

数学练习

班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____

学生须知	1. 本练习卷共 8 页，共 28 道小题，满分 100 分。练习时间 120 分钟。 2. 答案一律填写在答题纸上，在练习卷上作答无效。 3. 选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其它试题用黑色字迹签字笔作答。
------	---

一. 选择题 (共 16 分, 每小题 2 分)

1. 下列关系式中, 属于二次函数的是 () .

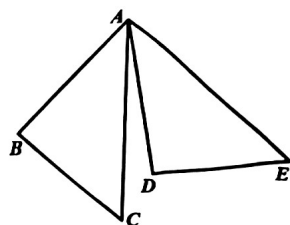
- A. $y = -2x^2$ B. $y = \sqrt{x^2 - 1}$ C. $y = 3x - 1$ D. $y = \frac{1}{x}$

2. 抛物线 $y = 3(x-1)^2 + 4$ 的顶点坐标是 () .

- A. $(-1, 4)$ B. $(-1, -4)$ C. $(1, 4)$ D. $(1, -4)$

3. 如图, $\triangle ADE$ 是由 $\triangle ABC$ 绕 A 点旋转得到的, 若 $\angle BAC = 40^\circ$, $\angle B = 90^\circ$, $\angle CAD = 10^\circ$, 则旋转角的度数分别为 () .

- A. 80° B. 50° C. 40° D. 10°

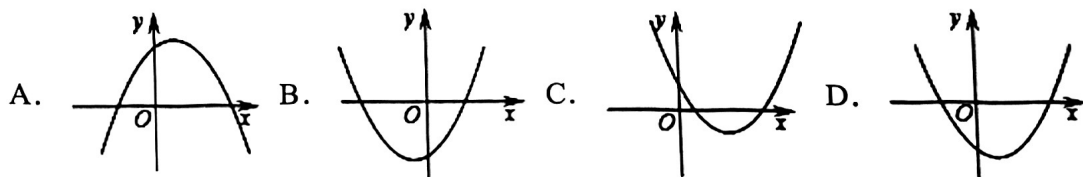


(第 3 题图)

4. 方程 $x^2 + 5x - 7 = 0$ 的根的情况是 () .

- A. 没有实数根 B. 有两个相等的实数根
 C. 有两个不相等的实数根 D. 有一个实数根

5. 如果在二次函数的表达式 $y = ax^2 + bx + c$ 中, $a > 0$, $b < 0$, $c < 0$, 那么这个二次函数的图象可能是 () .

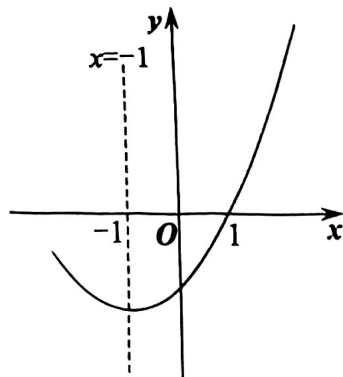


6. 已知二次函数 $y = -x^2 + 2x + m$, 分别取 $x_1 = -1$, $x_2 = \frac{1}{2}$, $x_3 = 2$, 那么对应的函数值为 y_1, y_2, y_3 中, 最大的为 () .

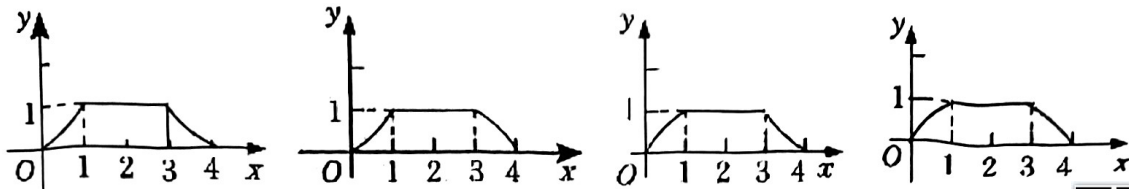
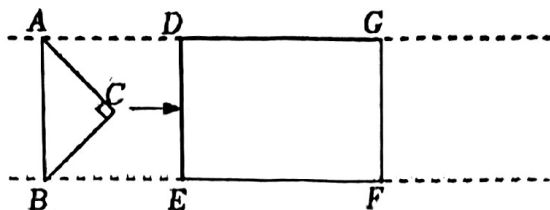
- A. y_3 B. y_2 C. y_1 D. 不能确定

7. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象如右图所示, 有下列结论: ① $abc < 0$; ② $2a - b < 0$; ③ $a + b + c = 0$; ④ $b^2 = 4ac$; ⑤ 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根是 -3 和 1 ; ⑥ $c < -3a$. 其中正确的个数是 () .

