2023 北京一七一中初三（上）期末

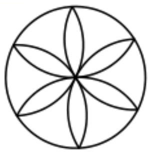
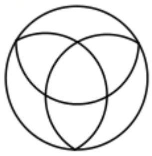
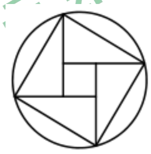
数 学

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

1. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2+3x+a=0$ 的一个根为 1，则 a 的值为（　　）

A. 2　　B. -2　　C. -3　　D. -4

2. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　　）

A. 　　B. 　　C. 　　D. 

3. 将抛物线 $y=x^2$ 向右平移 3 个单位长度得到的抛物线是（　　）

A. $y=x^2+3$　　B. $y=x^2-3$　　C. $y=(x-3)^2$　　D. $y=(x+3)^2$

4. 某种彩票的中奖机会是 1%，下列说法正确的是【　　】

A. 买 1 张这种彩票一定不会中奖

B. 买 1 张这种彩票一定会中奖

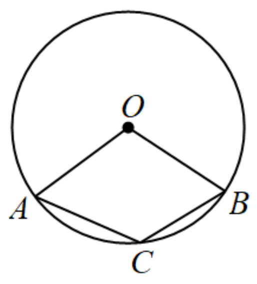
C. 买 100 张这种彩票一定会中奖

D. 当购买彩票 数量很大时，中奖的频率稳定在 1%

5. 用配方法解方程 $x^2-4x=1$，变形后结果正确的是（　　）

A. $(x+2)^2=5$　　B. $(x+2)^2=2$　　C. $(x-2)^2=5$　　D. $(x-2)^2=2$

6. 如图，圆心角 $\angle AOB=110°$，则 $\angle ACB$ 的度数是（　　）

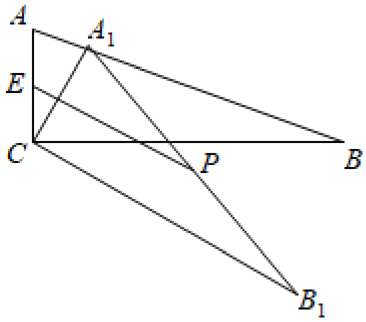


A. 70°　　B. 55°　　C. 125°　　D. 130°

7. 在半径为 6 圆中，120° 的圆心角所对扇形的面积是（　　）

A. 4π　　B. 8π　　C. 12π　　D. 16π

8. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$AC=1$，$AB=3$，将 $\triangle ABC$ 绕顶点 C 顺时针旋转得到 $\triangle A_1B_1C$，取 AC 的中点 E，A_1B_1 的中点 P，则在旋转过程中，线段 EP 的最大值为（　　）



A. 1　　　　B. 2.5　　　　C. 2　　　　D. 1.5

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

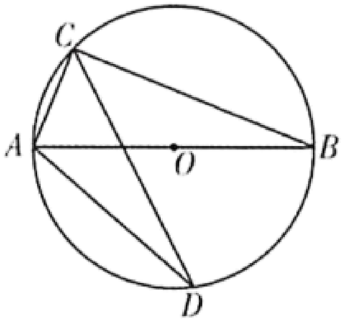
9. 点$(3,-1)$关于原点对称点的坐标是______.

10. 请写出一个开口向下，顶点在 x 轴上的二次函数解析式__________________.

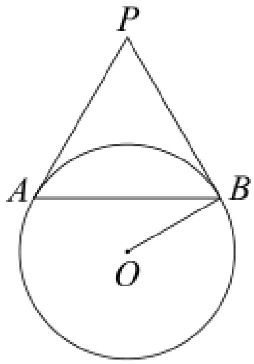
11. 已知$P(x_1,1)$，$Q(x_2,1)$两点都在抛物线$y=x^2-3x+1$上，那么$x_1+x_2=$________.

12. 2021 年是中国共产党建党 100 周年，全国各地积极开展“弘扬红色文化，重走长征路”主题教育活动. 据了解，某展览中心 3 月份的参观人数为 11 万人，5 月份的参观人数增加到15.1万人．设参观人数的月平均增长率为x，则可列方程为________.

13. 如图，AB是$\odot O$的直径，C，D是$\odot O$上的两点．若$\angle CAB=60°$，则$\angle ADC$的度数为________.



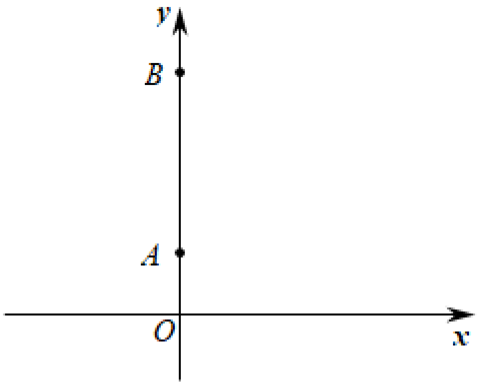
14. 如图，PA，PB是$\odot O$的切线，切点分别为 A，B．若$\angle OBA=30°$，$PA=3$，则AB的长为________.



15. 如表记录了一名球员在罚球线上投篮的结果．那么，这名球员投篮一次，投中的概率约为______（精确到 0.1）.

投篮次数（n）	50	100	150	200	250	300	500
投中次数（m）	28	60	78	104	123	152	251
投中频率（m/n）	0.56	0.60	0.52	0.52	0.49	0.51	0.50

16. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，P 为 x 轴正半轴上一点．已知点 $A(0,1)$，$B(0,7)$，$\odot M$ 为 $\triangle ABP$ 的外接圆．



（1）点 M 的纵坐标为________；

（2）当 $\angle APB$ 最大时，点 P 的坐标为________．

三、解答题（本题共 68 分，17-22 题每题 5 分，23-26 题每题 6 分，27-28 题每题 7 分）

17. 下面是小乐设计的“过圆外一点作这个圆的两条切线”的尺规作图过程．

已知：$\odot O$ 及 $\odot O$ 外一点 P．

求作：直线 PA 和直线 PB，使 PA 切 $\odot O$ 于点 A，PB 切 $\odot O$ 于点 B．

作法：如图，

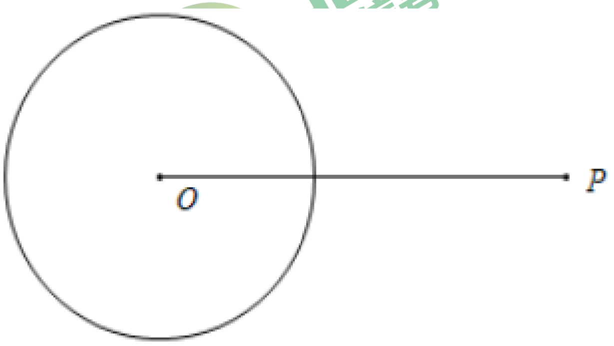
①连接 OP，分别以点 O 和点 P 为圆心，大于 $\frac{1}{2}OP$ 的同样长为半径作弧，两弧分别交于点 M，N；

②连接 MN，交 OP 于点 Q，再以点 Q 为圆心，OQ 的长为半径作弧，交 $\odot O$ 于点 A 和点 B；

③作直线 PA 和直线 PB．

所以直线 PA 和 PB 就是所求作的直线．

根据小乐设计的尺规作图过程，



（1）使用直尺和圆规，补全图形；（保留作图痕迹）

（2）完成下面的证明．

证明：$\because OP$ 是 $\odot Q$ 的直径，

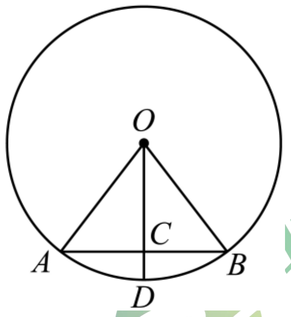
$\therefore \angle OAP = \angle OBP =$________°（________）（填推理的依据）．

