



燕山地区 2021 届初三年级二模考试

数学试卷

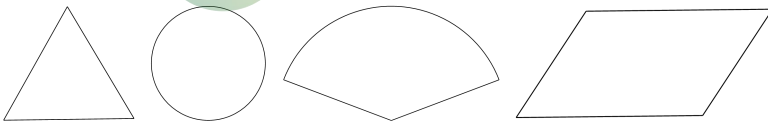
2021 年 5 月

考 生 须 知	<ol style="list-style-type: none">1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。2. 在试卷和答题纸上准确填写学校名称、班级、姓名和考号。3. 试题答案一律填涂或书写在答题纸上，在试卷上作答无效。4. 在答题纸上，选择题、画图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。5. 考试结束，请将本试卷和答题纸一并交回。
------------------	---

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1—8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 下列图形中，既是中心对称图形又是轴对称图形的是



A

B

C

D

2. 大兴国际机场，成为北京建设国际化大都市的重要标志。全球唯一一座“双进双出”的航站楼，世界施工技术难度最高的航站楼，走进航站楼内部，室内色调主要以白色为主，为了让阳光洒满整个机场，航站楼一共使用了 12800 块玻璃，白天室内几乎不需要照明灯光。将 12800 用科学记数法表示为

A. 1.28×10^2

B. 1.28×10^3

C. 1.28×10^4

D. 1.28×10^5

3. 下列运算正确的是

A. $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

B. $2a+3b=5ab$

C. $2(2a-b)=4a-b$

D. $(a+b)^2=a^2+b^2$

4. 下列几何体中，是圆柱的为



A

B

C

D

5. 四边形内角和为

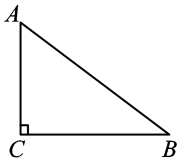
(A) 180°

(B) 360°

(C) 540°

(D) 720°

6. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ, AC=3, BC=4$, 则 $\sin A$ 的值为



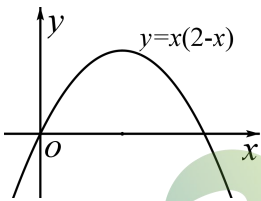
- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$



7. 若 $a+b-1=0$, 则代数式 $(\frac{a^2}{b^2}-1) \cdot \frac{3b^2}{a-b}$ 的值为

- A. 3 B. -1 C. 1 D. -3

8. 如图, 小聪要在抛物线 $y=x(2-x)$ 上找一点 $M(a, b)$, 针对 b 的不同取值, 所找点 M 的个数, 三个同学的说法如下,



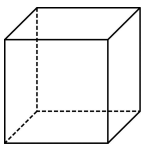
- 小明: 若 $b=-3$, 则点 M 的个数为 0;
 小云: 若 $b=1$, 则点 M 的个数为 1;
 小朵: 若 $b=3$, 则点 M 的个数为 2.

下列判断正确的是

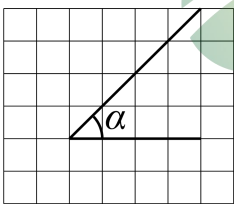
- A. 小云错, 小朵对 B. 小明, 小云都错 C. 小云对, 小朵错 D. 小明错, 小朵对

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 如图, 该正方体的主视图是_____形.



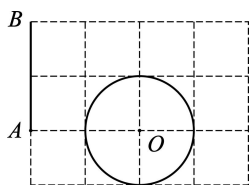
10. 如图所示的正方形网格中有 $\angle \alpha$, 则 $\tan \alpha$ 的值为_____.



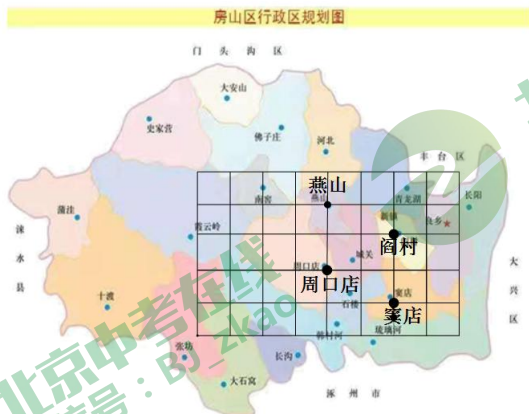
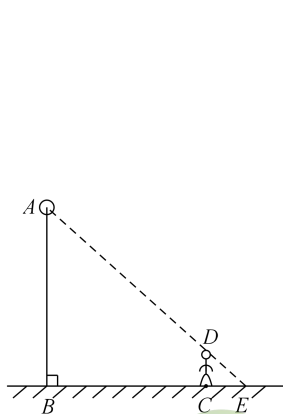
11. 请你写出一个函数, 使得当自变量 $x>0$ 时, 函数 y 随 x 的增大而增大, 这个函数的解析式可以是_____.

