

- |                  |  |
|------------------|--|
| 注<br>意<br>事<br>项 | <p>1. 本试卷共 8 页，共两部分，四道大题，26 道小题。其中第一大题至第三大题为必做题，满分 100 分。第四大题为选做题，满分 10 分，计入总分，但卷面总分不超过 100 分。考试时间 100 分钟。</p> <p>2. 在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和学号。</p> <p>3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。</p> <p>4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。</p> <p>5. 考试结束，请将考试材料一并交回。</p> |
|------------------|--|

## 第一部分 选择题

## 一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 实数  $3.1415$ ,  $\sqrt{2}$ ,  $-\frac{5}{7}$ ,  $\sqrt{9}$  中，无理数是

- (A)  $3.1415$                       (B)  $\sqrt{2}$                       (C)  $-\frac{5}{7}$                       (D)  $\sqrt{9}$

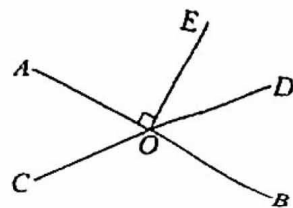
2. 若  $m < n$ ，则下列各式中正确的是

- (A)  $m - n > 0$                       (B)  $m - 9 > n - 9$                       (C)  $m + n < 2n$                       (D)  $\frac{m}{4} < \frac{n}{4}$

3. 如图，直线  $AB$ ,  $CD$  相交于点  $O$ ,  $EO \perp AB$ , 垂足为  $O$ ,

$\angle DOE = 37^\circ$ ,  $\angle COB$  的大小是

- (A)  $53^\circ$                       (B)  $143^\circ$   
(C)  $117^\circ$                       (D)  $127^\circ$



4. 下列命题中，是假命题的是

- (A) 如果两个角相等，那么它们是对顶角                      (B) 同旁内角互补，两直线平行  
(C) 如果  $a = b$ ,  $b = c$ , 那么  $a = c$                       (D) 负数没有平方根

5. 在平面直角坐标系中，点  $A(1, 5)$ ,  $B(m-2, m+1)$ , 若直线  $AB$  与  $y$  轴垂直，则  $m$  的值为

- (A) 0                      (B) 3                      (C) 4                      (D) 7



## 第二部分 非选择题

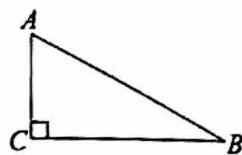
### 二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 若  $\begin{cases} x=3, \\ y=-2 \end{cases}$  是方程  $ax+y=10$  的解，则  $a$  的值为\_\_\_\_\_.

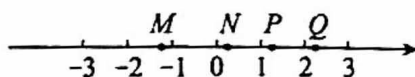
10. 在平面直角坐标系中，已知点  $P$  在第四象限，且点  $P$  到两坐标轴的距离相等，写出一个符合条件的点  $P$  的坐标：\_\_\_\_\_.

11. 若一个数的平方等于  $\frac{9}{64}$ ，则这个数是\_\_\_\_\_.

12. 如图，在三角形  $ABC$  中， $\angle C=90^\circ$ ，点  $B$  到直线  $AC$  的距离是线段\_\_\_\_\_的长， $BC < BA$  的依据是\_\_\_\_\_.



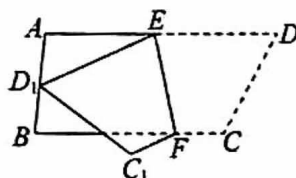
13. 点  $M, N, P, Q$  在数轴上的位置如图所示，这四个点中有一个点表示实数  $\sqrt{5}-1$ ，这个点是\_\_\_\_\_.