$\therefore PA \perp OA$， $PB \perp OB$．

$\because OA$， OB 是 $\odot O$ 的半径，

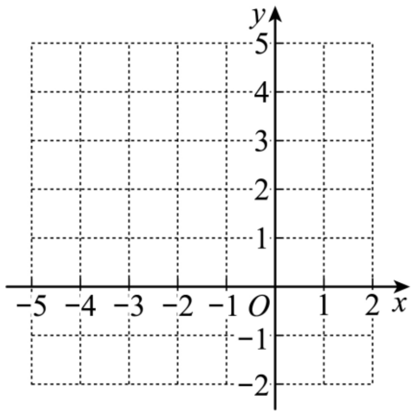
$\therefore PA$， PB 是 $\odot O$ 的切线．

18. 如图，AB 是 $\odot O$ 的弦，C 为 AB 的中点，OC 的延长线与 $\odot O$ 交于点 D，若 $CD=1$，$AB=6$，求 $\odot O$ 的半径．



19. 用配方法解一元二次方程：$2x^2-4x+1=0$．

20. 已知二次函数 $y=x^2+4x+3$．

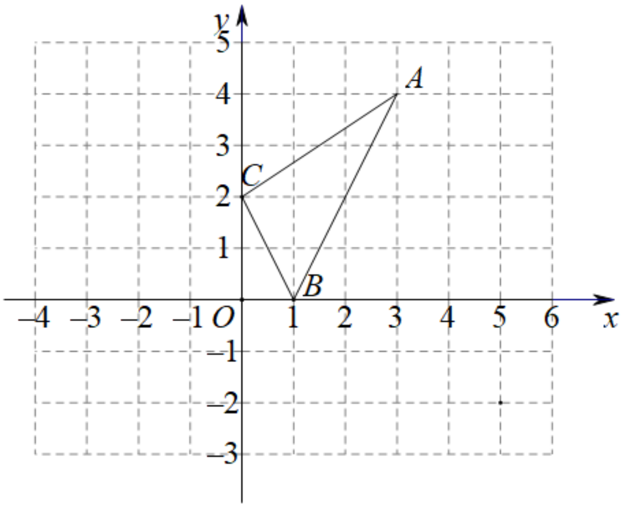


（1）二次函数的图象与 x 轴交于点 A， B（点 A 在点 B 左边），则 A， B 两点的坐标为________；

（2）在平面直角坐标系 xOy 中画出该函数 图象；

（3）当 $-3 \le x \le 0$ 时， y 的取值范围是________．

21. 如图，方格中每个小正方形的边长都是单位 1， $\triangle ABC$ 在平面直角坐标系中的位置如图．



（1）画出将 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针方向旋转 $90°$ 得到的图形；

（2）求出点 C 经过的路径的长．

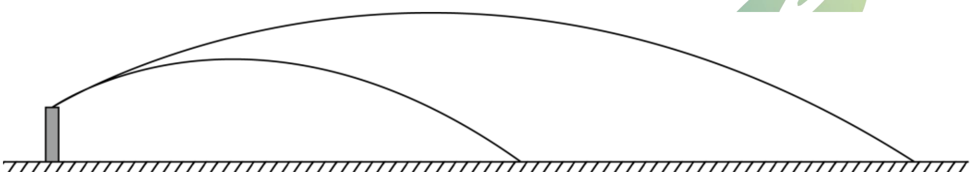
22. 在一个不透明的纸箱里装有红、黄、蓝三种颜色的小球，它们除颜色外完全相同，其中红球有 2 个，黄球有 1 个，蓝球有 1 个．现有一张电影票，小明和小亮决定通过摸球游戏定输赢（赢的一方得电影票）．游戏规则是：两人各摸 1 次球，先由小明从纸箱里随机摸出 1 个球，记录颜色后放回，将小球摇匀，再由小亮随机摸出 1 个球．若两人摸到的球颜色相同，则小明赢，否则小亮赢．这个游戏规则对双方公平吗？请你利用树状图或列表法说明理由．

23. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+(1-2m)x+m^2-m=0$．

（1）求证：方程总有两个不相等的实数根；

（2）若此方程的两个实数根都是正数，求 m 的取值范围．

24. 如图，在一次学校组织的社会实践活动中，小龙看到农田上安装了很多灌溉喷枪，喷枪喷出的水流轨迹是抛物线，他发现这种喷枪射程是可调节的，且喷射的水流越高射程越远，于是他从该农田的技术部门得到了这种喷枪的一个数据表，水流的最高点与喷枪的水平距离记为 x，水流的最高点到地面的距离记为 y．

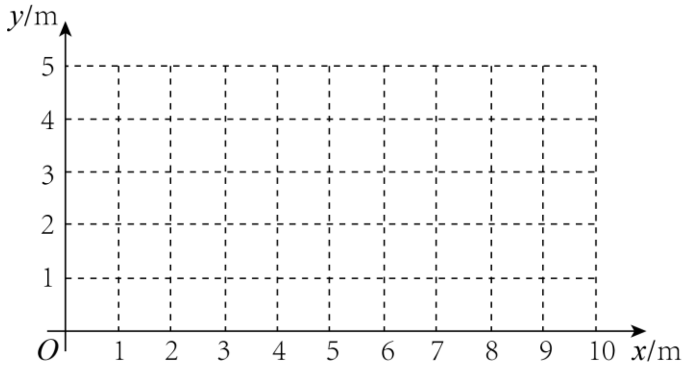


y 与 x 的几组对应值如下表：

x（单位：m）	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	4	…
y（单位：m）	2	$\frac{9}{4}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{11}{4}$	3	$\frac{13}{4}$	$\frac{7}{2}$	4	…

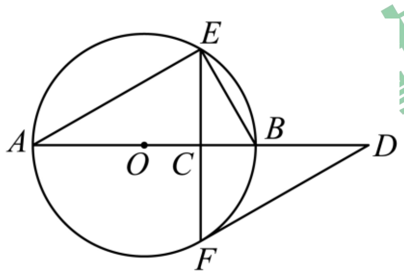
（1）该喷枪的出水口到地面的距离为________m；

（2）在平面直角坐标系 xOy 中，描出表中各组数值所对应的点，并画出 y 与 x 的函数图象；



（3）结合（2）中的图象，估算当水流的最高点与喷枪的水平距离为8m 时，水流的最高点到地面的距离为________m（精确到1m）．根据估算结果，计算此时水流的射程约为________m（精确到1m，参考数据 $\sqrt{6}\approx 2.4$）．

25. 如图，AB 是⊙O 的直径，弦 $EF\perp AB$ 于点 C，过点 F 作⊙O 的切线交 AB 的延长线于点 D，$\angle A=30^\circ$．



（1）求 $\angle D$ 的大小；

（2）取 BE 的中点 M，连接 MF，请补全图形；若 $MF=\sqrt{14}$，求⊙O 的半径．

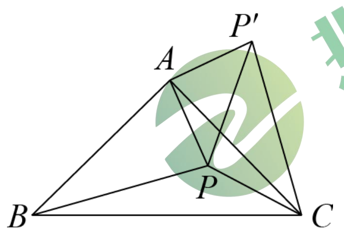
26. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+3$ 的图象经过点 $(1,3)$．

（1）用含 a 的代数式表示 b；

（2）若该函数的图象与 x 轴的一个交点为 $(-2,0)$，求二次函数的解析式；

（3）当 $a<0$ 时，该函数图象上的任意两点 $P(x_1,y_1)$、$Q(x_2,y_2)$，若满足 $x_1=-1$，$y_1>y_2$，求 x_2 的取值范围．

27. 如图，在三角形 ABC 中，$\angle BAC=90^\circ$，$AB=AC$，点 P 为 $\triangle ABC$ 内一点，连接 AP，BP，CP，将线段 AP 绕点 A 逆时针旋转 90° 得到 AP'，连接 PP'，CP'．



