

# 北京市东城区 2018—2019 学年第二学期统一练习（一）



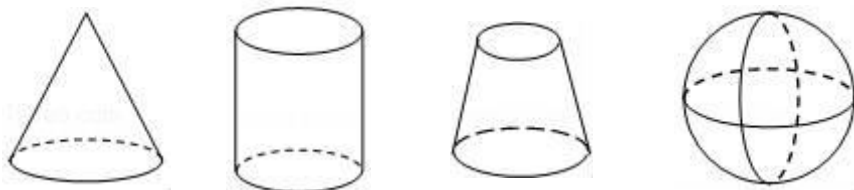
## 初三数学

2019.5

### 一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个

1. 下列立体图形中，主视图是圆的为

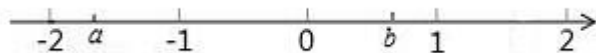


- A.                  B.                  C.                  D.

2. 2019 年中国北京世界园艺博览会于 4 月 29 日在北京延庆举行，会期共 162 天。预计参观人数将不少于 16000000 人次。将 16000000 用科学计数法表示应为

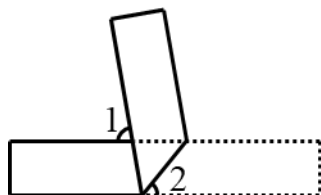
- A.  $16 \times 10^6$                   B.  $1.6 \times 10^7$                   C.  $0.16 \times 10^8$                   D.  $1.6 \times 10^8$

3. 已知实数  $a, b$  在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是



- A.  $a > b$                   B.  $|a| < |b|$                   C.  $ab > 0$                   D.  $-a > b$

4. 如图，将一张矩形纸片折叠，若  $\angle 1 = 80^\circ$ ，则  $\angle 2$  的度数是



- A.  $50^\circ$                   B.  $60^\circ$                   C.  $70^\circ$                   D.  $80^\circ$

5. 若一个多边形的每个内角均为  $120^\circ$ ，则该多边形是

- A. 四边形                  B. 五边形                  C. 六边形                  D. 七边形

6. 如果  $a^2 + 3a - 2 = 0$ ，那么代数式  $(\frac{3}{a^2 - 9} + \frac{1}{a + 3}) \cdot \frac{a - 3}{a^2}$  的值为

- A. 1                  B.  $\frac{1}{2}$                   C.  $\frac{1}{3}$                   D.  $\frac{1}{4}$

7. 弹簧原长(不挂重物)15cm，弹簧总长  $L(\text{cm})$  与重物质量  $x(\text{kg})$  的关系如下表所示：

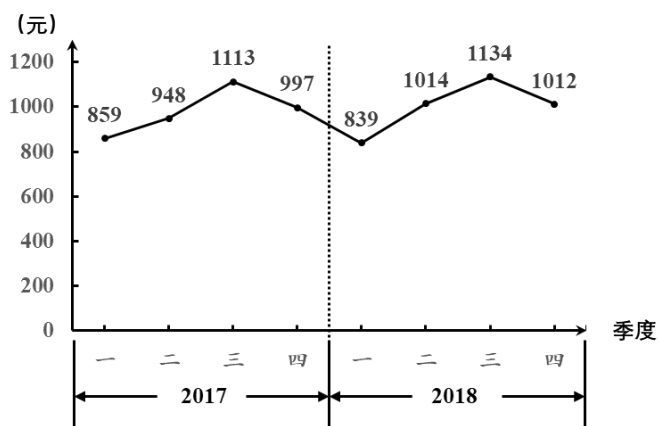
弹簧总长 $L(\text{cm})$	16	17	18	19	20
重物质量 $x(\text{kg})$	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5

当重物质量为 5kg（在弹性限度内）时，弹簧的总长  $L(\text{cm})$  是

- A. 22.5                  B. 25                  C. 27.5                  D. 30

8. 改革开放 40 年以来，城乡居民生活水平持续快速提升。居民教育、文化和娱乐消费支出持续增长，已经成为居民各项消费支出中仅次于居住、食品烟酒、交通通信后的第四大消费支出。下图为北京市统计局发布的 2017 年和 2018 年我市居民人均教育、文化和娱乐消费支出的折线图。

