

# 2019 北京市东城区初二（下）期末 数 学



## 一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 下列四组线段中，可以构成直角三角形的是

- A. 4, 5, 6      B. 5, 12, 13      C. 2, 3, 4      D. 1,  $\sqrt{2}$ , 3

2. 用配方法解一元二次方程  $x^2-6x+1=0$ ，此方程可化为的正确形式是

- A.  $(x+3)^2=10$       B.  $(x+3)^2=8$       C.  $(x-3)^2=10$       D.  $(x-3)^2=8$

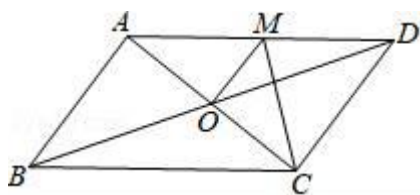
3. 有 19 位同学参加歌咏比赛，所得的分数互不相同，取得分前 10 位同学进入决赛。某同学知道自己的分数后，要判断自己能否进入决赛，他只需知道这 19 位同学成绩的

- A. 平均数      B. 中位数      C. 众数      D. 方差

4. 在数学活动课上，老师和同学们判断一个四边形是否为矩形，下面是某合作学习小组的 4 位同学拟定的方案，其中正确的是（ ）

- A. 测量对角线是否互相平分      B. 测量两组对边是否分别相等  
C. 测量一组对角是否都为直角      D. 测量其中三个内角是否都为直角

5. 如图，平行四边形  $ABCD$  的对角线相交于点  $O$ ，且  $AD \neq CD$ ，过点  $O$  作  $OM \perp AC$ ，交  $AD$  于点  $M$ 。如果  $\triangle CDM$  的周长为 8，那么平行四边形  $ABCD$  的周长是



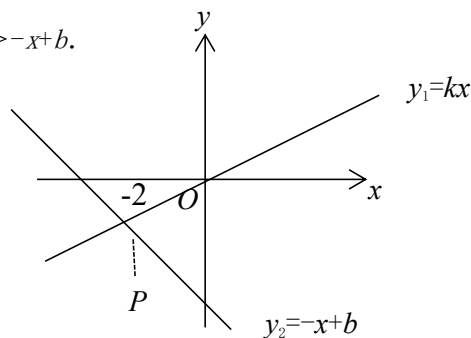
- A. 8      B. 12      C. 16      D. 20

6. 如图，已知正比例函数  $y_1=kx$  与一次函数  $y_2=-x+b$  的图象交于点  $P$ 。下面有四个结论：

- ①  $k > 0$ ；      ②  $b > 0$ ；      ③ 当  $x > 0$  时，  $y_1 > 0$ ；      ④ 当  $x < -2$  时，  $kx > -x+b$ 。

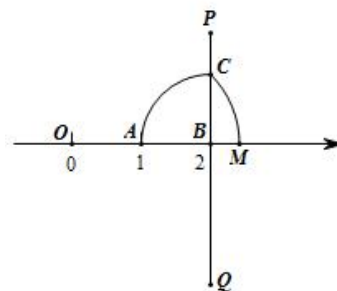
其中正确的是

- A. ①③      B. ②③  
C. ③④      D. ①④



7. 如图，数轴上点  $A, B$  分别对应 1, 2，过点  $B$  作  $PQ \perp AB$ ，以点  $B$  为圆心， $AB$  长为半径画弧，交  $PQ$  于点  $C$ ，以点  $A$  为圆心， $AC$  长为半径画弧，交数轴于点  $M$ ，则点  $M$  对应的数是（ ）

- A.  $\sqrt{2}$       B.  $\sqrt{5}$



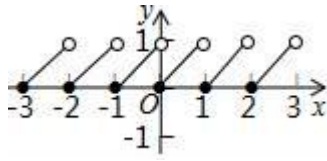


C.  $\sqrt{2}+1$

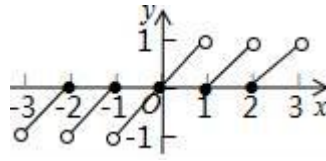
D.  $\sqrt{5}+1$

8. 如果规定  $[x]$  表示不大于  $x$  的最大整数, 例如  $[2.1]=2$ ,  $[-2.1]=-3$ , 那么函数  $y=x-[x]$