（1）用等式表示 CP' 与 BP 的数量关系，并证明；

（2）当 $\angle BPC=135^\circ$ 时，

①直接写出 $\angle P'CP$ 的度数为________；

②若 M 为 BC 的中点，连接 PM，请用等式表示 PM 与 AP 的数量关系，并证明．

28. 给出如下定义：对于 $\odot O$ 的弦 MN 和 $\odot O$ 外一点 P（M，O，N 三点不共线，且 P，O 在直线 MN 的异侧），当 $\angle MPN+\angle MON=180^\circ$ 时，则称点 P 是线段 MN 关于点 O 的关联点．图 1 是点 P 为线段 MN 关于点 O 的关联点的示意图．

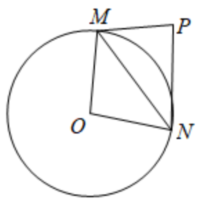


图1

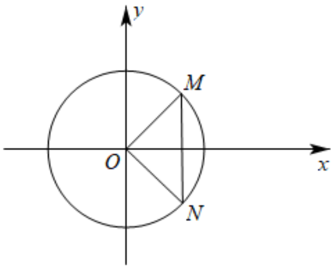


图2

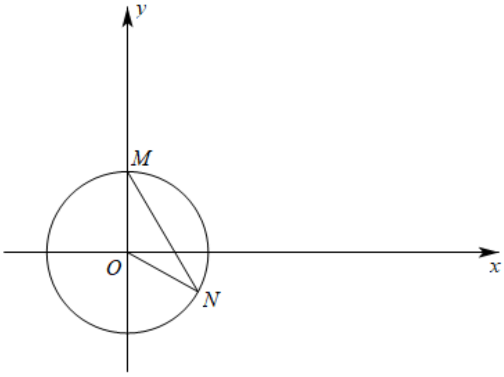


图3

在平面直角坐标系 xOy 中，$\odot O$ 的半径为 2．

（1）如图 2，$M\left(\sqrt{2},\sqrt{2}\right)$，$N\left(\sqrt{2},-\sqrt{2}\right)$．在 $A(2,0)$，$B\left(2\sqrt{2},0\right)$，$C(2,2)$，三点中，是线段 MN 关于点 O 的关联点的是________；

（2）如图 3，$M(0,2)$，$N\left(\sqrt{3},-1\right)$，点 D 是线段 MN 关于点 O 的关联点．

①$\angle MDN$ 的大小为________°；

②在第一象限内有一点 $E\left(\sqrt{3}m,m\right)$，点 E 是线段 MN 关于点 O 的关联点，求点 E 的坐标；

③点 F 在直线 $y=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+4$ 上，当 $\angle MFN\geq\angle MDN$ 时，直接写出点 F 的横坐标 x_F 的取值范围________．

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

1. 【答案】D

【解析】

【分析】根据一元二次方程的解的定义，把 $x=1$ 代入方程，得出关于 a 的方程，解出即可．

【详解】解：∵关于 x 的一元二次方程 $x^2+3x+a=0$ 的一个根为 1，

∴把 $x=1$ 代入方程，可得：$1+3+a=0$，

解得：$a=-4$，

∴ a 的值为 -4．

故选：D

【点睛】本题考查了一元二次方程的解，解本题的关键在熟练掌握一元二次方程的解的定义．使一元二次方程左右两边相等的未知数的值叫做一元二次方程的解，也叫做一元二次方程的根．

2. 【答案】A

【解析】

【分析】根据轴对称图形和中心对称图形的定义即可进行解答．

【详解】解：A、既 轴对称图形又是中心对称图形，故 A 符合题意；

B、是轴对称图形，不是中心对称图形，故 B 不符合题意；

C、是轴对称图形，不是中心对称图形，故 C 不符合题意；

D、不是轴对称图形，是中心对称图形，故 D 不符合题意；

故选：A．

【点睛】本题主要考查了轴对称图形和中心对称图形的定义，把一个图形绕某一点旋转 180 度，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形；如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形，解题的关键是熟练掌握相关定义．

3. 【答案】C

【解析】

【分析】根据抛物线的平移规律：上加下减，左加右减解答即可．

【详解】解：抛物线 $y=x^2$ 向右平移 3 个单位长度得到的抛物线是 $y=(x-3)^2$．

故选：C

【点睛】本题考查了二次函数图象的平移，理解平移规律是解题的关键．

4. 【答案】D

【解析】

【分析】

【详解】解：A、因为中奖机会是 1%，就是说中奖 概率是 1%，机会较小，但也有可能发生，故本选项错误；

B、买 1 张这种彩票中奖的概率是 1%，即买 1 张这种彩票会中奖的机会很小，故本选项错误；

C、买 100 张这种彩票不一定会中奖，故本选项错误；

D、当购买彩票的数量很大时，中奖的频率稳定在 1%，故本选项正确，

故选 D．

5. 【答案】C

【解析】

【分析】根据配方法可直接进行求解．

【详解】解：由方程 $x^2-4x=1$ 两边同时加上 4 可得 $(x-2)^2=5$；

故选 C．

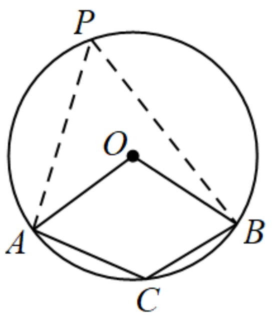
【点睛】本题主要考查一元二次方程的解法，熟练掌握配方法是解题的关键．

6. 【答案】C

【解析】

【分析】设点 P 是优弧 AB 上的一点，连接 AP，BP，根据圆周角定理，得出 $\angle APB=55°$，再根据圆内接四边形的对角互补，计算即可得出 $\angle ACB$ 的度数．

【详解】解：如图，设点 P 是优弧 AB 上的一点，连接 AP，BP，



$\because \angle AOB=110°$，

$\therefore \angle APB=\frac{1}{2}\angle AOB=55°$，

$\because \angle APB+\angle ACB=180°$，

$\therefore \angle ACB=180°-\angle APB=125°$．

故选：C

【点睛】本题考查了圆周角定理、圆内接四边形的性质，解本题的关键在熟练掌握相关的性质定理，并正确作出辅助线．圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半．

7. 【答案】C

【解析】

【分析】根据扇形面积公式$S_{扇形}=\dfrac{n\pi r^2}{360}$即可进行解答.

【详解】解：$S_{扇形}=\dfrac{120\pi\cdot 6^2}{360}=12\pi$，

故选：C.

【点睛】本题主要考查了求扇形的面积，解题的关键是掌握扇形的面积公式$S_{扇形}=\dfrac{n\pi r^2}{360}$.

8. 【答案】C

【解析】

【分析】连接CP，根据旋转的性质，得出$\angle A_1CB_1=90°$，$A_1B_1=3$，再根据直角三角形斜边的中线等于斜边的一半，得出$A_1P=B_1P=CP=1.5$，再根据三角形三边关系，得出$EC+CP>EP$，进而得出当点E、C、P三点共线时，EP最大，最大值为$CE+CP$，再根据中点的性质，得出$CE=0.5$，进而即可得出答案.

【详解】解：连接CP，

$\because$ $\triangle ABC$绕顶点C顺时针旋转得到$\triangle A_1B_1C$，$\angle ACB=90°$，$AC=1$，$AB=3$，

$\therefore$ $\angle A_1CB_1=90°$，$A_1B_1=3$，

$\because$ A_1B_1的中点P，

$\therefore$ $A_1P=B_1P=CP=1.5$，

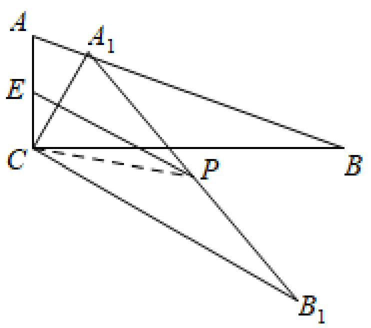
$\because$ $EC+CP>EP$，

$\therefore$当点E、C、P三点共线时，EP最大，最大值为$CE+CP$，

$\because$点E是AC的中点，$AC=1$，

$\therefore$ $CE=0.5$，

$\therefore$ EP最大值为$0.5+1.5=2$.