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6



8. 如图, 等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ 与矩形 $DEFG$ 在同一水平线上, $AB=DE=2$, $DG=3$, 现将等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ 沿箭头所指方向水平平移, 平移距离 x 是自点 C 到达 DE 之时开始计算, 至 AB 离开 GF 为止. 等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ 与矩形 $DEFG$ 的重合部分面积记为 y , 则能大致反映 y 与 x 的函数关系的图象为 (),



A.

B.

C.

D.



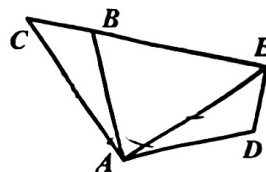
二、填空题 (共 16 分, 每小题 2 分)

9. 二次函数 $y=x^2-3x-1$ 与 y 轴交点的坐标为_____.
10. 请你写出一个二次函数, 其图象满足条件: ①开口向下, ②图象过 $(0,3)$, 此二次函数的表达式可以为_____.
11. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$) 图象上部分点的横坐标 x 与纵坐标 y 的对应值如下表所示:

x	...	-1	0	1	2	3	...
y	...	0	3	4	3	0	...

那么它的图象与 x 轴的交点的坐标是_____.

12. 将抛物线 $y=x^2$ 向左平移 2 个单位, 再向上平移 3 个单位, 那么得到的抛物线的解析式为_____.
13. 若一元二次方程 $(k+1)x^2-2x+k^2-1=0$ 的一个根是 0, 则 k 的值是_____.
14. 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 90° , 得到 $\triangle ADE$, 若点 E 恰好在 CB 的延长线上, $AC=2$, 则 $EC=$ _____.

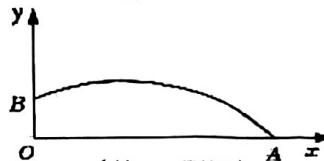


(第 14 题图)

15. 如图, 是一名男生抛实心球时, 实心球行进过程中形成的抛物线. 按照图中所示的平面直角坐标系, 实心球行进高度 y (单位: m) 与水平距离 x

(单位: m) 之间的关系是 $y=-\frac{1}{12}x^2+\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}$,

则实心球推出的水平距离 OA 的长是_____ m .



(第 15 题图)

16. 给定二元数对 (p, q) ，其中 $p=0$ 或 1 ， $q=0$ 或 1 。三种转换器 A, B, C 对 (p, q) 的转换规则如下：

规则

a. 转换器 A 当输入 $(1, 1)$ 时，输出结果为 1 ；其余输出结果均为 0 。
 转换器 B 当输入 $(0, 0)$ 时，输出结果为 0 ；其余输出结果均为 1 。
 转换器 C 当输入 $(1, 1)$ 时，输出结果为 0 ；其余输出结果均为 1 。

b. 在组合使用转换器时， A, B, C 可以重复使用。

(1) 在图 1 所示的“ $A - B - C$ ”组合转换器中，若输入 $(1, 0)$ ，则输出结果为_____；

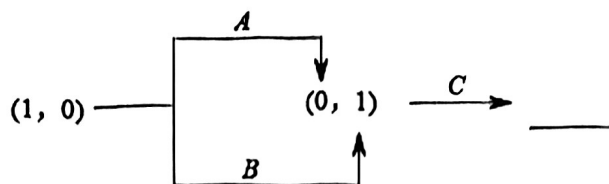


图1

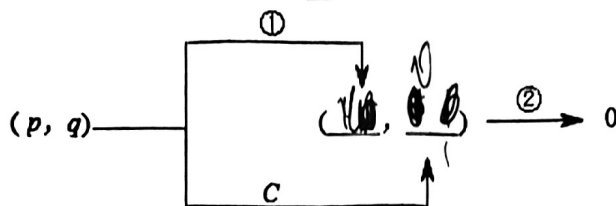


图2

(2) 在图 2 所示的“① - C - ②”组合转换器中，若当输入 $(1, 1)$ 和 $(0, 0)$ 时，输出结果均为 0 ，则该组合转换器为“_____ - C - _____”
 (写出一种组合即可)。



二、解答题 (共 68 分，第 17 题 6 分，第 18 题 4 分，第 19 题 8 分，第 20 题 5 分，第 21-22 题，每题 4 分，第 23-24 题，每题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分)

17. 解下列关于 x 的一元二次方程.