教育、文化和娱乐消费支出折线图



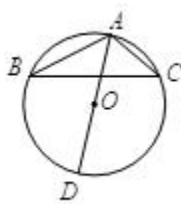
说明：在统计学中，同比是指本期统计数据与上一年同期统计数据相比较，例如 2018 年第二季度与 2017 年第二季度相比较；环比是指本期统计数据与上期统计数据相比较，例如 2018 年第二季度与 2018 年第一季度相比较。

根据上述信息，下列结论中错误的是

- A. 2017 年第二季度环比有所提高
- B. 2017 年第三季度环比有所提高
- C. 2018 年第一季度同比有所提高
- D. 2018 年第四季度同比有所提高

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

- 9. 若  $\sqrt{x-2}$  在实数范围内有意义，则实数  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_。
- 10. 有一个质地均匀的正方体，六个面上分别标有 1~6 这六个整数，投掷这个正方体一次，则出现向上一面的数字是偶数的概率为\_\_\_\_\_。
- 11. 能说明命题“若  $a > b$ ，则  $ac > bc$ ”是假命题的一个  $c$  值是\_\_\_\_\_。
- 12. 如图， $AD$  为  $\triangle ABC$  的外接圆  $\odot O$  的直径，若  $\angle BAD = 50^\circ$ ，则  $\angle ACB =$ \_\_\_\_\_°。

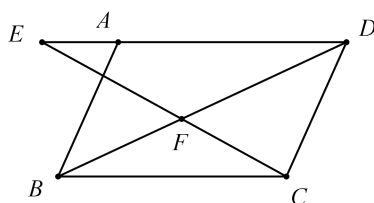


13. 《九章算术》中记载：“今有大器五、小器一容三斛；大器一、小器五容二斛。问大小器各容几何？”其大意是：今有大容器 5 个，小容器 1 个，总容量为 3 斛；大容器 1 个，小容器 5 个，总容量为 2 斛。问大容器、小容器的容量各是多少？设大容器容量为  $x$  斛，小容器容量为  $y$  斛，根据题意，可列方程组为\_\_\_\_\_。（斛：古量器名，容量单位）





14. 已知：在  $\square ABCD$  中，点  $E$  在  $DA$  的延长线上， $AE = \frac{1}{3}AD$ ，连接  $CE$  交  $BD$  于点  $F$ ，则  $\frac{EF}{FC}$  的值是 \_\_\_\_\_.

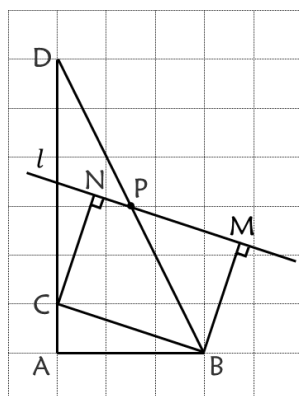


15. 为方便市民出行，2019年北京地铁推出了电子定期票。电子定期票在使用有效期内，支持单人不限次数乘坐北京轨道交通全路网（不含机场线）所有线路。电子定期票包括一日票、二日票、三日票、五日票及七日票共五个种类，价格如下表：

种类	一日票	二日票	三日票	五日票	七日票
单价（元/张）	20	30	40	70	90

某人需要连续 6 天不限次数乘坐地铁，若决定购买电子定期票，则总费用最低为 \_\_\_\_\_ 元。

16. 如图，方格纸中每个小正方形的边长都是 1， $A, B, C, D$  均落在格点上。



- (1)  $S_{\triangle BDC} : S_{\triangle BAC} =$  \_\_\_\_\_;
- (2) 点  $P$  为  $BD$  的中点，过点  $P$  作直线  $l \parallel BC$ ，分别过点  $B$  作  $BM \perp l$  于点  $M$ ，过点  $C$  作  $CN \perp l$  于点  $N$ ，则矩形  $BCNM$  的面积为 \_\_\_\_\_.