故选：C

【点睛】本题考查了旋转的性质、直角三角形斜边的中线等于斜边的一半、三角形的三边关系，解本题的关键在熟练掌握三角形的三边关系.

二、填空题（本题共16分，每小题2分）

9. 【答案】$(-3,1)$

【解析】

【分析】根据两点关于原点对称，则两点的横、纵坐标都是互为相反数解答.

【详解】解：点（3，-1）关于原点的对称点的坐标是（-3，1）.

故答案为：（-3，1）.

【点睛】本题考查了关于原点对称的点的坐标，两点关于原点对称，则两点的横、纵坐标都是互为相反数.

10. 【答案】y=-2（x+1）^{2}．答案不唯一

【解析】

【分析】先设出二次函数解析式方程，$y=a(x+h)^2+k(a\neq 0)$，再根据图像开口向下可知 a<0，可以得出结论.

【详解】设该二次函数的解析式为$y=a(x+h)^2+k(a\neq 0)$

∵抛物线的开口向下

∴a<0

又∵在 x 轴上

∴k=0

∴y=-2（x+1）^{2},答案不唯一，满足上述条件即可.

【点睛】本题主要考查了二次函数$y=a(x+h)^2+k(a\neq 0)$中，当 a<0，时开口向下，且顶点在 x 轴上时要满足的条件，熟练掌握函数性质是本题解题的关键.

11. 【答案】3

【解析】

【分析】根据题意可得点 P 和点 Q 关于抛物线的对称轴对称，求出函数的对称轴即可进行解答.

【详解】解：根据题意可得：抛物线的对称轴为直线：$x=-\frac{b}{2a}=-\frac{-3}{2}=\frac{3}{2}$，

∵$P(x_1,1)$，$Q(x_2,1)$，

∴$\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{3}{2}$，

∴$x_1+x_2=3$.

故答案为：3.

【点睛】此题考查了二次函数的性质，解题的关键是根据题意，找到 P、Q 两点关于对称轴对称求解.

12. 【答案】$11(1+x)^2=15.1$

【解析】

【分析】根据题意可得 4 月份的参观人数为$11(1+x)$人，则 5 月份的人数为$11(1+x)^2$，根据 5 月份的参观

人数增加到15.1万人，列一元二次方程即可.

【详解】解：根据题意设参观人数的月平均增长率为x，则可列方程为$11(1+x)^2=15.1$

故答案为：$11(1+x)^2=15.1$.

【点睛】本题考查了一元二次方程的应用，根据增长率问题列一元二次方程是解题的关键.

13. 【答案】30°##30度

【解析】

【分析】根据圆周角定理，得出$\angle ACB=90°$，再根据直角三角形两锐角互余，得出$\angle ABC=30°$，再根据在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，即可得出$\angle ADC$的度数.

【详解】解：$\because AB$为$\odot O$的直径，

$\therefore \angle ACB=90°$，

$\therefore \angle ABC=90°-\angle CAB=90°-60°=30°$，

$\therefore \angle ADC=\angle ABC=30°$.

故答案为：$30°$.

【点睛】本题考查了圆周角定理及其推论、直角三角形两锐角互余，解本题的关键在熟练掌握相关的性质定理.

14. 【答案】3

【解析】

【分析】根据切线长定理和切线的性质，得出$PA=PB$，$\angle PBO=90°$，再根据等腰三角形的判定定理，得出$\triangle PAB$为等腰三角形，再根据角之间的数量关系，得出$\angle PBA=60°$，再根据等边三角形的判定定理，得出$\triangle PAB$为等边三角形，再根据等边三角形的性质，得出$AB=PA$，进而即可得出答案.

【详解】解：$\because PA$，PB分别为$\odot O$的切线，

$\therefore PA=PB$，$\angle PBO=90°$，

$\therefore \triangle PAB$为等腰三角形，

$\because \angle OBA=30°$，

$\therefore \angle PBA=\angle PBO-\angle OBA=60°$，

$\therefore \triangle PAB$为等边三角形，

$\therefore AB=PA$，

$\because PA=3$，

$\therefore AB=3$.

故答案为：3

【点睛】本题考查了切线长定理、切线的性质、等腰三角形的判定定理、等边三角形的判定与性质，解本题的关键在熟练掌握相关的性质定理.

15. 【答案】0.5

【解析】

【分析】利用频率的计算公式进行计算即可.

【详解】解：由题意得，这名球员投篮的次数为 1550 次，投中的次数为 796，故这名球员投篮一次，投中的概率约为：$\frac{796}{1550}\approx 0.5$.

故答案为 0.5.

【点睛】本题考查利用频率估计概率，难度不大.

16. 【答案】　①. 4　②. $\left(\sqrt{7},0\right)$

【解析】

【分析】(1) 根据三角形外心的定义，可得出$\triangle ABP$的外接圆圆心在线段AB的垂直平分线上，即可求解；

(2) 点P在$\odot M$切点处时，$\angle APB$最大，而四边形$OPMD$是矩形，由勾股定理求解即可.

【详解】解：(1) $\because A(0,1)$，$B(0,7)$，

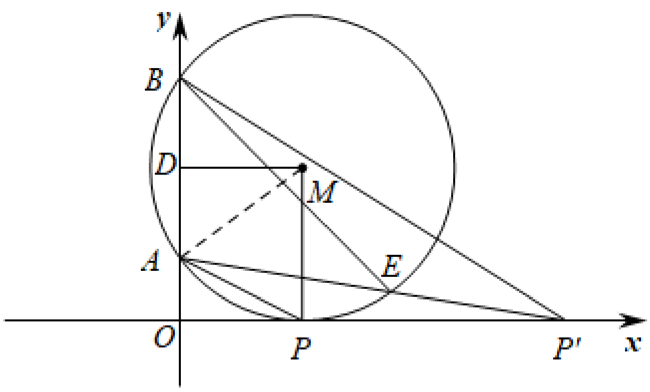
$\therefore$线段AB的垂直平分线为直线$y=\frac{1+7}{2}=4$，