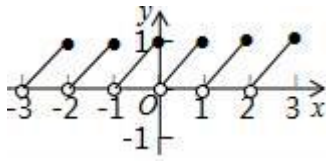
$(-3 \leq x \leq 3)$  的图象为



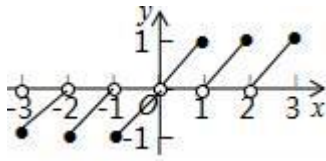
A



B



C



D

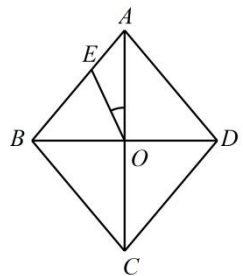
二. 填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 函数  $y=kx(k \neq 0)$  的图象上有两个点  $A_1(x_1, y_1)$ ,  $A_2(x_2, y_2)$ , 当  $x_1 < x_2$  时,  $y_1 > y_2$ , 写出一个满足条件的函数解析式\_\_\_\_\_.

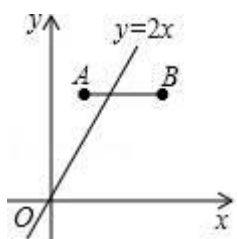
10. 如果  $a$  是一元二次方程  $x^2-3x-5=0$  的一个根, 那么代数式  $8-a^2+3a=$ \_\_\_\_\_.

11. 若一元二次方程  $x^2-2x+m=0$  有两个相同的实数根, 则实数  $m=$ \_\_\_\_\_.

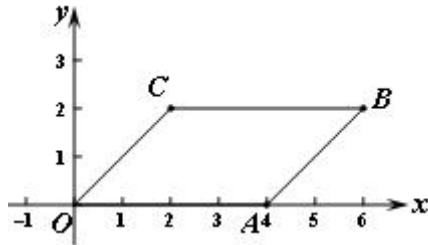
12. 如图, 已知菱形  $ABCD$  的一个内角  $\angle BAD = 80^\circ$ , 对角线  $AC, BD$  相交于点  $O$ , 点  $E$  在  $AB$  上, 且  $BE = BO$ , 则  $\angle EOA =$  \_\_\_\_\_ $^\circ$ .



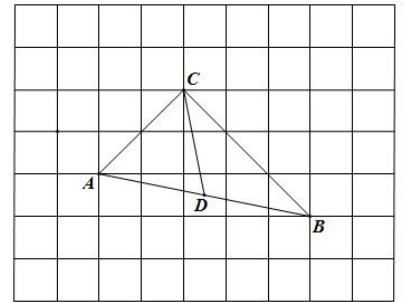
13. 如图, 在平面直角坐标系中, 点  $A, B$  的坐标分别为  $(1, 3)$ ,  $(n, 3)$ , 若直线  $y=2x$  与线段  $AB$  有公共点, 则  $n$  的值可以为\_\_\_\_\_. (写出一个即可)



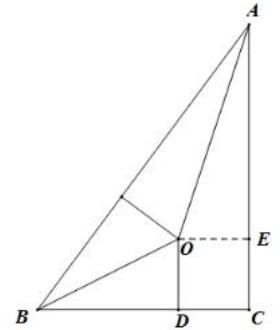
14. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，四边形  $OABC$  是平行四边形，且  $A(4,0)$ ， $B(6,2)$ ，则直线  $AC$  的解析式为\_\_\_\_\_.



15. 如图，每个小正方形的边长为 1，在  $\triangle ABC$  中，点  $A, B, C$  均在格点上，点  $D$  为  $AB$  的中点，则线段  $CD$  的长为\_\_\_\_\_.



16. 我国古代伟大的数学家刘徽将勾股形（古人称直角三角形为勾股形）分割成一个正方形和两对全等的直角三角形，得到一个恒等式. 后人借助这种分割方法所得的图形证明了勾股定理，如图所示的就用了这种分割方法，若  $BD=2$ ， $AE=3$ ，则正方形  $ODCE$  的边长等于\_\_\_\_\_



三. 解答题（本题共 68 分，17-22 题，每题 5 分，23-26 题，每题 6 分，27-28 题每题 7 分）

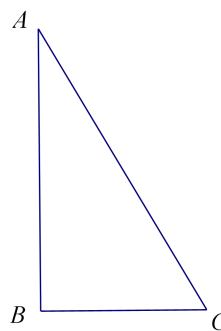
17. 下面是小明设计的“作矩形  $ABCD$ ”的尺规作图过程：

已知：在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle ABC = 90^\circ$  .