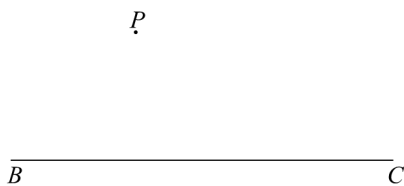
三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27-28 题，每小题 7



分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

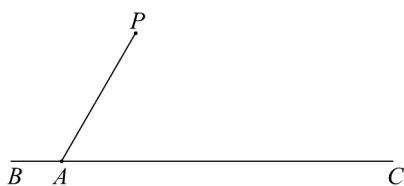
17. 下面是小明设计的“过直线外一点作这条直线的平行线”的尺规作图过程。

已知：如图，直线  $BC$  及直线  $BC$  外一点  $P$ 。



求作：直线  $PE$ ，使得  $PE \parallel BC$ 。

作法：如图，



- ①在直线  $BC$  上取一点  $A$ ，连接  $PA$ ；
- ②作  $\angle PAC$  的平分线  $AD$ ；
- ③以点  $P$  为圆心， $PA$  长为半径画弧，交射线  $AD$  于点  $E$ ；
- ④作直线  $PE$ 。

所以直线  $PE$  就是所求作的直线。

根据小明设计的尺规作图过程，

- (1) 使用直尺和圆规，补全图形；（保留作图痕迹）
- (2) 完成下面的证明。

证明：  $\because AD$  平分  $\angle PAC$ ,

$$\therefore \angle PAD = \angle CAD.$$

$$\because PA = PE,$$

$$\therefore \angle PAD = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$\therefore \angle PEA = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$\therefore PE \parallel BC. \quad (\underline{\hspace{4cm}}) \quad (\text{填推理的依据})$$

18. 计算：  $\sqrt{12} - 2 \sin 60^\circ + |-2| - 2019^0$

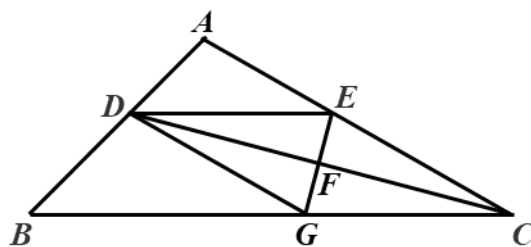
19. 解不等式组： 
$$\begin{cases} x+2(1-2x) \geq -4 \\ \frac{1+3x}{2} > x \end{cases}$$

20. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 3x + a - 2 = 0$  有实数根。

(1) 求  $a$  的取值范围；

(2) 当  $a$  为符合条件的最大整数时, 求此时方程的解.

21. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $CD$  平分  $\angle ACB$ ,  $CD$  的垂直平分线分别交  $AC$ ,  $DC$ ,  $BC$  于点  $E$ ,  $F$ ,  $G$ , 连接  $DE$ ,  $DG$ .



(1) 求证: 四边形  $DGCE$  是菱形;

(2) 若  $\angle ACB=30^\circ$ ,  $\angle B=45^\circ$ ,  $ED=6$ , 求  $BG$  的长.

22. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $y=kx(k \neq 0)$  与双曲线  $y=\frac{8}{x}(x>0)$  交于点  $A(2, n)$

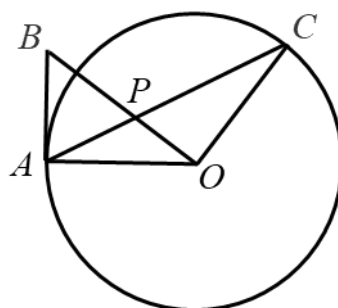
(1) 求  $n$  及  $k$  的值;

(2) 点  $B$  是  $y$  轴正半轴上一点, 且  $\triangle OAB$  是等腰三角形, 请直接写出所有符合条件的点  $B$  坐标.

23. 如图,  $AB$  与  $\odot O$  相切于点  $A$ ,  $P$  为  $OB$  上一点, 且  $BP=BA$ , 连接  $AP$  并延长交  $\odot O$  于点  $C$ , 连接  $OC$ .