$\because$点M在AB的垂直平分线上，

$\therefore$点M的纵坐标为 4，

(2) 过点$A(0,1)$，$B(0,7)$，作$\odot M$与x轴相切，则点P在切点处时，$\angle APB$最大，

理由：



如上图，若点P'是x轴正半轴上异于切点P的任意一点，

设AP'交$\odot M$于点E，连接AE，则$\angle AEB=\angle APB$，

$\because \angle AEB$是$\triangle AP'E$的外角，

$\therefore \angle AEB>\angle AP'B$，

$\therefore \angle APB>\angle AP'B$，即点$P$在切点处时，$\angle APB$最大，

$\because \odot M$经过点$A(0,1)$，$B(0,7)$，

$\therefore$点M在线段AB的垂直平分线上，即点M在直线$y=4$上，

$\because \odot M$与x轴相切于点P，$MP\perp x$轴，从而$MP=4$，即$\odot M$的半径为 4，

设 AB 的中点为 D，连接 MD、AM，如上图，则 $MD \perp AB$， $AD = BD = \frac{1}{2}AB = 3$，

$AM = MP = 4$，

$\because \angle POD = 90^\circ$， $MP \perp x$ 轴， $MD \perp AB$，

$\therefore$ 四边形 $OPMD$ 是矩形，从而 $OP = MD$，

由勾股定理，得

$MD = \sqrt{AM^2 - AD^2} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$，

$\therefore OP = MD = \sqrt{7}$，

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $\left(\sqrt{7},0\right)$，

故答案为：4， $\left(\sqrt{7},0\right)$．

【点睛】本题考查了切线的性质，圆周角定理，线段垂直平分线的性质，矩形的判定及勾股定理，正确作出图形是解题的关键．

三、解答题（本题共 68 分，17-22 题每题 5 分，23-26 题每题 6 分，27-28 题每题 7 分）

17. 【答案】（1）见解析 （2）90，直径所对的圆周角为直角

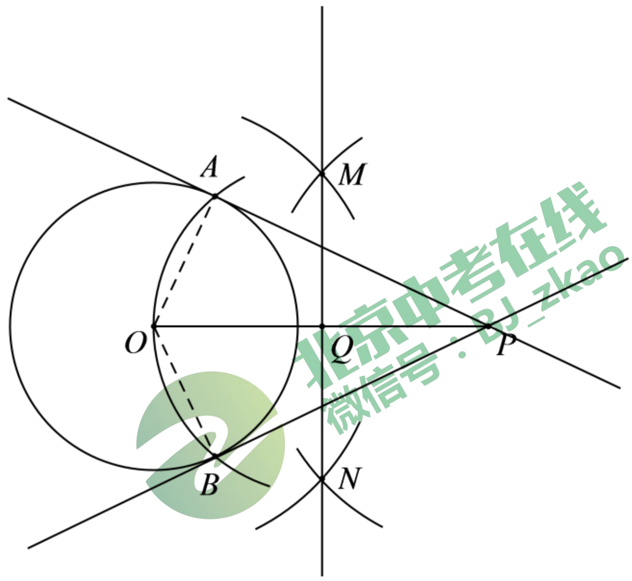
【解析】

【分析】（1）根据题意，画出图形即可；

（2）根据直径所对的圆周角为直角，得出 $\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$，再根据垂线的定义，得出 $PA \perp OA$，$PB \perp OB$，再根据切线的判定定理，即可得出结论．

【小问 1 详解】

解：补全图形如图：



【小问 2 详解】

证明：$\because OP$ 是 $\odot Q$ 的直径，

$\therefore \angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$（直径所对的圆周角为直角）．

$\therefore PA \perp OA$，$PB \perp OB$．

$\because OA$，OB 是$\odot O$ 的半径，

$\therefore PA$，PB 是$\odot O$ 的切线．

故答案为：90，直径所对的圆周角为直角

【点睛】本题考查了尺规作图，线段的垂直平分线的性质、圆周角定理、切线的判定定理，解本题的关键在理解题意，灵活运用所学知识解决问题．

18．【答案】5

【解析】

【分析】根据垂径定理可得 $OD \perp AB$，$AC=\frac{1}{2}AB$，根据勾股定理即可求解．

【详解】解：$\because AB$ 是$\odot O$ 的弦，C 为 AB 的中点，$AB=6$，

$\therefore OD \perp AB$，$AC=\frac{1}{2}AB=3$，

设$\odot O$ 的半径为 r，则 $AO=DO=r$，

$\because CD=1$，

$\therefore CO=DO-CD=r-1$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle AOC$ 中，根据勾股定理可得：$AC^2+CO^2=AO^2$，

即 $3^2+(r-1)^2=r^2$，解得：$r=5$．

$\therefore \odot O$ 的半径为 5．

【点睛】本题主要考查了垂径定理，解题的关键是掌握垂径定理相关内容，根据勾股定理列出方程求解．

19．【答案】$x_1=1+\frac{\sqrt{2}}{2}$，$x_2=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$

【解析】

【分析】方程整理后，利用配方法求出解即可．

【详解】解：方程整理得：$x^2-2x=-\frac{1}{2}$，

配方得：$x^2-2x+1=\frac{1}{2}$，即 $(x-1)^2=\frac{1}{2}$，

开方得：$x-1=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$，

解得：$x_1=1+\frac{\sqrt{2}}{2}$，$x_2=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$．

【点睛】此题考查了解一元二次方程－配方法，解题的关键是熟练掌握完全平方公式．

20．【答案】（1）$A(-3,0)$，$B(-1,0)$

（2）见解析　　（3）$-1 \le y \le 3$

【解析】

【分析】（1）根据二次函数图象与 x 轴交于点A， B，得出 $y=0$，即 $x^2+4x+3=0$，解出即可得出A，B 两点的坐标；

（2）列表、描点、连线，画出图象即可；

（3）根据（2）的图象，即可得出答案.

【小问 1 详解】

解：∵二次函数 $y=x^2+4x+3$ 的图象与 x 轴交于点A， B（点A在点 B 左边），

∴ $y=0$，即 $x^2+4x+3=0$，

解得： $x_1=-3$， $x_2=-1$，

∴ $A(-3,0)$， $B(-1,0)$；

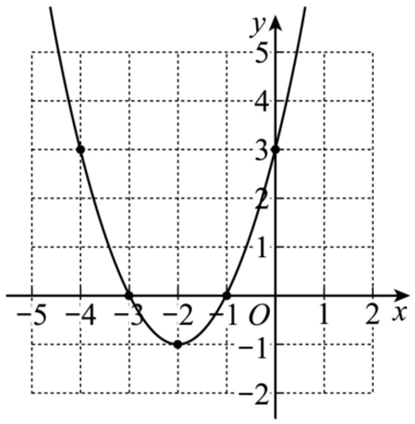
故答案为： $A(-3,0)$， $B(-1,0)$

【小问 2 详解】

解：列表：

x	…	-4	-3	-2	-1	0	…
y	…	3	0	-1	0	3	…

描点、连线，画出图象，如图所示：



【小问 3 详解】

解：观察图象，可得：当 $-3\le x\le 0$ 时， y 的取值范围为 $-1\le y\le 3$.

故答案为： $-1\le y\le 3$

【点睛】本题考查了二次函数与坐标轴的交点问题、解一元二次方程、用描点法画二次函数图象、二次函数的图象与性质，解本题的关键在正确画出二次函数的图象.

21. 【答案】（1）见解析　　（2） $\frac{\sqrt{5}}{2}\pi$

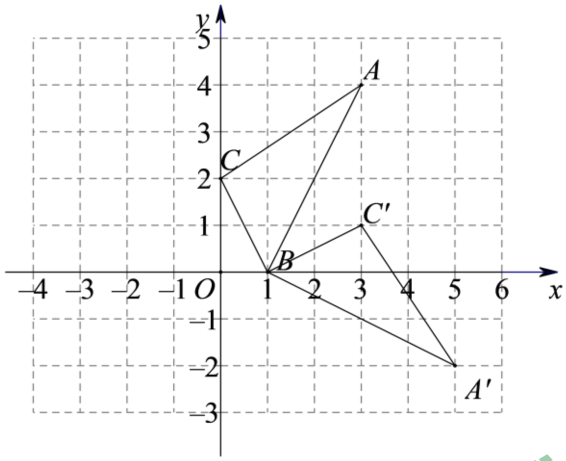
【解析】

【分析】（1）根据旋转的作图方法和作图步骤即可进行解答；

（2）点 C 经过的路径是以点 B 为圆心， BC 长为半径，旋转角为圆心角的弧长.