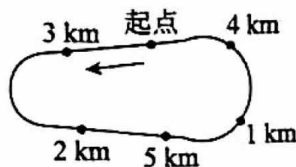
14. 解方程组  $\begin{cases} 3x+4y=16, & \text{①} \\ 5x-6y=33, & \text{②} \end{cases}$  小红的思路是：用① $\times$ 5-② $\times$ 3 消去未知数  $x$ ，请你写出

一种用加减消元法消去未知数  $y$  的思路：用\_\_\_\_\_消去未知数  $y$ 。

15. 如图，四边形纸片  $ABCD$ ， $AD \parallel BC$ 。折叠纸片  $ABCD$ ，使点  $D$  落在  $AB$  上的点  $D_1$  处，点  $C$  落在点  $C_1$  处，折痕为  $EF$ 。若  $\angle EFC=102^\circ$ ，则  $\angle AED_1=$ \_\_\_\_\_°.



16. 小明沿街心公园的环形跑道从起点出发按逆时针方向跑步，他用软件记录了跑步的轨迹，他每跑 1 km 软件会在运动轨迹上标注相应的路程，前 5 km 的记录如图所示。已知该环形跑道一圈的周长大于 1 km。



(1) 小明恰好跑 3 圈时，路程是否超过了 5 km？答：\_\_\_\_\_（填“是”或“否”）；

(2) 小明共跑了 14 km 且恰好回到起点，那么他共跑了\_\_\_\_\_圈。

三、解答题（共 68 分，第 17 题 6 分，第 18 题 14 分，第 19 题 7 分，第 20 题 9 分，第 21-24 题，每题 8 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算:  $3\sqrt{3} + \sqrt{4} + |-\sqrt{3}| + \sqrt[3]{-8}$ .

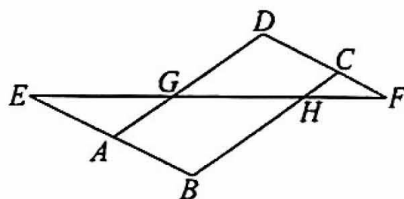
18. (1) 解方程组  $\begin{cases} 2x + y = 0, \\ 2x + 3y = 8. \end{cases}$

(2) 解不等式组  $\begin{cases} 4x + 1 \leq 2x + 7, \\ \frac{2x + 8}{3} > 1 - x, \end{cases}$  并写出它的所有整数解.

19. 如图, 点  $E, F$  分别在  $BA, DC$  的延长线上, 直线  $EF$  分别交  $AD, BC$  于点  $G, H$ ,  $\angle B = \angle D$ ,  $\angle E = \angle F$ .

求证:  $\angle EGA + \angle CHG = 180^\circ$

请将下面的证明过程补充完整:



证明:  $\because \angle E = \angle F$ ,

$\therefore$  \_\_\_\_\_ // \_\_\_\_\_.

$\therefore \angle D = \angle$  \_\_\_\_\_. ( \_\_\_\_\_ ) (填推理的依据)

$\because \angle B = \angle D$ ,

$\therefore \angle B = \angle$  \_\_\_\_\_.

$\therefore$  \_\_\_\_\_ // \_\_\_\_\_. ( \_\_\_\_\_ ) (填推理的依据)

$\therefore \angle DGH + \angle CHG = 180^\circ$ .

$\because \angle DGH = \angle EGA$ , ( \_\_\_\_\_ ) (填推理的依据)

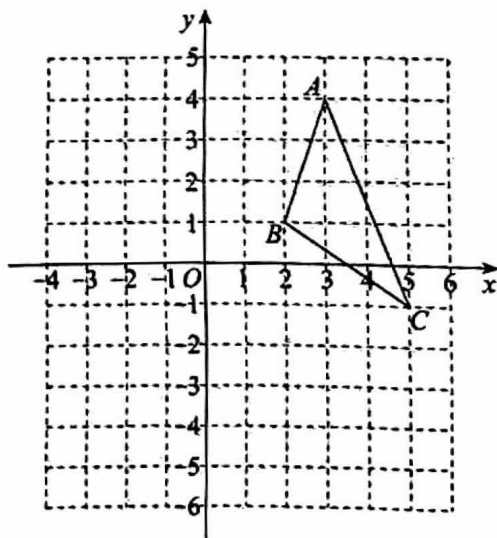
$\therefore \angle EGA + \angle CHG = 180^\circ$ .