12. 用四个不等式① $a>b$, ② $a+b>2b$, ③ $a>0$, ④ $a^2>ab$ 中的两个不等式作为题设, 余下的两个不等式中选择一个作为结论, 组成一个真命题: _____.

13. 如图所示的网格是正方形网格, 线段 AB 绕点 A 顺时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$) 后与 $\odot O$ 相切, 则 α 的值为 _____.



14. 如图, 小亮从一盏 9 米高的路灯下 B 处向前走了 8 米到达点 C 处时, 发现自己在地面上的影子 CE 是 2 米, 则小亮的身高 DC 为 _____ 米.



15. 如图是房山区行政规划图. 如果周口店的坐标是 $(-2, 1)$, 阎村的坐标是 $(0, 2)$, 那么燕山的坐标是 _____, 窦店坐标是 _____. 在就地过年倡议下, 更多游客缩小出游半径, 本地游、近郊游、周边游取代异地长线游, 成为今年出行新趋势. 某地区对近郊游的住宿环境、餐饮、服务等方面对所住游客进行了综合满意度调查, 在甲, 乙两个景点都去过的游客中随机抽取了

100 人, 每人分别对这两个景点进行了评分, 统计如下: 若小聪往后移两个格子, 若小聪要在甲, 乙两个景点中选择一个景点, 根据表格中数据, 你建议她去 _____ 景点(填甲或乙), 理由是 _____.

满意度评分 景点	非常满意 (20分)	较满意 (15分)	一般 (10分)	不太满意 (5分)	非常不满意 (0分)	合计
甲	28	40	10	10	12	100
乙	25	20	45	6	4	100

三、解答题 (本题共 68 分, 第 17—21 题, 每小题 5 分, 第 22 题, 7 分, 第 23 题, 5 分, 第 24 题, 6 分, 第 25 题, 5 分, 第 26 题, 6 分 第 27, 28 题, 每小题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $2 \sin 60^\circ + |-2\sqrt{3}| - (\sqrt{8})^0 - (\frac{1}{2})^{-1}$.

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} 2x+1 > 3(x-1) \\ 4x < x+3 \end{cases}$$

19. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + 1 - k = 0$ 有两个不相等的实数根.

- (1) 求 k 的取值范围;
- (2) 请你给出一个 k 的值, 并求出此时方程的根.



20. 下面是小玲同学设计的“过直线外一点作已知直线的平行线”的尺规作图过程.

已知: 如图 1, 直线 l 和直线 l 外一点 P .

$P \cdot$



图 1

求作: 直线 PM , 使直线 $PM \parallel$ 直线 l .

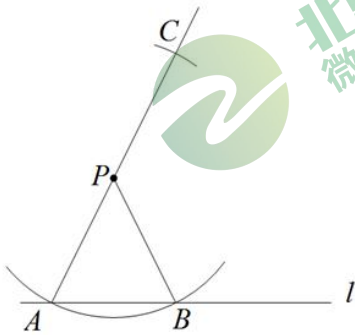


图 2

作法: 如图 2,

- ①在直线 l 上任取一点 A , 作射线 AP ;
- ②以 P 为圆心, PA 为半径作弧, 交直线 l 于点 B , 连接 PB ;
- ③以 P 为圆心, PB 长为半径作弧, 交射线 AP 于点 C ; 分别以 B, C 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}BC$ 长为半径作弧, 在 AC 的右侧两弧交于点 M ;
- ④作直线 PM ;

所以直线 PM 就是所求作的直线.