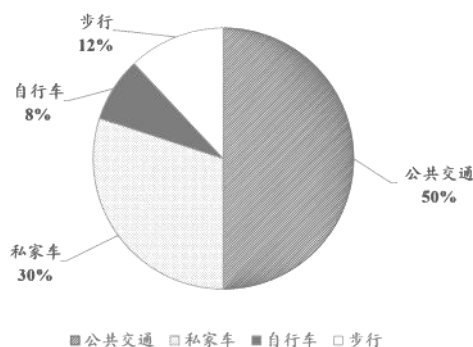
(1) 求证:  $OC \perp OB$ ;

(2) 若  $\odot O$  的半径为 4,  $AB=3$ , 求  $AP$  的长.



24. 某年级共有 400 名学生. 为了解该年级学生上学的交通方式, 从中随机抽取 100 名学生进行问卷调查, 并对调查数据进行整理、描述和分析. 下面给出了部分信息.

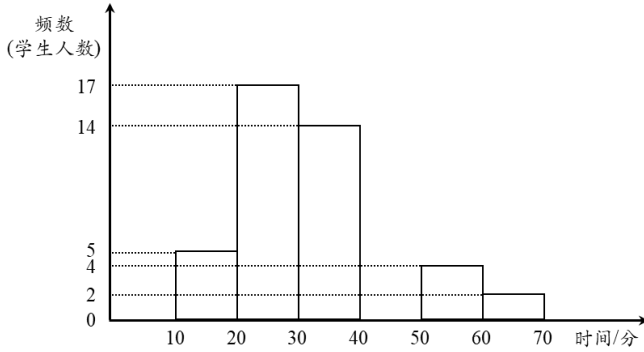
a. 不同交通方式学生人数分布统计图如下:



b. 采用公共交通方式单程所花费时间 (分钟) 的频数分布直方图如下 (数据分成 6 组:



$10 \leq x < 20$ ,  $20 \leq x < 30$ ,  $30 \leq x < 40$ ,  $40 \leq x < 50$ ,  $50 \leq x < 60$ ,  $60 \leq x \leq 70$ ) :



C. 采用公共交通方式单程所花费时间在  $30 \leq x < 40$  这一组的是:

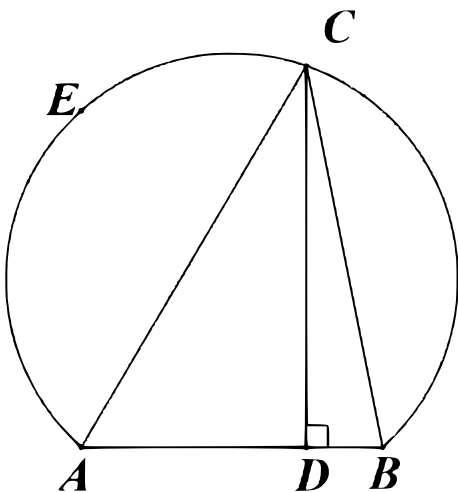
30 30 31 31 32 33 33 34 35 35 36 37 38 39

根据以上信息，完成下列问题：

- (1) 补全频数分布直方图；
- (2) 采用公共交通方式单程所花费时间的中位数为\_\_\_\_\_分；
- (3) 请你估计全年级乘坐公共交通上学有\_\_\_\_\_人，其中单程不少于 60 分钟的有\_\_\_\_\_人。

25. 如图，点  $E$  在弦  $AB$  所对的优弧上，且  $BE$  为半圆， $C$  是  $BE$  上一动点，连接  $CA$ ,  $CB$ ，已知  $AB=4\text{cm}$ ，

设  $B, C$  两点间的距离为  $x$  cm，点  $C$  到弦  $AB$  所在直线的距离为  $y_1$  cm， $A, C$  两点间的距离为  $y_2$  cm.



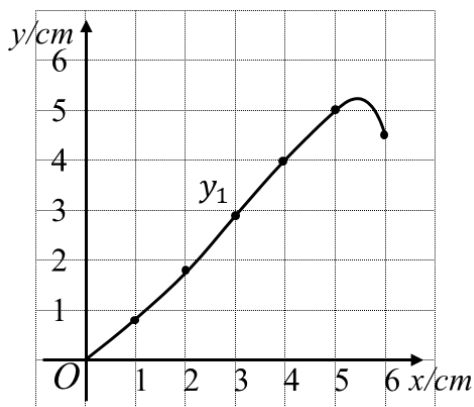
小明根据学习函数的经验，分别对函数  $y_1, y_2$ ，随自变量  $x$  的变化而变化的规律进行了探究.