(1) $x^2 - 4x - 1 = 0$;

(2) $3x(x - 2) = x - 2$.

18. 若二次函数的图象过点 $(0, 2)$ ，且当 $x=1$ 时，此函数的最大值为 3 ，求此二次函数的解析式.

19. 已知二次函数 $y = x^2 + 2x - 3$.

(1) 抛物线的顶点坐标是_____;

(2) 在平面直角坐标系中, 利用五点法画出该函数图象(列表, 2分铅笔涂画);

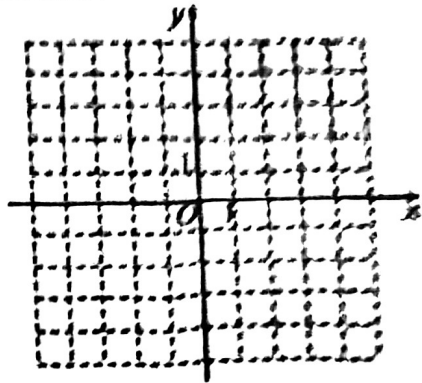
x
y	...						

(3) 当 x _____时, y 随 x 的增大而增大;

(4) 当 x 满足_____时, $y > 0$;

(5) 当 $-3 < x < 0$ 时, 函数 y 的取值范围为_____;

(6) 若 $x^2 + 2x - 3 - m = 0$ 有两个不相等的实数根, m 的取值范围为_____.



20. 已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - (2m - 3)x + (m - 1) = 0$ 有两个实数根.

(1) 求 m 的取值范围;

(2) 若 m 为正整数, 求此方程的根.

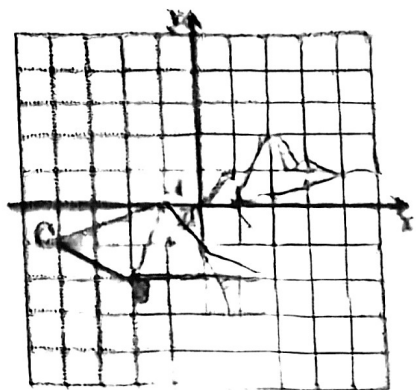


21. 如图, 正方形网格中, $\triangle ABC$ 的顶点均在格点上, 其中 $B(-2, 2)$. 请在所给的直角坐标系中按要求解答下列问题:

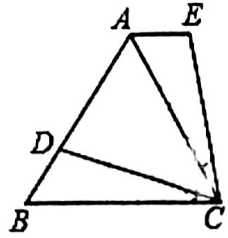
(1) $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle ABC$ 关于坐标原点 O 成中心对称, 则 B_1 的坐标为_____;

(2) $\triangle A_1B_1C_1$ 的面积为_____;

(3) 将 $\triangle ABC$ 绕某点逆时针旋转 90° 后, 其对应点分别为 $A_2(-1, -2)$, $B_2(1, -3)$, 则旋转中心的坐标为_____, 并在网格中画出旋转后的 $\triangle A_2B_2C_2$.



22. 如图，在等边 $\triangle ABC$ 中，点 D 是 AB 边上一点，连接 CD ，将线段 CD 绕点 C 按顺时针方向旋转 60° 后得到 CE ，连接 AE 。求证： $AE \parallel BC$ 。



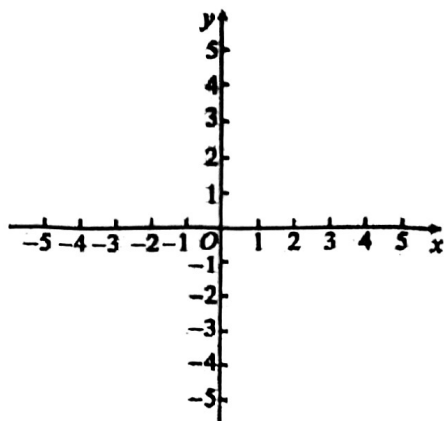
23. 公司电商平台准备在 2022 年十一长假期间销售某种儿童玩具，市场调查反映：当它的售价为每件 60 元时，每天可卖出 120 件；售价每增加 1 元，每天销售量会减少 4 件。已知玩具的进价为 40 元。设售价增加 x 元，每天售出 y 件。