根据上述作图过程, 回答问题:

- (1) 用直尺和圆规, 补全图 2 中的图形;
- (2) 完成下面的证明:

证明：由作图可知 PM 平分 $\angle CPB$,

$$\therefore \angle CPM = \angle \underline{\hspace{2cm}} = \frac{1}{2} \angle CPB.$$

又 $\because PA=PB$,

$$\therefore \angle PAB = \angle PBA. \quad (\underline{\hspace{3cm}}) \quad (\text{填依据}).$$

$$\because \angle CPB = \angle PAB + \angle PBA,$$

$$\therefore \angle PAB = \angle PBA = \frac{1}{2} \angle CPB.$$

$$\therefore \angle CPM = \angle PAB.$$

$$\therefore \text{直线 } PM \parallel \text{直线 } l. \quad (\underline{\hspace{3cm}}) \quad (\text{填依据}).$$



21. 列方程(组)解应用题:《九章算术》是中国传统数学最重要的著作.其中第七卷《盈不足》记载了一道有趣的数学问题:“今有大器五、小器一容三斛;大器一、小器五容二斛.问大、小器各容几何?”

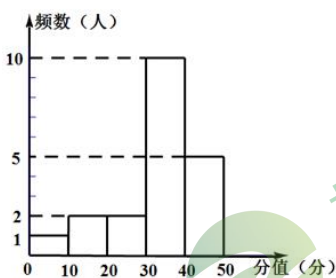
译文:“今有大容器 5 个,小容器 1 个,总容量为 3 斛;大容器 1 个,小容器 5 个,

总容量为 2 斛.问大容器、小容器的容量各是多少斛?”

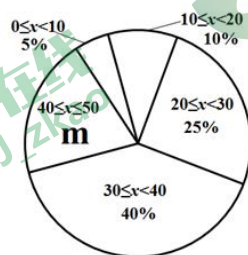
(注:斛,音 hú,是古代的一种容量单位)

22. 某校初三年级有 400 名学生,为了解学生对代数和几何两部分知识的掌握情况,数学教师对九年级全体学生进行了一次摸底测试,代数和几何满分各 50 分.现随机抽取 20 名学生的成绩(成绩均为整数)进行收集、整理、描述和分析,下面给出了部分信息:

a. 代数测试成绩频数分布直方图:



b. 几何测试成绩统计图:



c. 代数测试成绩在 $30 \leq x < 40$ 这一组的数据是: 35, 36, 37, 37, 38, 38, 39, 39, 39, 39.

d. 几何测试成绩在 $40 \leq x \leq 50$ 的数据是 40, 42, 47, 47

e. 两次成绩的平均数、中位数、众数如下:

	平均数	中位数	众数
代数成绩	35.2	n	39

几何成绩	32.05	35.5	37
------	-------	------	----

请根据以上信息，回答下列问题：

(1) $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$;

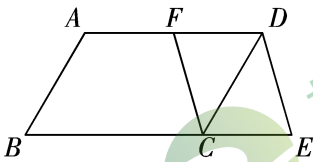
(2) 测试成绩大于或等于 30 分为及格，测试成绩大于或等于 43 分为优秀.20 名学生的成绩中代数测试及格有人，几何测试优秀有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 人，估计该校初三年级本次代数测试约有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 人及格，几何成绩优秀约有人.

(3) 下列推断合理的是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

①代数测试成绩的平均分高于几何的平均分，所以大多数学生代数掌握的比几何好.

②被抽测的学生小莉的几何成绩是 29 分，她觉得年级里大概有 240 人的测试成绩比她高，所以她决定迎头赶上.

23.如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， F 是 AD 的中点，延长 BC 到点 E ,

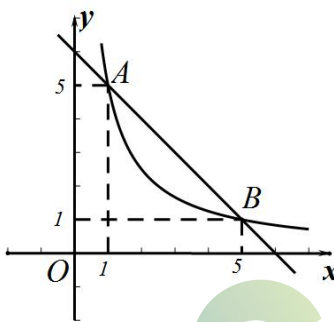


使 $CE = \frac{1}{2} BC$, 连接 DE, CF .