【小问 1 详解】

解：如图所示：



【小问 2 详解】

根据勾股定理得：$BC=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，

点 C 经过的路径长为：$\dfrac{n\pi r}{180}=\dfrac{90\pi\times\sqrt{5}}{180}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}\pi$．

【点睛】本题主要考查作图−旋转变换，解题的关键是掌握旋转变换的定义与性质．

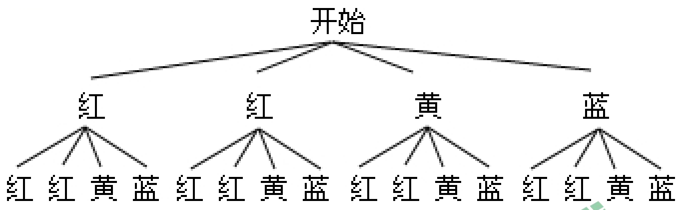
22．【答案】不公平

【解析】

【分析】游戏是否公平，关键要看游戏双方获胜的机会是否相等，即判断双方取胜的概率是否相等，或转化为在总情况明确的情况下，判断双方取胜所包含的情况数目是否相等．

【详解】解：此游戏不公平．

理由如下：列树状图如下，



由上述树状图知：所有可能出现的结果共有 16 种．

P（小明赢）$=\dfrac{6}{16}=\dfrac{3}{8}$，P（小亮赢）$=\dfrac{10}{16}=\dfrac{5}{8}$，故此游戏对双方不公平，小亮赢的可能性大．

23．【答案】(1) 证明见解析

（2）$m>1$

【解析】

【分析】(1) 根据一元二次函数的判别式，进行求解即可；

（2）首先根据十字相乘法解一元二次方程，得出 $x_1=m$，$x_2=m-1$，然后再根据题意：方程的两个实数根都是正数，得出不等式组，解出即可得出结果．

【小问 1 详解】

证明：在关于 x 的一元二次方程 $x^2+(1-2m)x+m^2-m=0$ 中，

$\because \Delta=b^2-4ac=(1-2m)^2-4(m^2-m)=1>0$，

$\therefore$方程总有两个不相等的实数根；

【小问 2 详解】

解：$x^2+(1-2m)x+m^2-m=0$

因式分解，可得：$(x-m)(x-m+1)=0$，

于是得：$x-m=0$ 或 $x-m+1=0$，

$\therefore x_1=m$，$x_2=m-1$，

$\because$方程的两个实数根都是正数，

$\therefore$可得：$\begin{cases} m>0 \\ m-1>0 \end{cases}$，

解得：$m>1$，

$\therefore m$ 的取值范围为：$m>1$．

【点睛】本题考查了一元二次方程的判别式、因式分解法解一元二次方程、解不等式组，熟练掌握一元二次方程的解法及根的判别式是解本题的关键．

24. 【答案】（1）2

（2）见解析　（3）6，18

【解析】

【分析】（1）令 $x=0$ 时，求得 y 值即可；

（2）按照描点，连线的基本步骤画函数图象即可；

（3）设直线为 $y=kx+b$，把 $x=0$，$y=2$ 和 $x=2$，$y=3$ 代入解析式，联立方程组，解出即可得出直线的解析式为 $y=\frac{1}{2}x+2$，然后再把 $x=8$ 代入 $y=\frac{1}{2}x+2$，求得 $y=6$，进而得出抛物线的顶点坐标，然后设出抛物线解析式为 $y=a(x-8)^2+3$，把 $(0,2)$ 代入解析式，确定 $a=-\frac{1}{16}$，得到抛物线解析式，再令 $y=0$，求得 x 的值即可．

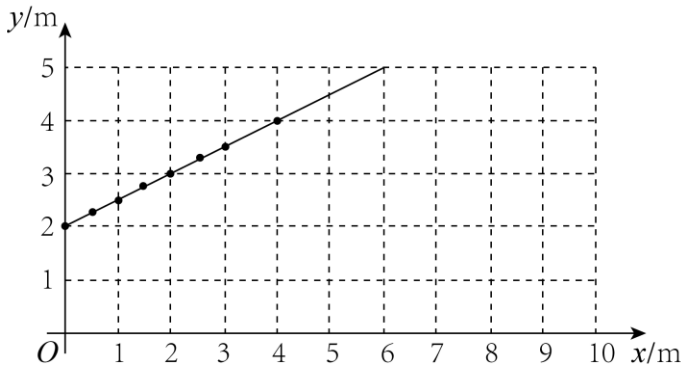
【小问 1 详解】

解：令 $x=0$ 时，得 $y=2$，

故答案为：2

【小问 2 详解】

解：根据题意，画图如下：



【小问 3 详解】

解：设直线为 $y=kx+b$，

把 $x=0$， $y=2$ 和 $x=2$， $y=3$ 代入，可得：$\begin{cases} b=2 \\ 2k+b=3 \end{cases}$，

解得 $\begin{cases} k=\dfrac{1}{2} \\ b=2 \end{cases}$，

∴直线的解析式为 $y=\dfrac{1}{2}x+2$，

当 $x=8$ 时，可得：$y=\dfrac{1}{2}\times 8+2=6(\mathrm{m})$，

∴水流的最高点到地面的距离为 $6\mathrm{m}$，

∴抛物线的顶点坐标为 $(8,6)$，

设抛物线解析式为 $y=a(x-8)^2+6$，

把 $(0,2)$ 代入解析式，可得：$64a+6=2$，

解得：$a=-\dfrac{1}{16}$，

∴ $y=-\dfrac{1}{16}(x-8)^2+6$，

令 $y=0$，可得：$-\dfrac{1}{16}(x-8)^2+6=0$，

解得：$x=8+4\sqrt{6}$ 或 $x=8-4\sqrt{6}$（舍去），

且 $x=8+4\sqrt{6}\approx 17.79\approx 18(\mathrm{m})$，

∴此时水流的射程约为 $18\mathrm{m}$.

故答案为：6，18

【点睛】本题考查了一次函数图象的画法、待定系数法求一次函数的解析式、求二次函数解析式、一元二次方程的解法、 二次函数的应用，熟练掌握待定系数法求二次函数的解析式是解本题的关键.

25. 【答案】（1）$30°$

（2）图形见解析，$2\sqrt{2}$

【解析】

【分析】（1）连接 OF，先求出 $\angle ABE=60^\circ$，从而得出 $\angle BEC=30^\circ$，再根据同弧所对的圆周角等于圆心角的一半得出 $\angle DOF=2\angle BEC=60^\circ$，最后根据切线的定义即可求解；

（2）连接 OE,OM，证明 $\triangle$EOB 为等边三角形，将 OM 的长度用半径表示出来，再证明 $\angle MOF=\angle DOF+\angle BOM=90^\circ$，根据勾股定理列出方程求解即可.

【小问 1 详解】

解：连接 OF，

$\because$ AB 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle AEB=90^\circ$，

$\because \angle A=30^\circ$，

$\therefore \angle ABE=90^\circ-30^\circ=60^\circ$，

$\because EF\perp AB$，

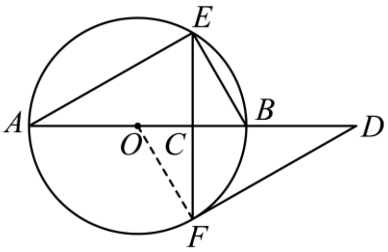
$\therefore \angle BEC=90^\circ-60^\circ=30^\circ$，

$\therefore \angle DOF=2\angle BEC=60^\circ$，

$\because DF$ 为 $\odot O$ 的切线，

$\therefore OF\perp DF$，

$\therefore \angle D=90^\circ-\angle DOF=90^\circ-60^\circ=30^\circ$.



【小问 2 详解】

如图，连接 OE,OM，

$\because OE=OB$，$\angle ABE=60^\circ$，

$\therefore \triangle$EOB 为等边三角形，

$\because$ 点 M 为 BE 中点，

$\therefore \angle BOM=30^\circ$，$OM\perp BE$，

$\therefore \angle MOF=\angle DOF+\angle BOM=60^\circ+30^\circ=90^\circ$，

设 $\odot O$ 半径为 r，

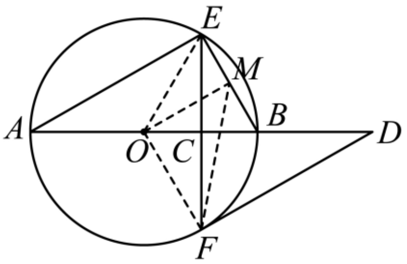
在 Rt$\triangle OBM$ 中，$OM=\sin 60^\circ OB=\dfrac{\sqrt{3}}{2}r$，

$\because MF=\sqrt{14}$，$OF=r$，

$\therefore$ Rt$\triangle OMF$ 中，根据勾股定理可得：$OM^2+OF^2=MF^2$，

即 $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}r\right)^2+r^2=\left(\sqrt{14}\right)^2$，解得：$r=2\sqrt{2}$，

$\therefore \odot O$ 半径为 $2\sqrt{2}$.



