

北京市第八十中学 2022—2023 第一学期九月练习

高一数学试卷

(考试时间 120 分钟满分 150 分)

第 I 卷

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4\}$, $A = \{1, 3\}$, 则 $\complement_U A =$

- A. $\{1, 2\}$ B. $\{2, 3\}$ C. $\{2, 4\}$ D. $\{3, 4\}$

2. 命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x - |x| \geq 0$ ”的否定是

- A. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0 - |x_0| < 0$ B. $\forall x \in \mathbf{R}, x + |x| \geq 0$

- C. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0 - |x_0| \geq 0$ D. $\forall x \in \mathbf{R}, x - |x| < 0$

3. 方程组 $\begin{cases} x + y = 0 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$ 的解集是

- A. $\{(1, -1), (-1, 1)\}$ B. $\{(1, 1), (-1, 1)\}$

- C. $\{(1, -1), (-1, -1)\}$ D. \emptyset

4. 设集合 $M = \{x | -1 \leq x < 5\}$, $N = \{x | |x| \leq 2\}$, 则 $M \cup N =$

- A. $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$ B. $\{x | -2 \leq x \leq 2\}$ C. $\{x | -1 \leq x < 5\}$ D. $\{x | -2 \leq x \leq 5\}$

5. 已知集合 $A = \left\{x \mid x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z}\right\}$, $B = \left\{x \mid x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbf{Z}\right\}$, 则

- A. $A \subset B$ B. $B \subset A$ C. $A = B$ D. A 与 B 关系不确定

6. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 4\}$, 则 $A \cap \complement_U B =$

- A. $\{x | -2 \leq x < 4\}$ B. $\{x | x \leq 3 \text{ 或 } x \geq 4\}$

- C. $\{x | -2 \leq x < -1\}$ D. $\{x | -1 \leq x \leq 3\}$

7. 已知 $A=[1,+\infty)$, $B=[0,3a-1]$, 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 则实数 a 的取值范围是

- A. $[1,+\infty)$ B. $[\frac{1}{2},1]$ C. $[\frac{2}{3},+\infty)$ D. $(1,+\infty)$

8. 已知 $a > b$, $c \in \mathbf{R}$, 则下列不等式中恒成立的是

- A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ B. $a^2 > b^2$ C. $ac > bc$ D. $a+c > b+c$

9. 已知 $x \in \mathbf{R}$ 且 $x \neq 0$, 则 " $\frac{1}{x} < 1$ " 是 " $x^2 > 1$ " 的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

10. 已知全集 $U = \{x \in \mathbf{N} | 0 < x < 8\}$, $A \cap (\complement_U B) = \{1, 2\}$, $\complement_U (A \cup B) = \{5, 6\}$,

$B \cap (\complement_U A) = \{4, 7\}$, 则 A 集合为

- A. $\{1, 2, 4\}$ B. $\{1, 2, 7\}$ C. $\{1, 2, 3\}$ D. $\{1, 2, 4, 7\}$

11. 已知集合 $A = \{2a-1, a, 0\}$, $B = \{1-a, a-5, 9\}$, 若满足 $A \cap B = \{9\}$, 则 a 的值为

- A. ± 3 或 5 B. -3 或 5 C. -3 D. 5

12. 命题 " $\forall x \in [1, 2], 3x^2 - a \geq 0$ " 为真命题的一个充分不必要条件是 ()

- A. $a \leq 3$ B. $a \geq 2$ C. $a \leq 4$ D. $a < 2$

第 II 卷

三、填空题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分.

13. 已知集合 $A = \{x | x < a\}$, 集合 $B = \{x | x < 2\}$, 若 $A \subseteq B$, 则实数 a 的取值范围为_____.

14. 若 $-1 < \alpha < \beta < 1$, $m = \alpha - \beta$, 则 m 的取值范围为_____.

15. 设 $x, y \in \mathbf{R}$, $A = \{(x, y) | y = x\}$, $B = \{(x, y) | \frac{y}{x} = 1\}$, 则 A, B 的包含关系是_____.