(1)求证: 四边形 $CEDF$ 是平行四边形;

(2)若 $AB=4, AD=6, \angle A=120^\circ$, 求 $\triangle DCE$ 的底边 CE 上的高及 DE 的长

24. 如图， A, B 两点在函数 $y = \frac{m}{x} (x > 0)$ 的图象上.



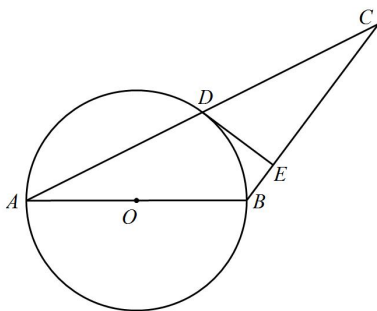
(1) 求 m 的值及直线 AB 的解析式;

(2) 如果一个点的横、纵坐标均为整数，那么我们称这个点是格点.请直接写出函数 $y = \frac{m}{x} (x > 0)$ 的图象与直线 AB 围出的封闭图形中 (不包括边界) 所含格点的坐标.

25. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, DE 为 $\odot O$ 的切线, 点 D 是 AC 中点.

(1) 求证: $DE \perp BC$;

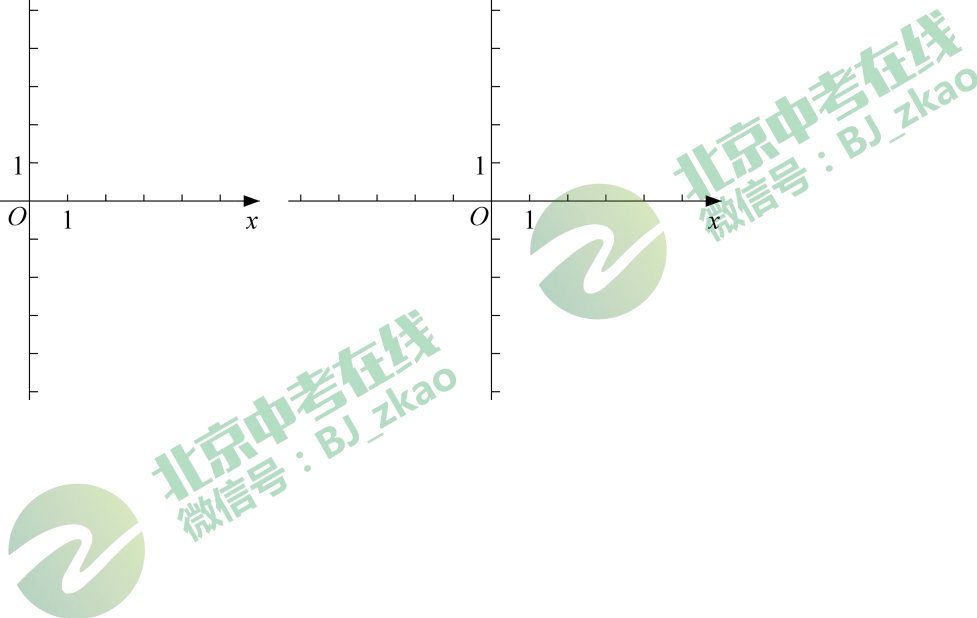
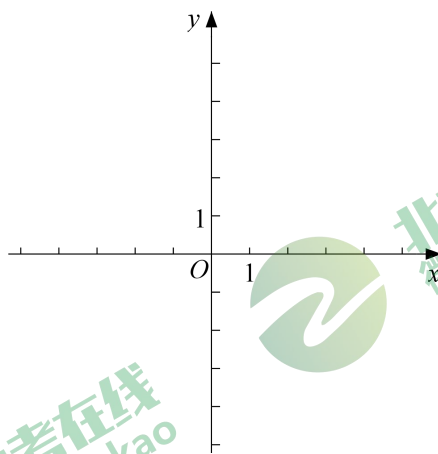
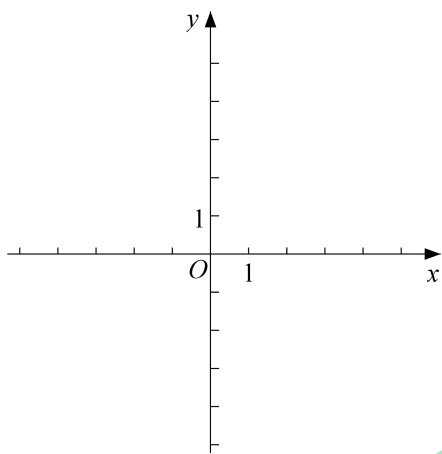
(2) 如果 $DE=2$, $\tan C = \frac{1}{2}$, 求 $\odot O$ 的半径.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 - 2ax - 3a$ ($a \neq 0$).