【点睛】本题主要考查了圆的综合应用，解题的关键是掌握圆周角定理，圆的切线的定义，直角三角形两个内角互余，勾股定理等相关知识.

26. 【答案】（1）$\boldsymbol{b=-a}$

（2）$y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x+3$

（3）$x_2<-1$ 或 $x_2>2$

【解析】

【分析】（1）把 $(1,3)$ 代入 $y=ax^2+bx+3$ 可得关于 a 和 b 的等式，再进行整理即可；

（2）把 $(1,3)$，$(-2,0)$ 代入 $y=ax^2+bx+3$，求出 a 和 b 的值即可；

（3）先求出函数的对称轴，再根据函数的开口方向和增减性即可进行解答.

【小问 1 详解】

解：把 $(1,3)$ 代入 $y=ax^2+bx+3$ 得：

$3=a+b+3$，

整理得：$\boldsymbol{b=-a}$.

【小问 2 详解】

把 $(1,3)$，$(-2,0)$ 代入 $y=ax^2+bx+3$ 可得：

$\begin{cases}3=a+b+3\\0=4a-2b+3\end{cases}$，解得：$\begin{cases}a=-\frac{1}{2}\\b=\frac{1}{2}\end{cases}$，

$\therefore$ 该二次函数的解析式为：$y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x+3$.

【小问 3 详解】

由（1）可知，$\boldsymbol{b=-a}$

$\therefore$ 该函数的对称轴为直线 $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{-a}{2a}=\frac{1}{2}$，

$\because a<0$，

$\therefore$函数开口向下，

$\therefore$在对称轴左边，y 随 x 增大而增大；在对称轴右边，y 随 x 增大而减小；当 $x=\dfrac{1}{2}$ 时，函数取得最大值；

$\because x_1=-1$，$y_1>y_2$，

$\therefore$点 P 在对称轴左侧，

①当点 P 和点 Q 在对称轴同侧时：$x_2<x_1$，即 $x_2<-1$，

②当点 P 和点 Q 在对称轴两侧时：

$\because x_1=-1$，

$\therefore$带你 P 到对称轴的距离 $=\dfrac{1}{2}-(-1)=\dfrac{3}{2}$，

$\therefore$点 P 关于直线 $x=\dfrac{1}{2}$ 的对称点的横坐标为：$\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}=2$

$\therefore x_2>2$.

综上：$x_2<-1$ 或 $x_2>2$.

【点睛】本题考查二次函数图象上点的坐标特征，待定系数法求二次函数解析式，二次函数的性质，熟练掌握二次函数的图象和性质是解题的关键.

27. 【答案】（1）$CP'=BP$，证明见解析

（2）①$\angle P'CP=45°$，② $AP=\sqrt{2}PM$，证明见解析

【解析】

【分析】（1）通过证明$\triangle ABP\cong\triangle ACP'$，即可得出结论；

（2）①根据三角形的内角和得出 $\angle PBC+\angle PCB=45°$，$\angle ABC+\angle ACB=90°$，即可得出 $\angle ABP+\angle ACP=45°$，再根据$\triangle ABP\cong\triangle ACP'$，即可得出结论；②延长 PM 至点 Q，使 $PM=MQ$，连接 CQ，先证明$\triangle BPM\cong\triangle CQM$，得出 $BP=CQ$，$\angle PBC=\angle MCQ$，再证明$\triangle PCQ\cong\triangle PCP'$，得出 $PQ=PP'$，再根据等腰直角三角形边之间的关系，即可进行解答.

【小问 1 详解】

解：$CP'=BP$，证明过程如下：

$\because AP$ 绕点 A 逆时针旋转$90°$得到 AP'，

$\therefore AP=AP'$，$\angle PAP'=90°$，

$\because \angle BAC=90°$，

$\therefore \angle BAC-\angle PAC=\angle PAP'-\angle PAC$，即 $\angle BAP=\angle CAP'$，

在$\triangle ABP$ 和$\triangle ACP'$ 中，

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAP = \angle CAP' \\ AP = AP' \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABP \cong \triangle ACP'(\text{SAS})$,

$\therefore CP' = BP$.

【小问 2 详解】

①在$\triangle BPC$中$\because \angle BPC = 135°$,

$\therefore \angle PBC + \angle PCB = 180° - 135° = 45°$,

在$\triangle ABC$中$\because \angle BAC = 90°$,

$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180° - 90° = 90°$,

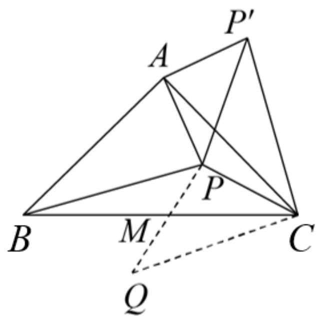
$\therefore \angle ABP + \angle ACP = (\angle ABC + \angle ACB) - (\angle PBC + \angle PCB) = 90° - 45° = 45°$,

$\because \triangle ABP \cong \triangle ACP'$,

$\therefore \angle ABP = \angle ACP'$,

$\therefore \angle ACP' + \angle ACP = \angle ABP + \angle ACP = 45°$，即$\angle P'CP = 45°$.

②连接PM，延长PM至点Q，使$PM = MQ$，连接CQ,



$\because$点M为BC中点,

$\therefore BM = CM$,

在$\triangle BPM$和$\triangle CQM$中,

$$\begin{cases} BM = CM \\ \angle BMP = \angle CMQ \\ PM = QM \end{cases},$$

$\therefore \triangle BPM \cong \triangle CQM(\text{SAS})$,

$\therefore BP = CQ$，$\angle PBC = \angle MCQ$,

由（1）可得$\triangle ABP \cong \triangle ACP'$，$\angle PBC + \angle PCB = 45°$,

$\therefore BP = CP'$，$\angle PCQ = \angle MCQ + \angle PCB = 45°$,

$\therefore CQ = CP'$，$\angle PCQ = \angle PCP' = 45°$,

在$\triangle PCQ$和$\triangle PCQ'$中,

$$\begin{cases} PC = PC \\ \angle PCQ = \angle PCP' = 45^\circ, \\ CQ = CP' \end{cases}$$

$\therefore \triangle PCQ \cong \triangle PCP'(\text{SAS})$，

$\therefore PQ = PP'$，

$\because AP = AP'$，$\angle PAP' = 90^\circ$，

$\therefore PP' = \sqrt{2}AP$，

$\because PM = MQ$，

$\therefore PQ = 2PM$，

$\therefore \sqrt{2}AP = 2PM$，整理得：$AP = \sqrt{2}PM$．

【点睛】本题主要考查了旋转的综合应用，解题的关键是熟练掌握三角形全等的判定方法和性质，三角形的内角和，等腰直角三角形的性质．

28. 【答案】（1）$B\left(2\sqrt{2},0\right)$

（2）①60；②$E\left(2\sqrt{3},2\right)$；③$\sqrt{3} \le x_F \le 2\sqrt{3}$

【解析】

【分析】（1）由题意线段 MN 关于点 O 的关联点的是以线段 MN 的中点为圆心，$\sqrt{2}$ 为半径的圆上，再结合点 B 的坐标，即可得出答案；

（2）①作 $NH \perp x$ 轴于 H，根据锐角三角函数，得出 $\angle NOH = 30^\circ$，再根据角之间的数量关系，得出 $\angle MON = 120^\circ$，再根据题意，得出 $\angle MDN + \angle MON = 180^\circ$，然后计算即可得出答案；