求作：矩形  $ABCD$  .

作法：如图，

1. 以点  $B$  为圆心， $AC$  长为半径作弧；
2. 以点  $C$  为圆心， $AB$  长为半径作弧；
3. 两弧交于点  $D$ ， $A, D$  在  $BC$  同侧；
4. 连接  $AD, CD$  .



所以四边形  $ABCD$  是矩形.

根据小明设计的尺规作图过程，

- (1) 使用直尺和圆规，补全图形：（保留作图痕迹）
- (2) 完成下面的证明.

证明：连接  $BD$  .



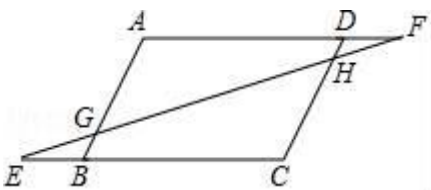


$\because AB = \underline{\hspace{2cm}}, AC = \underline{\hspace{2cm}}, BC = BC,$   
 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB.$   
 $\therefore \angle ABC = \angle DCB = 90^\circ.$   
 $\therefore AB \parallel CD.$   
 $\therefore$  四边形  $ABCD$  是平行四边形.  
 $\therefore \angle ABC = 90^\circ,$   
 $\therefore$  四边形  $ABCD$  是矩形. (                      ) ( 填推理的依据 )

18. 解一元二次方程:  $2x^2 - 5x + 1 = 0.$

19. 如图, 在  $\square ABCD$  中, 点  $E, F$  分别在边  $CB, AD$  的延长线上, 且  $BE = DF, EF$  分别与  $AB, CD$  交于点  $G, H.$

求证:  $AG = CH.$



20. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $mx^2 - (m+3)x + 3 = 0$  总有两个不相等的实数根,

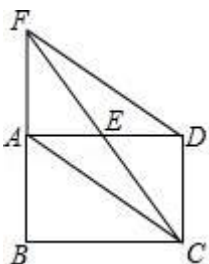
- (1) 求  $m$  的取值范围;
- (2) 若此方程的两根均为正整数, 求正整数  $m$  的值.

21. 列方程解应用题:

某地 2016 年为做好“精准扶贫”, 投入资金 1280 万元用于异地安置, 并规划投入资金逐年增加, 2018 年在 2016 年的基础上增加投入资金 1600 万元. 从 2016 年到 2018 年, 该地投入异地安置资金的年平均增长率为多少?

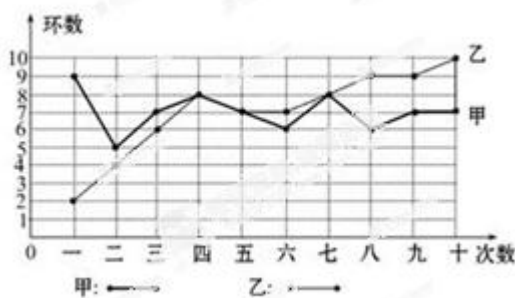
22. 如图, 矩形  $ABCD$  中,  $E$  是  $AD$  的中点, 延长  $CE, BA$  交于点  $F,$  连接  $AC, DF.$

- (1) 求证: 四边形  $ACDF$  是平行四边形;
- (2) 当  $CF$  平分  $\angle BCD$  时, 写出  $BC$  与  $CD$  的数量关系, 并说明理由.





23. 甲、乙两位运动员在相同条件下各射靶 10 次, 每次射靶的成绩情况如图.