- (1) 请直接写出 y 与 x 之间的函数表达式；
- (2) 求当 x 为多少时，平台每天销售这种玩具可获利润 1600 元？
- (3) 设平台每天销售这种玩具可获利 w 元，求当 x 为多少时， w 最大，最大值是多少？



24. 我们常常通过描点、平移或翻折的方法画函数图象。某班“数学兴趣小组”根据学到的函数知识探究函数 $y = x^2 - 2|x|$ 的图象与性质，并利用函数图象解决问题。探究过程如下，请补充完整。

- (1) 函数 $y = x^2 - 2|x|$ 的自变量 x 的取值范围是_____；
- (2) 化简：当 $x \geq 0$ 时，函数 $y =$ _____；
当 $x < 0$ 时，函数 $y =$ _____；
- (3) 根据上题，在平面直角坐标系中描点，画出该函数的图象，并写出该函数的一条性质：_____；
- (4) 若直线 $y = n$ 与该函数只有两个公共点，根据图象判断 n 的取值范围为_____。



25. 阅读下面材料：

小岩遇到这样一个问题：如图 1，在正三角形 ABC 内有一点 P ，且 $PA=1$ ， $PB=\sqrt{3}$ ， $PC=2$ ，求 $\angle APB$ 的度数；

小岩是这样思考的：如图 2，利用旋转和全等的知识构造 $\triangle AP'C$ ，连接 PP' ，得到两个特殊的三角形，从而将问题解决。

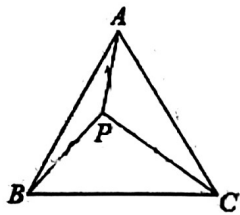


图 1

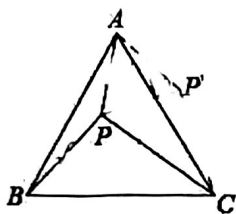


图 2

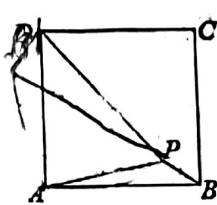


图 3

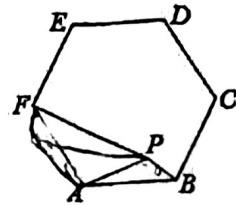


图 4

(1) 请你回答：图 1 中 $\angle APB$ 的度数等于_____；（直接写答案）

参考小岩同学思考问题的方法，解决下列问题：

(2) 如图 3，在正方形 $ABCD$ 内有一点 P ，且 $PA=\sqrt{2}$ ， $PB=1$ ， $PD=\sqrt{5}$ 。

求 $\angle APB$ 的度数；

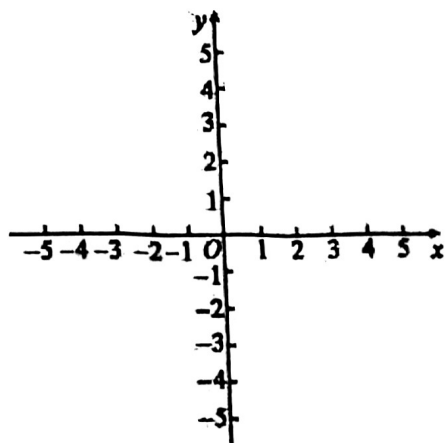
(3) 如图 4，在正六边形 $ABCDEF$ 内有一点 P ，若 $\angle APB=120^\circ$ ，直接写出 PA ， PB 和 PF 的数量关系。

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $M(x_1, y_1)$ ， $N(x_2, y_2)$ 为抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a>0$) 上任意两点，其中 $x_1 < x_2$ 。

(1) 当 M ， N 的坐标分别为 $(1, 4)$ ， $(3, 4)$ 时，抛物线的对称轴为_____；

(2) 若抛物线的对称轴为 $x=2$ ，当 x_1, x_2 为何值时， $y_1 = y_2 = c$ ；

(3) 设抛物线的对称轴为 $x=t$ ，若对于 $x_1+x_2 < -2$ ，都有 $y_1 > y_2$ ，求 t 的取值范围。



27. 四边形 $ABCD$ 是正方形, $\triangle BEF$ 是等腰直角三角形, $\angle BEF=90^\circ$, $BE=EF$.
点 G 为 DF 的中点, 连接 EG , CG , EC .