(1) 求抛物线的对称轴及抛物线与 y 轴交点坐标.

(2) 已知点 $B(3, 4)$, 将点 B 向左平移 3 个单位长度, 得到点 C . 若抛物线与线段 BC 恰有一个公共点, 结合函数的图象, 求 a 的取值范围.



备用图

27. 在等腰三角形 ABC 中, $AB = AC$, $\angle BAC = \alpha (0^\circ < \alpha < 60^\circ)$. 点 P 是 $\triangle ABC$ 内一动点, 连接 AP, BP , 将 $\triangle APB$ 绕点 A 逆时针旋转 α , 使 AB 边与 AC 重合, 得到 $\triangle ADC$, 射线 BP 与 CD 或 CD 延长线交于点 M (点 M 与点 D 不重合).

(1) 依题意补全图1和图2; 由作图知, $\angle BAP$ 与 $\angle CAD$ 的数量关系为_____;

(2) 探究 $\angle ADM$ 与 $\angle APM$ 的数量关系为_____;

(3) 如图1, 若 DP 平分 $\angle ADC$, 用等式表示线段 BM, AP, CD 之间的数量关系, 并证明.

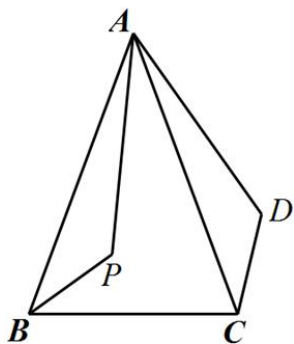


图1

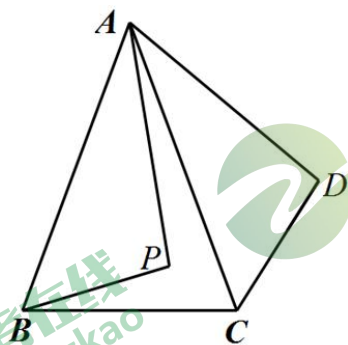


图2

北京中考在线
微信号: BJ_zkao



28. 对于平面内的图形 G_1 和图形 G_2 , 记平面内一点 P 到图形 G_1 上各点的最短距离为 d_1 , 点 P 到图形 G_2 上各点的最短距离为 d_2 , 若 $d_1 = d_2$, 就称点 P 是图形 G_1 和图形 G_2 的一个“等距点”.

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(6, 0), B(0, 2\sqrt{3})$.

(1) 在 $C(4, 0), D(2, 0), E(1, 3)$ 三点中, 点 A 和点 B 的等距点是_____;

(2) 已知直线 $y=2$.

① 若点 A 和直线 $y=2$ 的等距点在 x 轴上, 则该等距点的坐标为_____;

② 若直线 $y=b$ 上存在点 A 和直线 $y=2$ 的等距点, 求实数 b 的取值范围;

(3) 记直线 AB 为直线 l_1 , 直线 $l_2: y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$, 以原点 O 为圆心作半径为 r 的 $\odot O$. 若 $\odot O$ 上有 m 个直线

l_1 和直线 l_2 的等距点, 以及 n 个直线 l_1 和 y 轴的等距点 ($m \neq 0, n \neq 0$), 当 $m \neq n$ 时, 求 r 的取值范围.