16. 某年级先后举办了数学、历史、音乐讲座, 其中有 75 人听了数学讲座, 68 人听了历史讲座, 61 人听了音乐讲座, 17 人同时听了数学、历史讲座, 12 人同时听了数学、音乐讲座, 9 人同时听了历史、音乐讲座, 还有 6 人听了全部讲座, 则该年级听讲座人数一共是_____.

17. 能够说明“设 a, b, c 是任意实数, 若 $a > b > c$, 则 $a + b > c$ ”是假命题的一组整数 a, b, c 的值依次为_____.

18. 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 6 \geq 0\}$, $B = \{x | x > c\}$, 其中 $c \in \mathbf{R}$. 集合 $\delta_{\mathbf{R}} A =$ _____;
若 $\forall x \in \mathbf{R}$, 都有 $x \in A$ 或 $x \in B$, 则 c 的取值范围是_____.

19. 给出下列命题:

①已知集合 $A = \{x | x^2 - 4 < 0, \text{且 } x \in \mathbf{N}\}$, 则集合 A 的真子集个数是 4;

②“ $x = -1$ ”是“ $x^2 - 5x - 6 = 0$ ”的必要不充分条件;

③“ $a < 1$ ”是“方程 $x^2 + x + a = 0$ 有一个正根和一个负根”的必要不充分条件

④设 $a, b \in \mathbf{R}$, 则“ $a \neq 0$ ”是“ $ab \neq 0$ ”的必要不充分条件

其中所有正确命题的序号是_____.

20. 已知集合 $M = \{1, 2, 3, 4\}$, $A \subseteq M$, 集合 A 中所有元素的乘积称为集合 A 的“累积值”,

且规定: 当集合 A 只有一个元素时, 其累积值即为该元素的数值, 空集的累积值为 0. 设

集合 A 的累积值为 n . 若 $n = 3$, 则这样的集合 A 共有_____个; 若 n 为偶数, 则这

样的集合 A 共有_____个.

三、解答题: 本题共 4 小题, 共 50 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

21. (本小题 13 分)

已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \in \mathbf{R} | 2x - 1 \leq 1\}$, 集合 $B = \{x \in \mathbf{R} | -1 < x \leq 2\}$.

(I) 求集合 $A \cap B$ 及 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cup B$;

(II) 若集合 $C = \{x \in \mathbf{R} | a \leq x < 2a, a > 0\}$, 且 $C \subseteq B$, 求实数 a 的取值范围.

22. (本小题 12 分)

已知命题 P : 方程 $x^2 + tx + t = 0$ 没有实数根,

(I) 若 P 是真命题, 求实数 t 的取值集合 A ;

(II) 集合 $B = \{t | 2a - 1 < t < a + 1\}$, 若 $t \in A$ 是 $t \in B$ 的必要条件, 求 a 的取值范围.

23. (本小题 13 分)

已知集合 $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3x^2 - 13x + 4 < 0\}$, $B = \{x \mid ax - 1 \geq 0\}$.

(I) 当 $a = \frac{1}{2}$ 时, 求 $A \cap B$;

(II) 若 _____, 求实数 a 的取值范围.

请从① $A \cup B = B$, ② $A \cap B = \emptyset$, ③ $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B) \neq \emptyset$, 这三个条件中选一个填入 (II) 中横线顶处, 并完成第 (II) 问的解答. (如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分)

24. (本小题 12 分)

对于有限个自然数组成的集合 A , 定义集合 $S(A) = \{a+b \mid a \in A, b \in A\}$, 记集合 $S(A)$ 的元素个数为 $d(S(A))$. 定义变换 T : 将集合 A 变换为集合 $T(A) = A \cup S(A)$.

(I) 若 $A = \{0, 1, 2\}$, 求 $S(A), T(A)$;

(II) 若集合 $A = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, 其中 $x_1 < x_2 < \dots < x_n, n \in \mathbb{N}^*$, 证明: " $d(S(A)) = 2n$ " 的充要条件是 " $x_2 - x_1 = x_3 - x_2 = \dots = x_n - x_{n-1}$ ".