②作 $EK \perp x$ 轴于 K，根据锐角三角函数，得出 $\angle EOK = 30^\circ$，进而得出 $\angle MOE = 60^\circ$，再根据 $\angle MON + \angle MEN = 180^\circ$，推出 M、O、N、E 四点共圆，然后再作 $\triangle MNE$ 的外接圆 $\odot O'$，再根据圆周角定理，得出 $\angle OME = 90^\circ$，进而得出点 E 的纵坐标和点 M 的纵坐标相同，即 $m = 2$，由此即可得出点 E 的坐标；

③由②可知，$E\left(2\sqrt{3},2\right)$，进而得出点 E 在直线 $y = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}x + 4$ 上，设直线交 $\odot O'$ 于 E、F，结合图象，可得点 F 的横坐标等于 $\sqrt{3}$，观察图形即可得出满足条件的点 F 的横坐标 x_F 的取值范围．

【小问 1 详解】

解：$\because$ 由题意线段 MN 关于点 O 的关联点的是以线段 MN 的中点为圆心，$\sqrt{2}$ 为半径的圆上，

$\therefore \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$，

又 $\because B\left(2\sqrt{2},0\right)$，

$\therefore$ 线段 MN 关于点 O 的关联点的是 $B\left(2\sqrt{2},0\right)$；

故答案为：$B\left(2\sqrt{2},0\right)$

【小问 2 详解】

解：①如图 3-1 中，作 $NH\perp x$ 轴于 H．

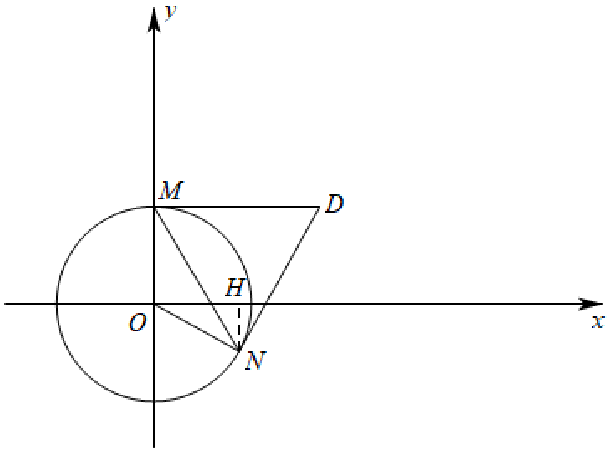


图3-1

$\because N\left(\sqrt{3},-1\right)$，

$\therefore \tan\angle NOH=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore \angle NOH=30^\circ$，

$\therefore \angle MON=90^\circ+30^\circ=120^\circ$，

$\because$点 D 是线段 MN 关于点 O 的关联点，

$\therefore \angle MDN+\angle MON=180^\circ$，

$\therefore \angle MDN=60^\circ$；

故答案 ：60

②如图 3-2 中，作 $EK\perp x$ 轴于 K．

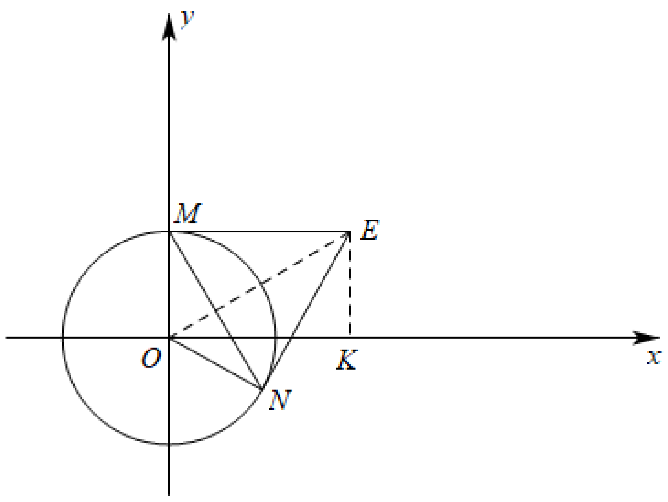


图3-2

$\because E\left(\sqrt{3}m, m\right)$，

$\therefore \tan\angle EOK=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore \angle EOK=30^{\circ}$，

$\therefore \angle MOE=60^{\circ}$，

$\because \angle MON+\angle MEN=180^{\circ}$，

$\therefore M$、O、N、E 四点共圆，

如图 3-3，作 $\triangle MNE$ 的外接圆 $\odot O'$，

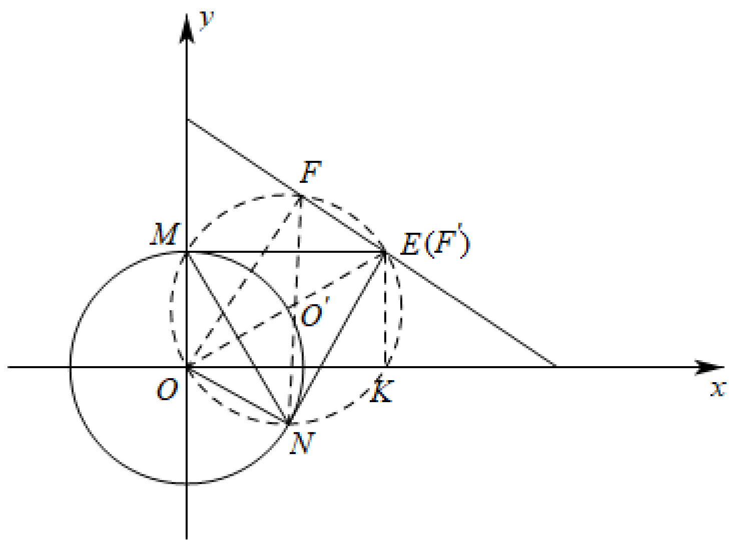


图3-3

$\because OE$ 是 $\odot O'$ 的直径，

$\therefore \angle OME=90^{\circ}$，

$\therefore EM\perp y$ 轴，

∴点 E 的纵坐标和点 M 的纵坐标相同，

又∵ $M(0,2)$，

∴ $m=2$，

∴ $E(2\sqrt{3},2)$，

③如图 3-3，

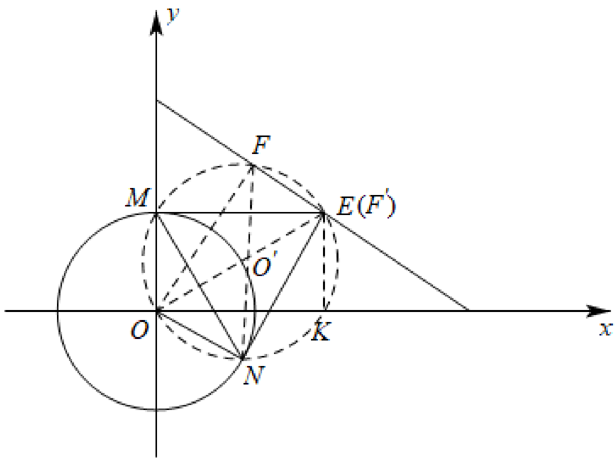


图3-3

由②可知，$E(2\sqrt{3},2)$，

∴点 E 在直线 $y=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+4$ 上，

设直线交⊙O' 于 E、F，

∵点 O' 是 OE 的中点，

∵ $E(2\sqrt{3},2)$，

∴点 F 的横坐标等于 $\sqrt{3}$，

观察图象，可知满足条件的点 F 的横坐标 x_F 的取值范围 $\sqrt{3}\le x_F\le 2\sqrt{3}$.

故答案为：$\sqrt{3}\le x_F\le 2\sqrt{3}$

【点睛】本题考查了坐标与图形、锐角三角函数、圆周角定理、一次函数的图象与性质、直线与圆的位置关系，解本题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题，属于中考压轴题．