下面是小明的探究过程，请补充完整：

(1) 按照下表中自变量  $x$  的值进行取点、画图、测量，分别得到了  $y_1, y_2$  与  $x$  的几组对应值；

$x/\text{cm}$	0	1	2	3	4	5	6
$y_1/\text{cm}$	0	0.78	1.76	2.85	3.98	4.95	4.47
$y_2/\text{cm}$	4	4.69	5.26		5.96	5.94	4.47

(2) 在同一平面直角坐标系  $xOy$  中，描出补全后的表中各组数值所对应的点  $(x, y_1)$ ,  $(x, y_2)$  并画出函数  $y_1, y_2$  的图象；



(3) 结合函数图象，解决问题：

① 连结  $BE$ ，则  $BE$  的长约为 \_\_\_\_\_ cm.

② 当以  $A, B, C$  为顶点组成的三角形是直角三角形时， $BC$  的长度约为 \_\_\_\_\_ cm.

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，抛物线  $y = mx^2 - 6mx + 9m + 1 (m \neq 0)$ .

(1) 求抛物线的顶点坐标；

(2) 若抛物线与  $x$  轴的两个交点分别为  $A$  和  $B$  (点  $A$  在点  $B$  的左侧)，且  $AB=4$ ，求  $m$  的值；

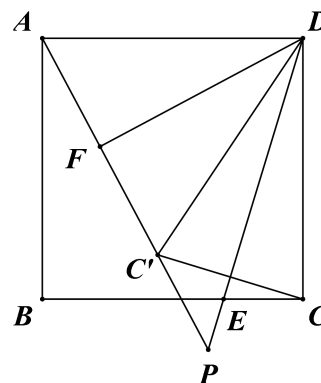
(3) 已知四个点  $C(2,2)$ ， $D(2,0)$ ， $E(5,-2)$ ， $F(5,6)$ ，若抛物线与线段  $CD$  和线段  $EF$  都没有公共点，请直接写出  $m$  的取值范围.

27. 如图，在正方形  $ABCD$  中， $E$  是边  $BC$  上一动点 (不与点  $B, C$  重合)，连接  $DE$ ，点  $C$  关于直线  $DE$  的对称点为  $C'$ ，连接  $AC'$  并延长交直线  $DE$  于点  $P$ ， $F$  是  $AC'$  中点，连接  $DF$ .

(1) 求  $\angle FDP$  的度数；

(2) 连接  $BP$ ，请用等式表示  $AP, BP, DP$  三条线段之间的数量关系，并证明.

(3) 连接  $AC$ ，若正方形的边长为  $\sqrt{2}$ ，请直接写出  $\triangle ACC'$  的面积最大值.



28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 对于  $P, Q$  两点给出如下定义: 若点  $P$  到  $x, y$  轴的距离中的最大值等于点  $Q$  到  $x, y$  轴的距离中的最大值, 则称  $P, Q$  两点为“等距点”. 下图中的  $P, Q$  两点即为“等距点”.

(1) 已知点  $A$  的坐标为  $(-3, 1)$ ,

① 在点  $E(0, 3), F(3, -3), G(2, -5)$  中, 为点  $A$  的“等距点”的是\_\_\_\_\_;

② 若点  $B$  在直线  $y=x+6$  上, 且  $A, B$  两点为“等距点”, 则点  $B$  的坐标为\_\_\_\_\_;

(2) 直线  $l: y=kx-3(k>0)$  与  $x$  轴交于点  $C$ , 与  $y$  轴交于点  $D$ ,

① 若  $T_1(-1, t_1), T_2(4, t_2)$ , 是直线  $l$  上的两点, 且  $T_1$  与  $T_2$  为“等距点”, 求  $k$  的值;

② 当  $k=1$  时, 半径为  $r$  的  $\odot O$  上存在一点  $M$ , 线段  $CD$  上存在一点  $N$ , 使得  $M, N$  两点为“等距点”, 直接写出  $r$  的取值范围.