(1) 请填写下表:

	平均数	方差	中位数	命中 9 环以上的次数(包括 9 环)
甲	7	1.2		1
乙		5.4	7.5	

(2) 请你从平均数和方差相结合对甲、乙两名运动员 6 次射靶成绩进行分析:

(3) 教练根据两人的成绩最后选择乙去参加比赛, 你能不能说出教练让乙去比赛的理由?  
(至少说出两条理由)

24. 现代互联网技术的广泛应用, 催生了快递行业的高速发展. 小明计划给朋友快递一部分物品, 经了解甲、乙两家快递公司比较合适, 甲公司表示: 快递物品不超过 1 千克的, 按每千克 22 元收费; 超过 1 千克, 超过的部分按每千克 15 元收费. 乙公司表示: 按每千克 16 元收费, 另加包装费 3 元. 设小明快递物品  $x$  千克.

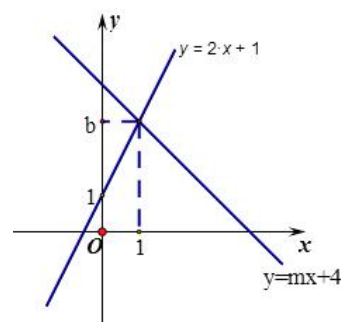
(1) 当  $x > 1$  时, 请分别直接写出甲、乙两家快递公司快递该物品的费用  $y$  (元) 与  $x$  (千克) 之间的函数关系式;

(2) 在 (1) 的条件下, 小明选择哪家快递公司更省钱?

25. 如图, 直线  $l_1: y = 2x + 1$  与直线  $l_2: y = mx + 4$  相交于点  $P(1, b)$ .

(1) 求  $b, m$  的值;

(2) 垂直于  $y$  轴的直线  $y = a$  与直线  $l_1, l_2$  分别相交于  $C, D$ , 若线段  $CD$  长为 2, 求  $a$  的值.



26. 有这样一个问题: 探究函数  $y = \frac{2}{x-1} - 3$  的图象与性质.

小亮根据学习函数的经验, 对函数  $y = \frac{2}{x-1} - 3$  的图象与性质进行了探究.

下面是小亮的探究过程, 请补充完整:

(1) 函数  $y = \frac{2}{x-1} - 3$  中自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_;

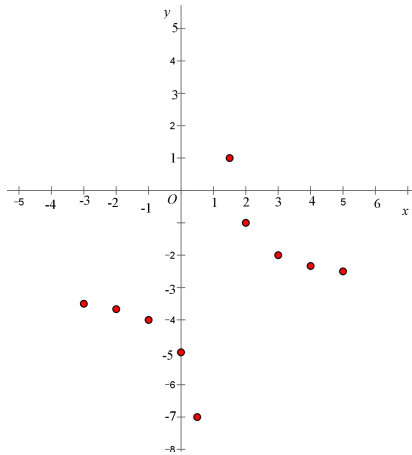


(2) 下表是  $y$  与  $x$  的几组对应值.

$x$	...	-3	-2	-1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	2	3	4	5	...
$y$	...	$-\frac{7}{2}$	$-\frac{11}{3}$	-4	-5	-7	$m$	-1	-2	$-\frac{7}{3}$	$-\frac{5}{2}$	...

求  $m$  的值；

(3) 在平面直角坐标系  $xOy$  中，描出了以上表中各对对应值为坐标的点，根据描出的点，画出该函数的图象；



(4) 根据画出的函数图象，发现下列特征：

该函数的图象与直线  $x=1$  越来越靠近而永不相交，该函数的图象还与直线 \_\_\_\_\_ 越来越靠近而永不相交。

27. 在正方形  $ABCD$  中，点  $E$  是射线  $AC$  上一点，点  $F$  是正方形  $ABCD$  外角平分线  $CM$  上一点，且  $CF=AE$ ，连接  $BE, EF$ 。

(1) 如图 1，当  $E$  是线段  $AC$  的中点时，直接写出  $BE$  与  $EF$  的数量关系；

(2) 当点  $E$  不是线段  $AC$  的中点，其它条件不变时，请在图 2 中补全图形，判断 (1) 中的结论是否成立，并证明你的结论；

(3) 当点  $B, E, F$  在一条直线上时，求  $\angle CBE$  的度数。（直接写出结果即可）

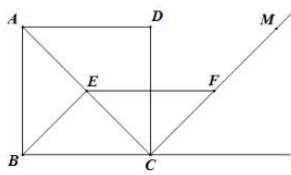


图1

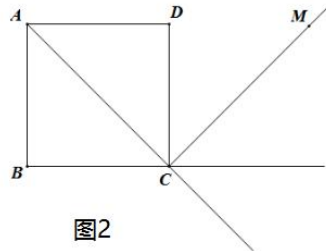
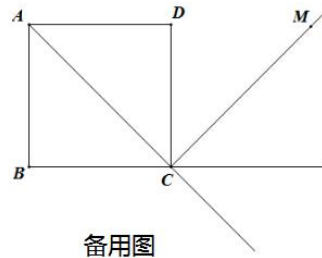