20. 为鼓励同学们参加主题为“阅读润泽心灵，文字见证成长”的读书月活动，学校计划购进一批科技类和文学类图书作为活动奖品。已知同类图书中每本书价格相同，购买2本科技类图书和3本文学类图书需131元，购买4本科技类图书和5本文学类图书需237元。

- (1) 科技类图书和文学类图书每本各多少元？
- (2) 经过评选有300名同学在活动中获奖，学校对每位获奖同学奖励一本科技类或文学类图书。如果学校用于购买奖品的资金不超过8000元，那么科技类图书最多能买多少本？

21. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，三角形  $ABC$  三个顶点的坐标分别是  $A(3, 4)$ ， $B(2, 1)$ ， $C(5, -1)$ 。将三角形  $ABC$  先向左平移5个单位长度，再向下平移4个单位长度后得到三角形  $DEF$ ，其中点  $D$ ， $E$ ， $F$  分别为点  $A$ ， $B$ ， $C$  的对应点。

- (1) 在图中画出三角形  $DEF$ ；
- (2) 求三角形  $ABC$  的面积；
- (3) 若三角形  $ABC$  内一点  $P$  经过上述平移后的对应点为  $Q(m, n)$ ，直接写出点  $P$  的坐标（用含  $m, n$  的式子表示）。



22. 《北京市节水条例》自 2023 年 3 月 1 日起实施. 学校组织了“珍惜水资源, 节水从我做起”的活动, 号召大家节约用水. 为了解所居住小区家庭用水的情况, 小芸从该小区的住户中随机抽取了部分家庭, 获得了这些家庭 4 月份用水量 (单位: t) 的数据, 并对这些数据进行整理和描述. 数据分成 5 组:  $0 \leq x < 4$ ,  $4 \leq x < 8$ ,  $8 \leq x < 12$ ,  $12 \leq x < 16$ ,  $16 \leq x < 20$ . 下面给出了部分信息:

a. 4 月份用水量的数据的扇形图、频数分布直方图分别如图 1, 图 2 所示.

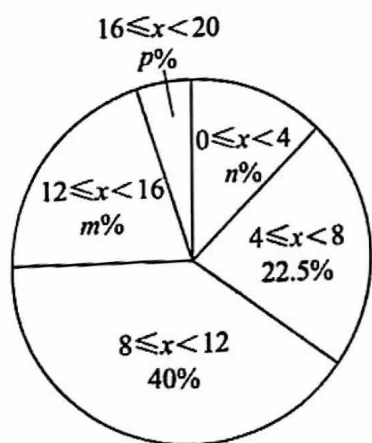


图 1

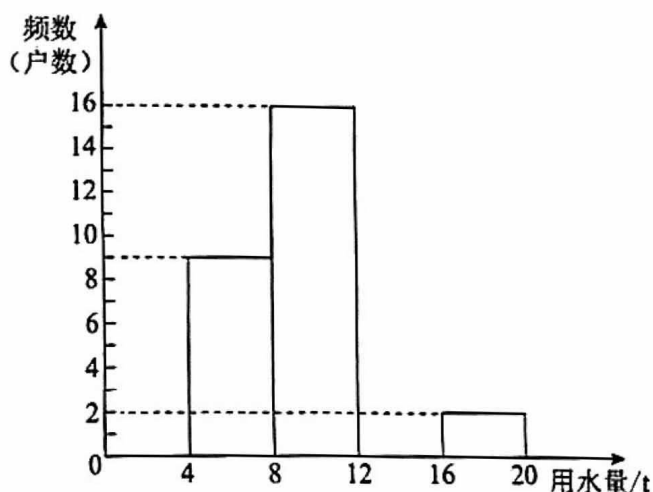


图 2

b. 4 月份用水量的数据在  $12 \leq x < 16$  这一组的是:

12 12.5 12.5 13 13 14 15.5 15.5

根据以上信息, 回答下列问题:

(1) 小芸共抽取了\_\_\_\_\_户家庭进行调查;

(2) 扇形图中,  $8 \leq x < 12$  这一组所对应的扇形的圆心角的度数为\_\_\_\_\_°,

$n\% =$ \_\_\_\_\_ %;

(3) 补全频数分布直方图;

(4) 请你根据小芸的调查结果, 估计该小区 480 户家庭中有多少户家庭年用水量超过 180 t.

23. 将三角形  $ABC$  和三角形  $DEF$  按图 1 所示的方式摆放, 其中  $\angle ACB = \angle DFE = 90^\circ$ ,  $\angle DEF = \angle EDF = 45^\circ$ ,  $\angle ABC = 30^\circ$ ,  $\angle BAC = 60^\circ$ , 点  $D, A, F, B$  在同一条直线上.

(1) 将图 1 中的三角形  $ABC$  绕点  $B$  逆时针旋转, 且点  $A$  在直线  $DF$  的下方.

①如图 2, 当  $AC \parallel DF$  时, 求证:  $EF \parallel BC$ ;

②当  $AC \parallel DE$  时, 直接写出  $\angle FBA$  的度数;

(2) 将图 1 中的三角形  $DEF$  绕点  $E$  逆时针旋转, 如图 3, 当点  $D$  首次落在边  $BC$  上时, 过点  $E$  作  $EG \parallel BC$ . 作射线  $DM$  平分  $\angle FDB$ , 作射线  $EN$  平分  $\angle GED$  交  $DM$  的反向延长线于点  $N$ , 依题意补全图形并求  $\angle END$  的度数.

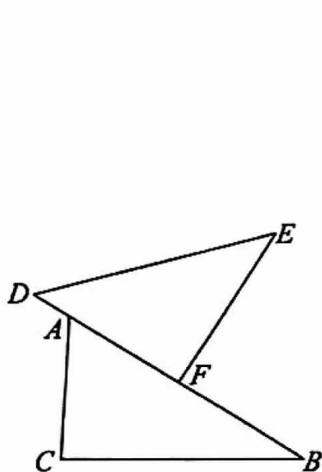


图 1

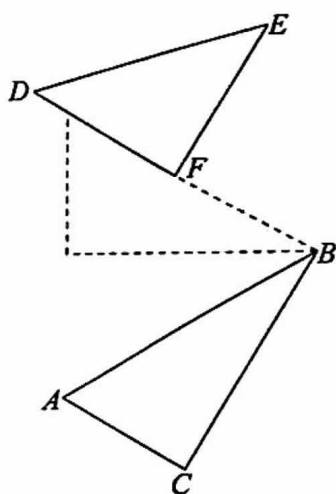


图 2

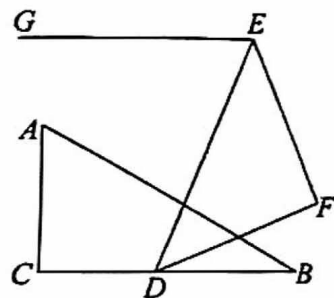


图 3

24. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知点  $M(a, b)$ , 对于点  $P(x, y)$ , 将点  $Q(x+a, y-b)$  称为点  $P$  关于点  $M$  的关联点.

