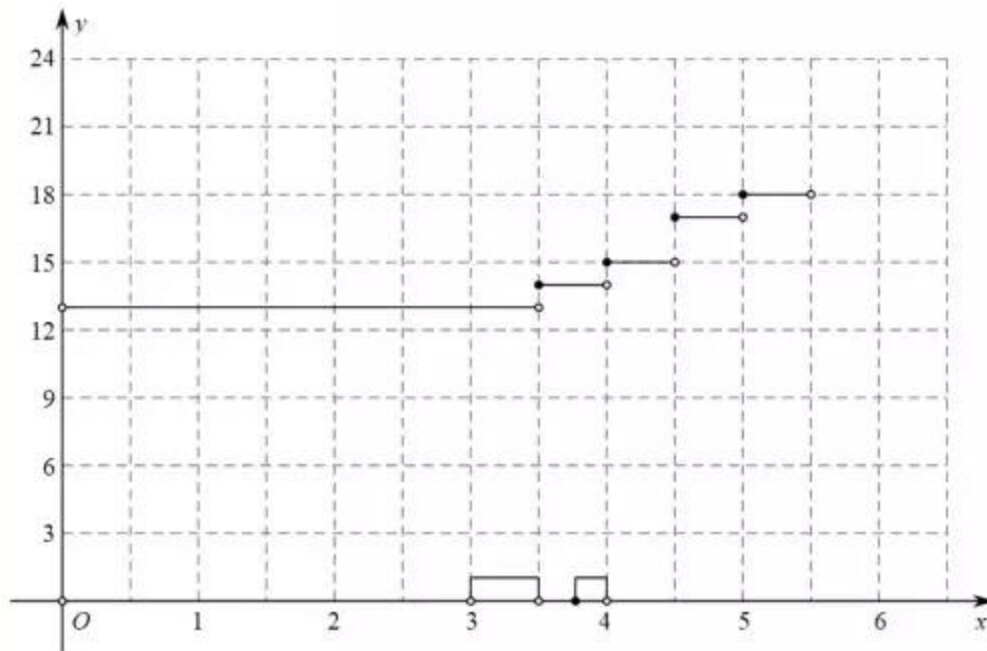
甲选手：和乙选手的平均成绩相同，中位数高于乙，打出 9 环及以上的次数更多，打出 7 环的次数较少，说明甲选手相比之下发挥更加稳定；

乙选手：与甲选手平均成绩相同，打出 10 环次数和 7 环次数都比甲多，说明乙射击时起伏更大，但也更容易打出 10 环的成绩。

25. (1)

行驶里程数 x	0	$0 < x < 3.5$	$3.5 \leq x < 4$	$4 \leq x < 4.5$	$4.5 \leq x < 5$	$5 \leq x < 5.5$...
实付车费 y	0	13	14	15	17	18	...

(2) 如图所示：



(3) ① $w_2 < w_3 < w_1$ ；

② 如上图所示.

26. 解: (1) $D_1(-3, 3)$, $D_2(1, 3)$, $D_3(-3, -1)$

(2) 不存在. 理由如下:

假设满足条件的 C 点存在, 即 A, B, D_1, D_2, D_3 在同一条抛物线上, 则线段 AB 的垂直平分线 $x = -2$ 即为这条抛物线的对称轴, 而 D_1, D_2 在直线 $y = n$ 上, 则 D_1, D_2 的中点 C 也在抛物线对称轴上, 故 $m = -2$, 即点 C 的坐标为 $(-2, n)$.

由题意得: $D_1(-4, n)$, $D_2(0, n)$, $D_3(-2, 2-n)$.

注意到 D_3 在抛物线的对称轴上, 故 D_3 为抛物线的顶点. 设抛物线的表达式是

$$y = a(x+2)^2 + 2 - n.$$

当 $x = -1$ 时, $y = 1$, 代入得 $a = n - 1$.

$$\text{所以 } y = (n-1)(x+2)^2 + 2 - n.$$

令 $x = 0$, 得 $y = 4(n-1) + 2 - n = 3n - 2 = n$, 解得 $n = 1$, 与 $n > 1$ 矛盾.

所以 不存在满足条件的 C 点.

27. (1) $DE = DF$;

(2) 解: 连接 DE, DF ,

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle C = 60^\circ.$$

$$\because \angle DBC = \alpha,$$

$$\therefore \angle BDC = 120^\circ - \alpha.$$

\because 点 C 与点 F 关于 BD 对称,

$$\therefore \angle BDF = \angle BDC = 120^\circ - \alpha, \quad DF = DC.$$

$$\therefore \angle FDC = 120^\circ + 2\alpha.$$

由 (1) 知 $DE = DF$.

$\therefore F, E, C$ 在以 D 为圆心, DC 为半径的圆上.