图2



备用图

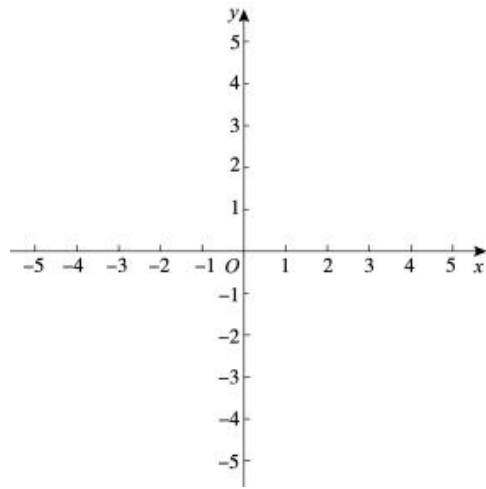
28. 对于平面直角坐标系  $xOy$  中的点  $P$  和正方形给出如下定义：若正方形的对角线交于点  $O$ ，四条边分别和坐标轴平行，我们称该正方形为原点正方形。当原点正方形上存在点  $Q$ ，满足  $PQ \leq 1$  时，称点  $P$  为原点正方形的友好点。

(1) 当原点正方形边长为 4 时，

① 在点  $P_1(0,0)$  ,  $P_2(-1,1)$  ,  $P_3(3,2)$  中, 原点正方形的友好点是\_\_\_\_\_;

② 点  $P$  在直线  $y=x$  的图象上, 若点  $P$  为原点正方形的友好点, 求点  $P$  横坐标的取值范围;

(2) 一次函数  $y=-x+2$  的图象分别与  $x$  轴,  $y$  轴交于点  $A$ ,  $B$ , 若线段  $AB$  上存在原点正方形的友好点, 直接写出原点正方形边长  $a$  的取值范围.



# 2019 北京市东城区初二（下）期末数学参考答案



一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	D	B	D	C	A	C	A

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9.  $y = -x$  ( $k < 0$  即可)    10. 3    11. 1    12. 25

13. 2 ( $n \geq \frac{3}{2}$  即可)

14.  $y = -x + 4$     15.  $\frac{\sqrt{26}}{2}$     16. 1

三、解答题（本题共 68 分，17-22 题，每题 5 分，23-26 题，每题 6 分，27-28 题每题 7 分）

17. 解（1）作图略： \_\_\_\_\_ 2 分

（2） $CD, BD$ ，有一个角是直角的平行四边形是矩形。 \_\_\_\_\_ 5 分

18. 解：  $\because a = 2, b = -5, c = 1$ , \_\_\_\_\_ 1 分

$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \times 2 \times 1 = 17 > 0$ . \_\_\_\_\_ 2 分

$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$ . \_\_\_\_\_ 3 分

$\therefore x_1 = \frac{5 + \sqrt{17}}{4}, x_2 = \frac{5 - \sqrt{17}}{4}$ . \_\_\_\_\_ 5 分

19. 证明：

$\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形，

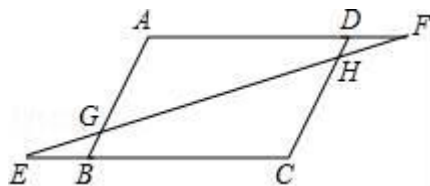
$\therefore AD = BC, \angle A = \angle C, AD \parallel BC$ . \_\_\_\_\_ 1 分

$\therefore \angle E = \angle F$ . \_\_\_\_\_ 2 分

$\because BE = DF$ ,

$\therefore AF = EC$ . \_\_\_\_\_ 3 分

在  $\triangle AGF$  和  $\triangle CHE$  中





$$\begin{cases} \angle A = \angle C, \\ AF = EC, \\ \angle F = \angle E, \end{cases}$$

$\therefore \triangle AGF \cong \triangle CHE$  (ASA) .