(1) 点  $P(-6, 7)$  关于点  $M(2, 3)$  的关联点  $Q$  的坐标是\_\_\_\_\_;

(2) 点  $A(1, -1)$ ,  $B(5, -1)$ , 以  $AB$  为边在直线  $AB$  的下方作正方形  $ABCD$ . 点  $E(-4, 1)$ ,  $F(-2, 2)$ ,  $G(-1, 0)$  关于点  $M(a, 4)$  的关联点分别是点  $E_1$ ,  $F_1$ ,  $G_1$ . 若三角形  $E_1F_1G_1$  与正方形  $ABCD$  有公共点, 直接写出  $a$  的取值范围;

(3) 点  $P(-1, t-1)$ ,  $N(2t, 5t)$  关于点  $M(3, b)$  的关联点分别是点  $P_1$ ,  $N_1$ , 且点  $P_1$  在  $x$  轴上, 点  $O$  为原点, 三角形  $OP_1N_1$  的面积为 3, 求点  $N_1$  的坐标.

四、选做题（共 10 分，第 25 题 4 分，第 26 题 6 分）

25. 在边长为 1 的正方形网格中，网格线交点称为格点，顶点都在格点上的多边形称为格点多边形. 将格点多边形边上（含顶点）的格点个数记为  $M$ ，内部的格点个数记为  $N$ ，其面积记为  $S$ ，它们满足公式  $S = aM + N + b$ . 小东忘记了公式中  $a, b$  的值，他想到可以借助两个特殊格点多边形求出  $a, b$  的值. 小东画出一个格点四边形  $ABCD$ （如图 1），它所对应的  $M = 6, N = 1, S = 3$ .

(1) 请在图 2 中画出一个格点三角形  $EFG$ ，并直接写出它所对应的  $M, N, S$  的值；

(2) 求  $a, b$  的值.

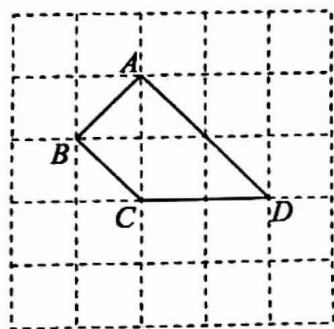


图 1

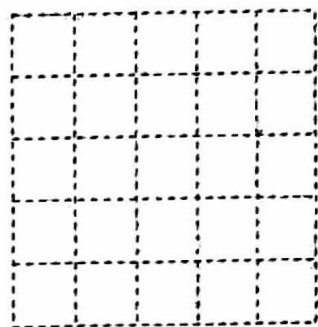


图 2

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，已知点  $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ ，给出如下定义：

$$M[P, Q] = \frac{1}{2}(x_1 + x_2 - |x_1 - x_2|) + \frac{1}{2}(y_1 + y_2 - |y_1 - y_2|).$$

(1) 已知点  $P(1, 0)$ .

①若点  $Q$  与点  $P$  重合，则  $M[P, Q] = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

②若点  $Q(3, -1)$ ，则  $M[P, Q] = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 正方形  $OABC$  四个顶点的坐标分别是  $O(0, 0), A(t, 0), B(t, t), C(0, t)$ ，其中  $t > 0$ . 在正方形  $OABC$  内部有一点  $P(a, b)$ ，动点  $Q$  在正方形  $OABC$  的边上及其内部运动. 若  $M[P, Q] = a + b$ ，求所有满足条件的点  $Q$  组成的图形的面积（用含  $a, b, t$  的式子表示）；

(3) 若点  $P(1, 2), Q(k, 5 - k), M[P, Q] > 0$ ，且  $M[P, Q]$  为奇数，直接写出  $k$  的取值范围.



## 七年级数学答案及评分参考

2023.7

## 一、选择题 (共 16 分, 每题 2 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	D	A	C	D	D	B

## 二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

9. 4.    10. 答案不唯一, 如:  $P(1, -1)$ .    11.  $\frac{3}{8}$  或  $-\frac{3}{8}$ .    12.  $BC$ , 垂线段最短.  
 13. 点  $P$ .    14. 答案不唯一, 如: ① $\times 3 +$ ② $\times 2$ .    15. 24.    16. (1) 否; (2) 10.