北京中考在线
微信号: BJ_zkao

参考答案



一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
选项	B	C	A	D	B	D	A	C

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 正方形； 10. 1； 11. 如 $y=x$ （写一个就行）
12. 由①③ \implies ④； 13. 60° 或 120° ； 14. 1.8 米； 15. $(-2,3)$ ， $(0,0)$ ；
16. 甲 景点(填甲或乙)，理由是 甲景点满意人多于乙景点（不唯一）。

三、解答题（本题共 68 分，第 17—21 题，每小题 5 分，第 22 题，7 分，第 23 题，5 分，第 24 题，6 分，第 25 题，5 分，第 26 题，6 分 第 27，28 题，每小题 7 分）

17.

$$2\sin 60^\circ + |-2\sqrt{3}| - (\sqrt{8})^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

$$= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\sqrt{3} - 1 - 2 = 3\sqrt{3} - 3$$

18. 解:原不等式组为

$$\begin{cases} 2x+1 > 3(x-1) \text{①} \\ 4x < x+3 \text{②} \end{cases}$$

- 解不等式①得 $x < 4$ 2 分
- 解不等式②，得 $x < 1$ 4 分
- \therefore 原不等式组的解集为 $x < 1$ 5 分

19. 证明: (1) \because 有两个不相等的实数根

$$\therefore \Delta = 2^2 - 4(1-k) = 4 - 4 + 4k > 0$$

$$\therefore k > 0 \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

(2) 令 $k=1$ 则 $x^2 - 2x = 0$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 2 \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

20. (1) 用直尺和圆规，补全图 2 中的图形； 2 分

(2) 完成下面的证明：

证明：由作图可知 PM 平分 $\angle CPB$,

$$\therefore \angle CPM = \angle BPM = \frac{1}{2} \angle CPB.$$

又 $\because PA=PB$,

$\therefore \angle PAB = \angle PBA$. (等腰三角形两底角相等) (填依据).

$\therefore \angle CPB = \angle PAB + \angle PBA$,

$$\therefore \angle PAB = \angle PBA = \frac{1}{2} \angle CPB.$$

$\therefore \angle CPM = \angle PAB$.

\therefore 直线 $PM \parallel$ 直线 l . (同位角相等两直线平行) (填依据)5 分

21. 设大容器的容量为 x 斛, 小容器的容量为 y 斛, 根据题意, 可列方程组为 $\begin{cases} 5x + y = 3, \\ x + 5y = 2 \end{cases}$

解方程组得 $\begin{cases} x = \frac{13}{24} \\ y = \frac{7}{24} \end{cases}$ 4 分

答: 大容器、小容器的容量分别是 $\frac{13}{24}$ 斛, $\frac{7}{24}$ 斛 5 分

22. (1) $m = 20\%$, $n = 38$;

(2) 测试成绩大于或等于 30 分为及格, 测试成绩大于或等于 43 分为优秀. 20 名学生的成绩中代数测试及格有 15 人, 几何测试优秀有 2 人, 估计该校初三年级本次代数测试约有 300 人及格, 几何成绩优秀约有 40 人.

(3) 下列推断合理的是 ①② 7 分

23.(1) 证明: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD \parallel BC, AD=BC$

$\because F$ 是 AD 的中点,

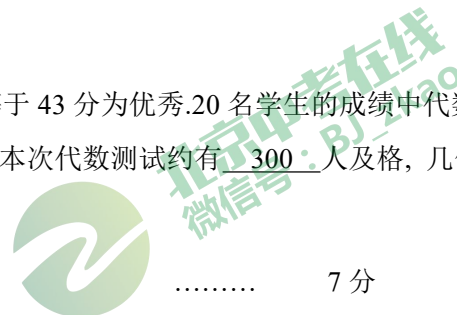
$$\therefore FD = \frac{1}{2} AD$$

$$\because CE = \frac{1}{2} BC,$$

$\therefore FD=CE$ 1 分

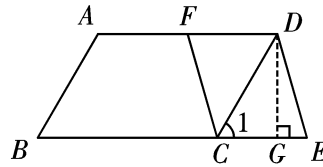
$\because FD \parallel CE$,

\therefore 四边形 $CEDF$ 是平行四边形 2 分



(2)解: 过点 D 作 $DG \perp CE$ 于点 G

\because 四边形 ABCD 是平行四边形,
 $\therefore AB \parallel CD, CD=AB=4, \angle A=120^\circ,$
 $BC=AD=6$
 $\therefore \angle 1=\angle B=60^\circ$