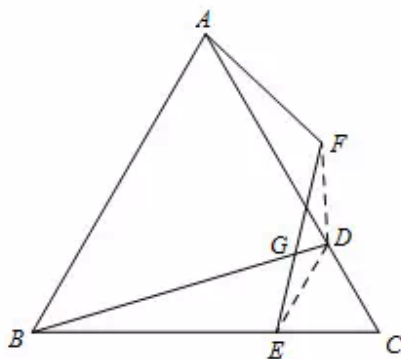
$$\therefore \angle FEC = \frac{1}{2} \angle FDC = 60^\circ + \alpha.$$

(3) $BG = GF + FA$ 理由如下:

连接 BF , 延长 AF , BD 交于点 H ,

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle ABC = \angle BAC = 60^\circ, \quad AB = BC = CA.$$



∵点 C 与点 F 关于 BD 对称,
 $\therefore BF = BC, \angle FBD = \angle CBD$.
 $\therefore BF = BA$.
 $\therefore \angle BAF = \angle BFA$.

设 $\angle CBD = \alpha$,
 则 $\angle ABF = 60^\circ - 2\alpha$.

$\therefore \angle BAF = 60^\circ + \alpha$.

$\therefore \angle FAD = \alpha$.

$\therefore \angle FAD = \angle DBC$.

由 (2) 知 $\angle FEC = 60^\circ + \alpha$.

$\therefore \angle BGE = \angle FEC - \angle DBC = 60^\circ$.

$\therefore \angle FGB = 120^\circ, \angle FGD = 60^\circ$.

四边形 $AFGB$ 中, $\angle AFE = 360^\circ - \angle FAB - \angle ABG - \angle FGB = 120^\circ$.

$\therefore \angle HFG = 60^\circ$.

$\therefore \triangle FGH$ 是等边三角形.

$\therefore FH = FG, \angle H = 60^\circ$.

$\because CD = CE$,

$\therefore DA = EB$.

在 $\triangle AHD$ 与 $\triangle BGE$ 中,

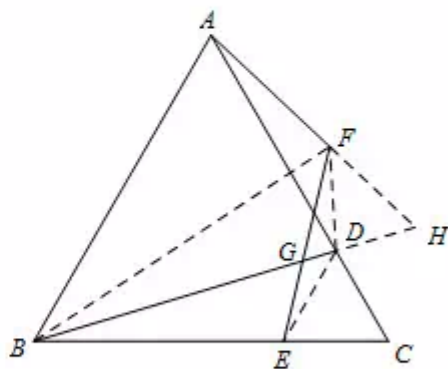
$$\begin{cases} \angle AHD = \angle BGE, \\ \angle HAD = \angle GBE, \\ AD = BE. \end{cases}$$

$\therefore \triangle AHD \cong \triangle BGE$.

$\therefore BG = AH$.

$\because AH = HF + FA = GF + FA$,

$\therefore BG = GF + FA$.



28. 解: (1) 函数 $y = 2x - 1$ 的限减系数是 2;

(2) 若 $m > 1$, 则 $m - 1 > 0$, $(m - 1, \frac{1}{m - 1})$ 和 $(m, \frac{1}{m})$ 是函数图像上的点,

$$\frac{1}{m} - \frac{1}{m-1} = -\frac{1}{m(m-1)} < 0, \text{ 与函数的限减系数 } k=4 \text{ 不符, } \therefore m \leq 1.$$

若 $0 < m < \frac{1}{2}$, $(t-1, \frac{1}{t-1})$ 和 $(t, \frac{1}{t})$ 是函数图象上横坐标之差为 1 的任意两点,

$$\text{则 } 0 < t \leq m, \frac{1}{t} - \frac{1}{t-1} = \frac{1}{-t(t-1)},$$

$$\because -t(t-1) > 0, \text{ 且 } -t(t-1) = -(t-\frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4} \leq -(m-\frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4} < \frac{1}{4},$$

$$\therefore \frac{1}{t} - \frac{1}{t-1} > 4, \text{ 与函数的限减系数 } k=4 \text{ 不符.}$$

$$\therefore m \geq \frac{1}{2}.$$

若 $\frac{1}{2} \leq m \leq 1$, $(t-1, \frac{1}{t-1})$ 和 $(t, \frac{1}{t})$ 是函数图象上横坐标之差为 1 的任意两点,

$$\text{则 } 0 < t \leq m, \frac{1}{t} - \frac{1}{t-1} = \frac{1}{-t(t-1)},$$

$$\because -t(t-1) > 0, \text{ 且 } -t(t-1) = -(t-\frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4} \leq \frac{1}{4},$$

$$\therefore \frac{1}{t} - \frac{1}{t-1} = \frac{1}{-t(t-1)} \geq 4, \text{ 当 } t = \frac{1}{2} \text{ 时, 等号成立, 故函数的限减系数 } k=4.$$

$$\therefore m \text{ 的取值范围是 } \frac{1}{2} \leq m \leq 1.$$

(3) $-1 \leq n \leq 1$.