## 三、解答题 (共 68 分, 第 17 题 6 分, 第 18 题 14 分, 第 19 题 7 分, 第 20 题 9 分, 第 21-24 题, 每题 8 分)

17. 解:  $3\sqrt{3} + \sqrt{4} + |-\sqrt{3}| + \sqrt[3]{-8}$   
 $= 3\sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} + (-2) \dots\dots\dots 3$  分  
 $= 3\sqrt{3} + \sqrt{3} + 2 + (-2)$   
 $= 4\sqrt{3}. \dots\dots\dots 6$  分

18. (1) 解:  $\begin{cases} 2x + y = 0, & \text{①} \\ 2x + 3y = 8. & \text{②} \end{cases}$   
 ② $-$ ①, 得  $2y = 8$ ,  $\dots\dots\dots 2$  分  
 $y = 4$ .  $\dots\dots\dots 3$  分  
 把  $y = 4$  代入①, 得  $2x + 4 = 0$ ,  
 $x = -2$ .  $\dots\dots\dots 5$  分  
 所以这个方程组的解是  $\begin{cases} x = -2, \\ y = 4. \end{cases} \dots\dots\dots 6$  分

(2) 解: 
$$\begin{cases} 4x+1 \leq 2x+7, & \text{①} \\ \frac{2x+8}{3} > 1-x. & \text{②} \end{cases}$$

解不等式①, 得  $x \leq 3$ . .....2分

解不等式②, 得  $x > -1$ . .....4分

所以不等式组的解集为  $-1 < x \leq 3$ . .....6分

它的所有整数解为 0, 1, 2, 3. ....8分

19. 证明:  $\because \angle E = \angle F,$

$\therefore \underline{BE \parallel DF}.$  .....1分

$\therefore \angle D = \angle \underline{DAE}.$  ( 两直线平行, 内错角相等 ) .....3分

$\because \angle B = \angle D,$

$\therefore \angle B = \angle \underline{DAE}.$  .....4分

$\therefore \underline{BC \parallel AD}.$  ( 同位角相等, 两直线平行 ) .....6分

$\therefore \angle DGH + \angle CHG = 180^\circ.$

$\because \angle DGH = \angle EGA,$  ( 对顶角相等 ) .....7分

$\therefore \angle EGA + \angle CHG = 180^\circ.$

20. 解: (1) 设科技类图书每本  $x$  元, 文学类图书每本  $y$  元. ....1分

依题意, 得 
$$\begin{cases} 2x+3y=131, & \text{①} \\ 4x+5y=237. & \text{②} \end{cases}$$
 .....4分

① $\times 2$ -②, 得  $y = 25.$

把  $y = 25$  代入①, 得  $x = 28.$

所以这个方程组的解为 
$$\begin{cases} x=28, \\ y=25. \end{cases}$$

答: 科技类图书每本 28 元, 文学类图书每本 25 元. ....6分

(2) 设购买科技类图书  $a$  本.

依题意, 得  $28a + 25(300 - a) \leq 8000.$  .....7分

解得  $a \leq 166\frac{2}{3}$ . .....8分

所以满足条件的最大整数为 166.