在 $Rt\triangle DGC$ 中, $\angle DGC=90^\circ,$

$\therefore CG=CD \cdot \cos \angle 1=2,$

$DG=CD \cdot \sin \angle 1=2\sqrt{3}$ 4 分

$\therefore CE=\frac{1}{2} BC=3,$

$\therefore GE=1$

在 $Rt\triangle DGE$ 中, $\angle DGE=90^\circ,$

$\therefore DE=\sqrt{DG^2+GE^2}=\sqrt{13}$ 5 分

24. (1) 由图可知, $A(1,5), B(5,1)$

将 $A(1,5)$ 代入 $y=\frac{m}{x} (x > 0)$, 得 $m=5$ 2 分

设直线 AB 的解析式为 $y=kx+b$, 得:
$$\begin{cases} 5 = k + b \\ 1 = 5k + b \end{cases}$$

解得, $k=-1, b=6$

$\therefore y=kx+b$ 4 分

(2) 格点坐标是(2, 3) (3, 2) 6 分

25. (1) 证明: 连接 OD.

$\because DE$ 为 $\odot O$ 的切线,

$\therefore DE \perp OD$ 1 分

$\because AO=OB, D$ 是 AC 的中点,

$\therefore OD \parallel BC.$

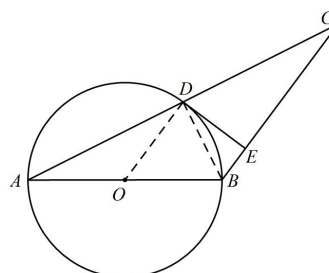
$\therefore DE \perp BC$ 2 分

(2) 解: 连接 DB,

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ADB=90^\circ,$

$\therefore DB \perp AC, \therefore \angle CDB=90^\circ.$



∵D为AC中点, ∴AB=BC,

在Rt△DEC中, ∠DEC=90°, ∵DE=2, $\tan C = \frac{1}{2}$,

∴ $EC = \frac{DE}{\tan C} = 4$,3分

由勾股定理得: $DC = 2\sqrt{5}$,

在Rt△DCB中, ∠BDC=90°,

∴ $BD = DC \cdot \tan C = \sqrt{5}$ 4分

由勾股定理得: $BC = 5$,

∴ $AB = BC = 5$,

∴⊙O的半径为2.5.5分

26. 解: (1) ∵抛物线 $y = ax^2 - 2ax - 3a$,

∴ $x = -\frac{-2a}{2a} = 1$,

∴抛物线的对称是 $x = 1$ 1分

令 $x=0$, $y=-3a$

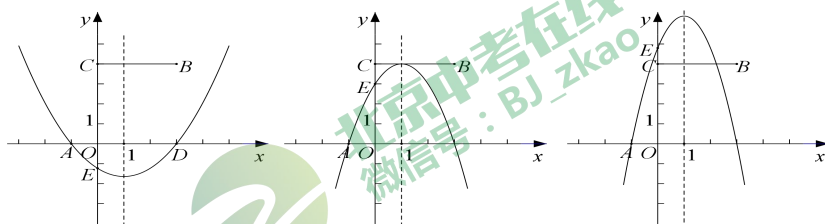
∴抛物线与y轴交点坐标为(0, -3a)2分

(2) $y = ax^2 - 2ax - 3a = a(x^2 - 2x - 3) = a(x+1)(x-3)$,

∴抛物线与x轴交于点A(-1, 0), D(3, 0), 与y轴交于点E(0, -3a), 顶点坐标是(1, -4a).

由题意得点C(0, 4), 又B(3, 4),

如图, 当 $a > 0$ 时, 显然抛物线与线段BC无公共点.4分



当 $a < 0$ 时,

若抛物线的顶点在线段BC上, 则顶点坐标为(1, 4),

∴ $-4a = 4$,

∴ $a = -1$5分

若抛物线的顶点不在线段BC上, 由抛物线与线段BC恰有一个公共点,



北京中考在线
微信号: BJ_zkao

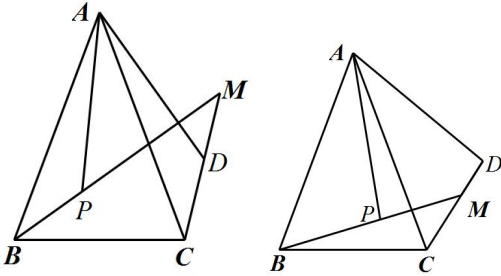
北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