$\therefore AG = CH$ . -----5分

20.解(1)  $\Delta = b^2 - 4ac = [-(m+3)]^2 - 4 \times m \times 3 = (m-3)^2$ ,

由题意得,  $\Delta > 0$ .

$\therefore$  当  $m \neq 0$  和  $3$  时, 原方程有两个不相等的实数根. -----2分

(2)  $\therefore$  此方程的两根均为正整数,

解方程得  $x_1 = 1, x_2 = \frac{3}{m}$ . -----4分

$\therefore$  可取的正整数  $m$  的值分别为  $1, 3$ . -----5分

21. 解: 设该地投入异地安置资金的年平均增长率为  $x$ . -----1分

根据题意得:  $1280(1+x)^2 = 1280 + 1600$ . -----3分

解得  $x_1 = 0.5 = 50\%$ ,  $x_2 = -2.5$  (舍去) .

答: 从 2015 年到 2017 年, 该地投入异地安置资金的年平均增长率为  $50\%$ . -----5分

22. 解: (1)  $\therefore$  四边形  $ABCD$  是矩形,

$\therefore AB \parallel CD$ .

$\therefore \angle FAE = \angle CDE$ .

$\therefore E$  是  $AD$  的中点,

$\therefore AE = DE$ .

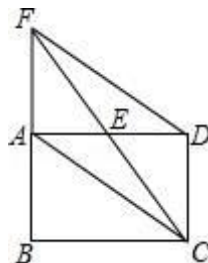
又  $\therefore \angle FEA = \angle CED$ ,

$\therefore \triangle FAE \cong \triangle CDE$ .

$\therefore CD = FA$ .

又  $\therefore CD \parallel AF$ ,

$\therefore$  四边形  $ACDF$  是平行四边形. -----2分



(2)  $BC=2CD$ .

证明:  $\because CF$  平分  $\angle BCD$ ,

$\therefore \angle DCE=45^\circ$  .

$\because \angle CDE=90^\circ$  ,

$\therefore \triangle CDE$  是等腰直角三角形.

$\therefore CD=DE$ .

$\because E$  是  $AD$  的中点,

$\therefore AD=2CD$ .

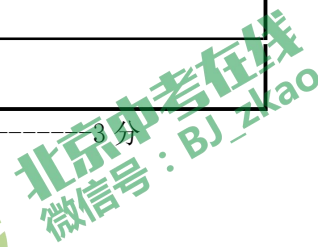
$\because AD=BC$ ,

$\therefore BC=2CD$ . -----5分



23. 解: (1)

	平均数	方差	中位数	命中 9 环以上次数 (包括 9 环)
甲	7	1.2	7	1
乙	7	5.4	7.5	3



(2) 因为平均数相同,  $s_{甲}^2 < s_{乙}^2$ ,

所以甲的成绩比乙稳定. -----4分



(3) 理由 1: 因为平均数相同, 命中 9 环以上的次数甲比乙少, 所以乙的成绩比甲好些;

理由 2: 因为平均数相同, 甲的中位数小于乙的中位数, 所以乙的成绩比甲好些;

理由 3: 甲的成绩在平均数上下波动; 而乙处于上升势头, 从第 4 次以后就没有比甲少的情况发生, 乙较有潜力.

-----6分

24. 解: (1)  $y_{甲} = 22 + 15(x-1) = 15x + 7$ ;

$y_{乙} = 16x + 3$  . -----2分

(2)  $x > 1$  时, 令  $y_{甲} < y_{乙}$ , 即  $15x + 7 < 16x + 3$ .

解得:  $x > 4$ . -----3分

令  $y_{甲} = y_{乙}$ , 那  $15x + 7 = 16x + 3$ ,

解得:  $x = 4$ . -----4分

令  $y_{甲} > y_{乙}$ , 即  $15x+7 > 16x+3$ .

解得:  $x < 4$ , 即  $1 < x < 4$ . .....5分

综上所述: 当  $1 < x < 4$  时, 选乙快递公司省钱; 当  $x=4$  时, 选甲、乙两家快递公司快递费一样多; 当  $x > 4$  时, 选甲快递公司省钱. ....6分

25. 解: (1) 把点  $P(1, b)$  代入  $y=2x+1$ , 得  $b=2+1=3$ .