答: 科技类图书最多能买 166 本. ....9分

21. 解: (1) 如图 1 所示; .....3分

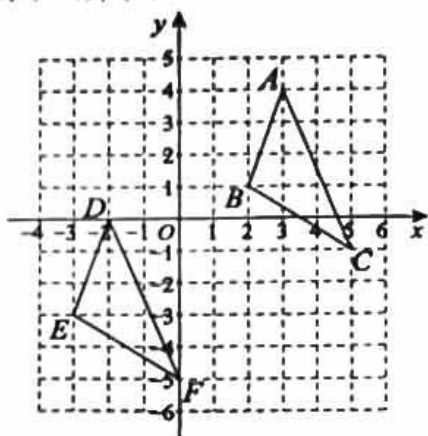


图 1

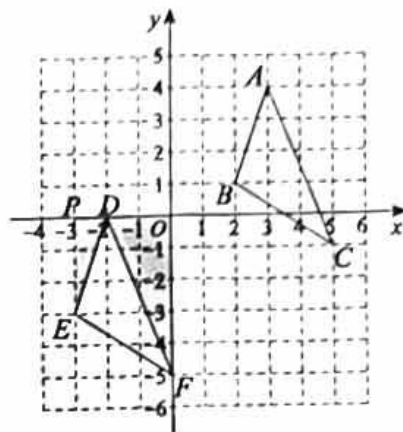


图 2

(2) 如图 2, 作点  $P(-3, 0)$ , 构造图中的四边形  $PEFO$ .

$$S_{\text{三角形}ABC} = S_{\text{三角形}DEF} = S_{\text{四边形}PEFO} - S_{\text{三角形}PED} - S_{\text{三角形}DFO}$$

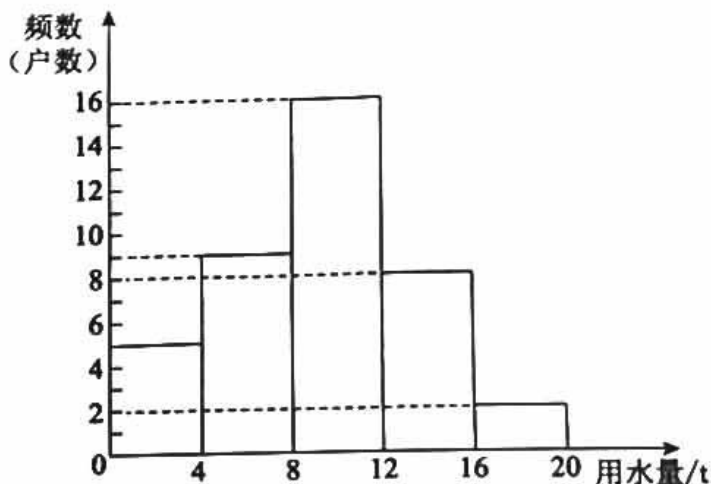
$$= \frac{1}{2} \times (3+5) \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 3 - \frac{1}{2} \times 2 \times 5 = \frac{11}{2}. \text{ .....6分}$$

(3)  $P(m+5, n+4)$ . .....8分

22. 解: (1) 40; .....2分

(2) 144, 12.5; .....4分

(3) 如图所示;  
.....6分



(4)  $180 \div 12 = 15$  (t),

被调查的 40 户家庭中有 4 户家庭 4 月份的用水量超过 15 t,

$$\frac{4}{40} \times 480 = 48 \text{ (户)}.$$

答: 估计该小区 480 户家庭中约有 48 户家庭年用水量超过 180 t. ....8分

23. 解: (1) ①证明:  $\because AC \parallel DF$ ,

$$\therefore \angle FBC + \angle C = 180^\circ .$$

$$\because \angle C = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle FBC = 90^\circ .$$

$$\because \angle EFD + \angle EFB = 180^\circ , \angle EFD = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle EFB = 90^\circ .$$

$$\therefore \angle EFB = \angle FBC .$$

$$\therefore EF \parallel BC. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\textcircled{2} 105^\circ ; \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(2) 补全图形, 如图.  $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

过点  $N$  作  $NH \parallel EG$ , 设  $\angle MDB = \alpha$ .