得 $-3a > 4$, $\therefore a < -\frac{4}{3}$,

综上, a 的取值范围是 $a < -\frac{4}{3}$, 或 $a = -1$6 分

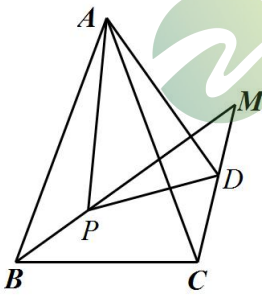
27. 解: (1) 依题意补全图1和图2; 由作图知, $\angle BAP$ 与 $\angle CAD$ 的数量关系为 相等;3 分



(2) $\angle ADM = \angle APM$ 或 $\angle ADM + \angle APM = 180^\circ$ 5 分

(3) 如图, 线段 MC , AE , BD 之间的数量关系是: $MC = AE + BD$6 分

证明: 由作图可知 $\triangle ABP \cong \triangle ACD$.



$\therefore \angle APB = \angle ADC, AP = AD, BP = CD, .$

$\therefore \angle ADM = \angle APM$.

$\therefore DE$ 平分 $\angle ADC$,

$\therefore \angle ADP = \angle PDC$.

$\therefore AP = AD$,

$\therefore \angle APD = \angle ADP$.

$\therefore \angle APD = \angle PDC$.

$\therefore AP \parallel CM$.

$\therefore \angle PAD = \angle ADM = \alpha, \angle APM = \angle M$.

又由 (2) 知, $\angle ADM = \angle APM = \alpha$

$\therefore OP = OA, OM = OD$.

$\therefore OP + OM = OM + OD$

$\therefore PM = AD = AP, \therefore BM = BP + PM$.

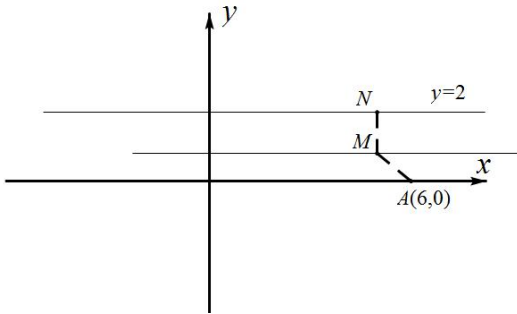


∴ $BM=CD+AP$ 7分

28.解: (1) $D(2,0)$ 1分

(2) ① $(4,0)$ 或 $(8,0)$3分

②如图, 设直线 $y=b$ 上的点 M 为点 A 和直线 $y=2$ 的等距点, 连接 MA , 过点 M 作直线 $y=2$ 的垂线, 垂足为点 N .



∴ 点 M 为点 A 和直线 $y=2$ 的等距点,

∴ $MN^2=MA^2$.

∴ 点 M 在直线 $y=b$ 上,

∴ 可设点 M 的坐标为 (x,b) .

∴ $(2-b)^2 = b^2 + (6-x)^2$

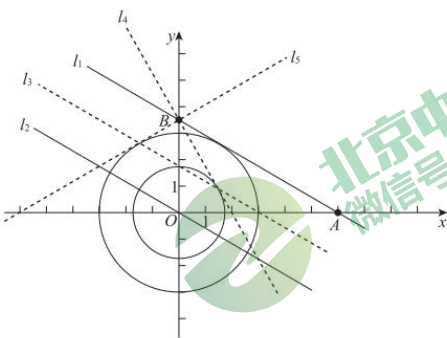
$x^2 - 12x + 4b + 32 = 0$

∴ 方程有实根

∴ $\Delta \geq 0$

∴ $b \leq 1$5分

(3) 如图



直线 l_1 和直线 l_2 的等距点在直线 $l_3: y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$ 上

直线 l_1 和 y 的等距点在直线 $l_4: y = -\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$ 或 $l_5: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2\sqrt{3}$ 上

由题意得 $r = \sqrt{3}$ 或 $r \geq 3$ 7分