- (1) 如图 1, 若点 E 在 CB 边的延长线上, 直接写出 EG 与 GC 的数量关系和位置关系;
- (2) 将图 1 中的 $\triangle BEF$ 绕点 B 顺时针方向旋转至图 2 所示位置, (1) 中所得的结论是否仍然成立? 若成立, 请写出证明过程; 若不成立, 请说明理由;
- (3) 将图 1 中的 $\triangle BEF$, 绕点 B 旋转, 当 E, F, D 三点共线时, 若 $BE=1$, $AB=\sqrt{2}$, 直接写出 CE 长.

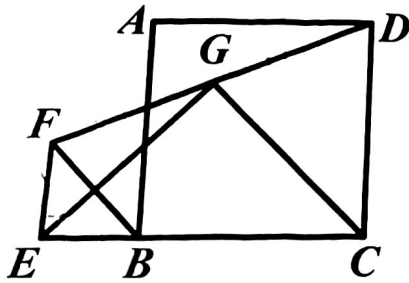


图 1

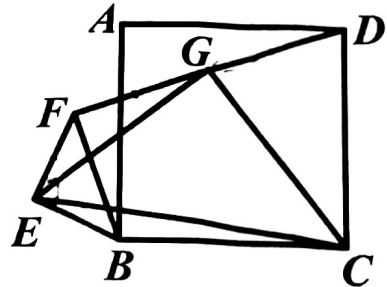
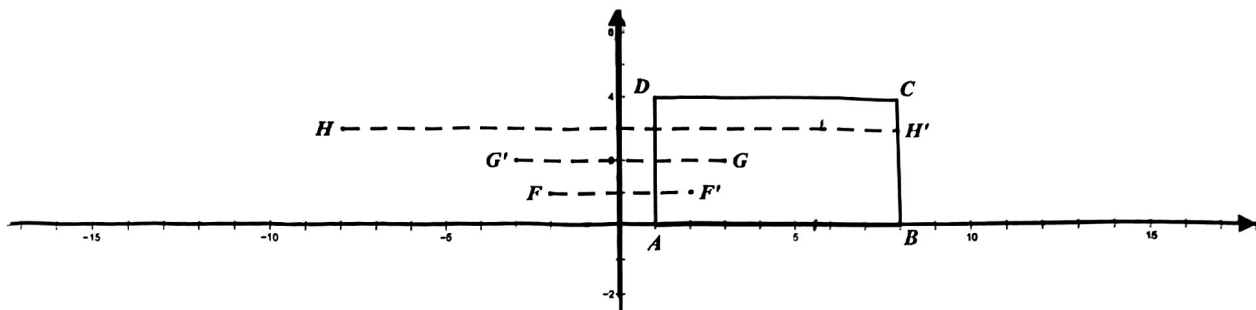


图 2



28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于点 P , 直线 l 和矩形 w , 定义如下: 若点 P 关于直线 l 的对称点 P' 在矩形 $ABCD$ 的边上, 则称点 P 为矩形 $ABCD$ 关于直线 l 的“对矩点”.

已知矩形 $ABCD$ 的顶点 $A(1, 0)$, $B(8, 0)$, $C(8, 4)$, $D(1, 4)$.



例如, 图 1 中的点 F 和点 G 都不是矩形 $ABCD$ 关于 y 轴的“对矩点”, 点 H 是矩形 $ABCD$ 关于 y 轴的“对矩点”.

- (1) 在点 $P_1(-2, 2)$, $P_2(2, 4)$, $P_3(4, 2)$, $P_4(6, 3)$ 中, 是矩形 $ABCD$ 关于直线 $l: x=3$ “对矩点” 的点是 _____;
- (2) 若在直线 $y=2x+6$ 上存在点 M , 使得点 M 是矩形 $ABCD$ 关于直线 $l: x=t$ 的“对矩点”, 求 t 的取值范围;
- (3) 若抛物线 $y=-x^2-4x+9$ 上存在矩形 $ABCD$ 关于直线 $l: x=t$ 的“对矩点”且恰有 4 个, 请直接写出 t 的取值范围.