$$\because EG \parallel BC,$$

$$\therefore NH \parallel BC.$$

$$\therefore \angle DNH = \angle MDB = \alpha .$$

$$\because DM \text{ 平分 } \angle FDB, EN \text{ 平分 } \angle GED,$$

$$\therefore \angle FDB = 2\angle MDB = 2\alpha ,$$

$$\angle GEN = \frac{1}{2} \angle GED .$$

$$\therefore \angle EDB = \angle FDB + \angle EDF = 2\alpha + 45^\circ .$$

$$\because EG \parallel BC,$$

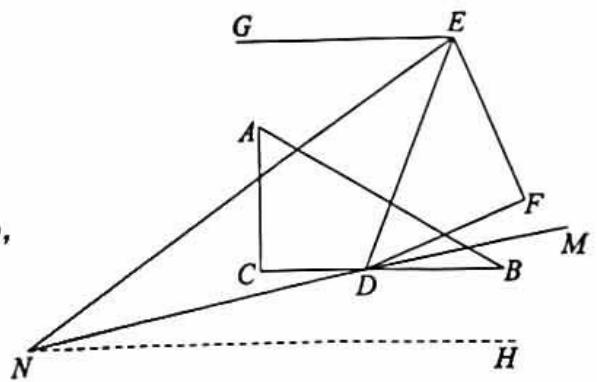
$$\therefore \angle GED = \angle EDB = 2\alpha + 45^\circ .$$

$$\therefore \angle GEN = \alpha + 22.5^\circ .$$

$$\because NH \parallel EG,$$

$$\therefore \angle ENH = \angle GEN = \alpha + 22.5^\circ .$$

$$\therefore \angle END = \angle ENH - \angle DNH = 22.5^\circ . \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$



24. 解: (1)  $(-4, 4); \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

(2)  $2 \leq a \leq 5$  或  $6 \leq a \leq 9; \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

(3) 点  $P_1$  的坐标为  $(2, t-1-b)$ , 点  $N_1$  的坐标为  $(2t+3, 5t-b)$ .

$\because$  点  $P_1$  在  $x$  轴上,

$$\therefore t-1-b=0, \text{ 即 } b=t-1.$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 2|5t-b|=3, \text{ 即 } |5t-(t-1)|=3.$$

$$\therefore 4t+1=3 \text{ 或 } 4t+1=-3.$$

$$\therefore t=\frac{1}{2} \text{ 或 } t=-1.$$

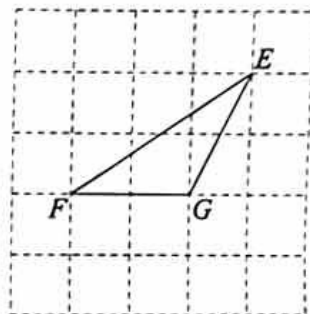
$\therefore$  点  $N_1$  的坐标为  $(4, 3)$  或  $(1, -3)$ . .....8分

四、选做题 (共 10 分, 第 25 题 4 分, 第 26 题 6 分)

25. 解: (1) 答案不唯一,

如图所示, ..... 1 分

$M=4, N=1, S=2$ ; ..... 2 分



(2) 依题意, 得 
$$\begin{cases} 3=6a+1+b, \\ 2=4a+1+b, \end{cases}$$

解得 
$$\begin{cases} a=\frac{1}{2}, \\ b=-1. \end{cases}$$
 ..... 4 分

26. 解: (1) ① 1; ..... 1 分

② 0; ..... 2 分

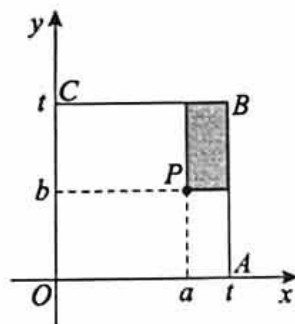
(2) 设点  $Q$  的坐标为  $(x, y)$ ,

$$\text{则 } M[P, Q] = \frac{1}{2}(a+x-|a-x|) + \frac{1}{2}(b+y-|b-y|).$$

$$\therefore M[P, Q] = a+b,$$

$$\therefore x \geq a \text{ 且 } y \geq b.$$

$\therefore$  所有满足条件的点  $Q$  组成的图形是如图所示的阴影区域,



其面积为  $(t-a)(t-b)$ . ..... 4 分

(3)  $1 \leq k \leq 3$  或  $k = -1, 5$ . ..... 6 分