把点  $P(1, 3)$  代入  $y=mx+4$ , 得  $m+4=3$ .

$\therefore m=-1$ . .....2分

(2) 设直线  $y=a$  与直线  $l_1$  的交点  $C$  为  $(\frac{a-1}{2}, a)$ , 与直线  $l_2$  的交点  $D$  为  $(4-a, a)$ . ....4分

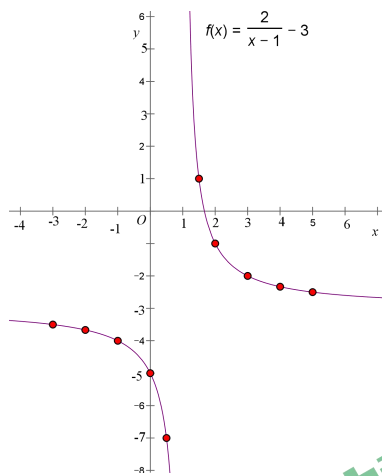
$\therefore CD=2$ ,

$\therefore \frac{a-1}{2} - 4 + a = 2$  或  $4 - a - \frac{a-1}{2} = 2$ .

$\therefore a = \frac{5}{3}$  或  $a = \frac{13}{3}$ . .....6分

26. (1)  $x \neq 1$ . .....1分

(2) 1. ....2分



.....4分

(3)  $y=-3$ . .....6分

27. 解: (1)  $EF = \sqrt{2}BE$ . .....1分

(2) 补全图形如图所示.

(1) 中的结论仍然成立, 即  $EF = \sqrt{2}BE$ .

证明: 连接  $ED, DF$

由正方形的对称性可知,  $BE=DE$ ,  $\angle CBE = \angle CDE$ .

$\therefore$  正方形  $ABCD$ ,

$\therefore AB=CD$ ,  $\angle BAC=45^\circ$ .

∵ 点  $F$  是正方形  $ABCD$  外角平分线  $CM$  上一点,

∴  $\angle DCF=45^\circ$ .

∴  $\angle BAC=\angle DCF$ .

由 ∵  $CF=AE$ ,

∴  $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ .

∴  $BE=DF, \angle ABE=\angle CDF$ .

∴  $DE=DF$ .

又 ∵  $\angle ABE+\angle CBE=90^\circ$ ,

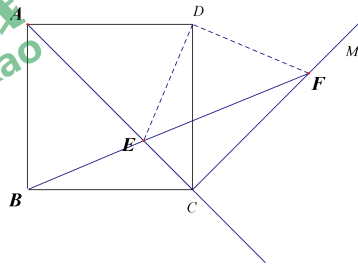
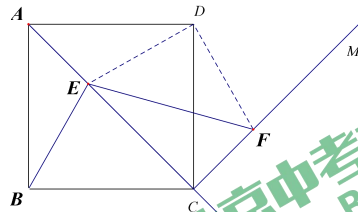
∴  $\angle CDF+\angle CDE=90^\circ$ .

即  $\angle EDF=90^\circ$ .

∴  $\triangle EDF$  是等腰直角三角形.

∴  $EF = \sqrt{2}DE$ .

∴



$EF = \sqrt{2}BE$ . .....5 分

(3) 当点  $B, E, F$  在一条直线上时,  $\angle CBE=22.5^\circ$ . .....7 分

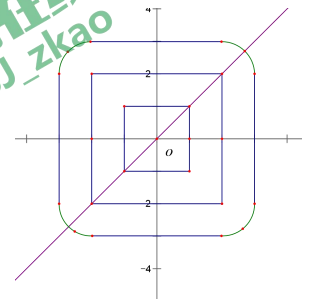
28. 解: (1) ①  $P_2, P_3$ ; .....2 分

② 如图所示: 阴影部分就是原点正方形友好点  $P$  的范围.

由计算可得, 点  $P$  横坐标的取值范围是

$$1 \leq x \leq 2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 或 } -2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \leq x \leq -1.$$

.....6 分



(2) 原点正方形边长  $a$  的取值范围  $2 - \sqrt{2} \leq a \leq 6$ . .....7 分