$C17$ 级数学统练试卷 09

2019. 12. 19

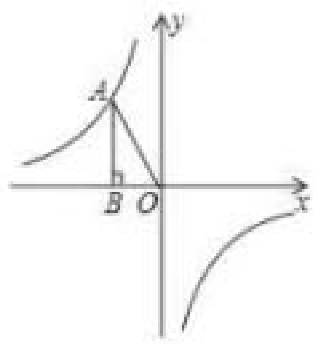
一、选择题(8 小题, 每题 2 分, 共 16 分)

1. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90°$, 若 $BC=1$, $AC=2$, 则 $\cos A$ 的值(　　)

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 2

2. 如图, 反比例函数 $y=-\frac{2}{x}$ 的图象上有一点 A, 过点 A 作 $AB\perp x$ 轴于 B, 则 $S_{\triangle AOB}$ 是(　　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. 1　　C. 2　　D. 4

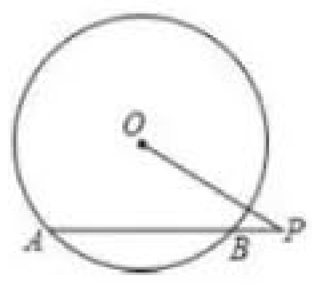


3. 下列条件中, 不能解直角三角形的是(　　)

A. 已知两条边　　B. 已知一边与一个说角　　C. 已知三边　　D. 已知两个锐角

4. 如图, $\odot O$ 的半径为 3, 点 P 是弦 AB 延长线上的一点, 连接 OP, 若 $OP=4$, $\angle P=30°$, 则弦 AB 的长为(　　)

A. $2\sqrt{5}$　　B. $2\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{5}$　　D. 2

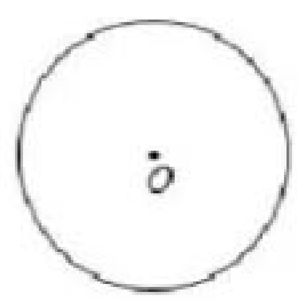


5. 若二次函数 $y=x^2+bx$ 的图象的对称轴是直线 $x=2$, 则关于 x 的方程 $x^2+bx=5$ 的解为(　　)

A. $x_1=0, x_2=4$　　B. $x_1=1, x_2=5$　　C. $x_1=1, x_2=-5$　　D. $x_1=-1, x_2=5$

6. 如图, 已知$\odot O$ 的半径为 4, 则它的内接正方形的边长为(　　)

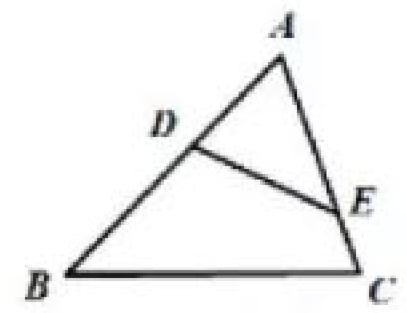
A. 4　　B. 8　　C. $8\sqrt{2}$　　D. $4\sqrt{2}$



7. 如图，点 D, E 分别在△ABC 的 AB, AC 边上，增加下列条件中的一个：

①$\angle AED=\angle B$，②$\angle ADE=\angle C$，③$\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{DE}{BC}$，④$\dfrac{AD}{AC}=\dfrac{AE}{AB}$，⑤$AC^2=AD\cdot AE$，使△$ADE$ 与△ACB 一定相似的有（　　）

A. ①②④　　B. ②④⑤　　C. ①②③④　　D. ①②③⑤



8. 如图 1，在△ABC 中，$AB=AC$，$\angle BAC=120°$，点 O 是 BC 的中点，点 D 沿 $B\to A\to C$ 方向从 B 运动到 C，设点 D 经过的路径长为 x，图 1 中某条线段的长为 y，若表示 y 与 x 的函数关系的图象大致如图 2 所示，则这条线段可能是图 1 中的（　　）

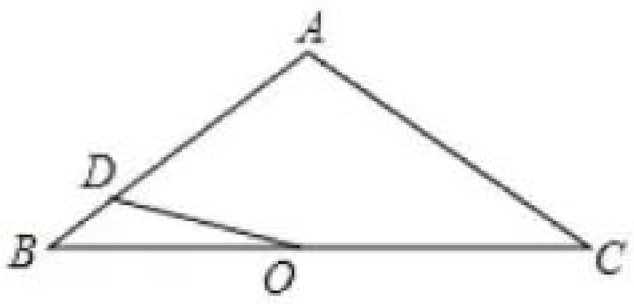


图1

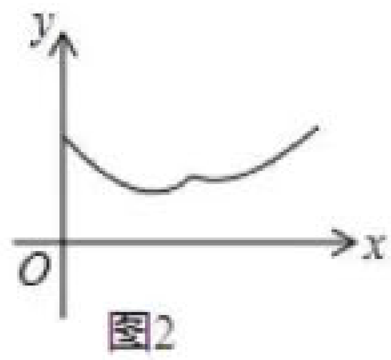


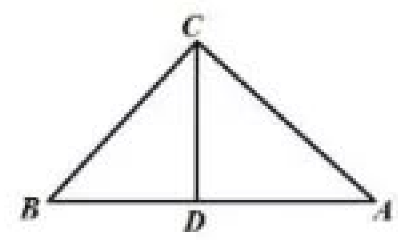
图2

A. BD　　B. OD　　C. AD　　D. CD

二. 填空题（8 小题，每题 2 分，共 16 分）

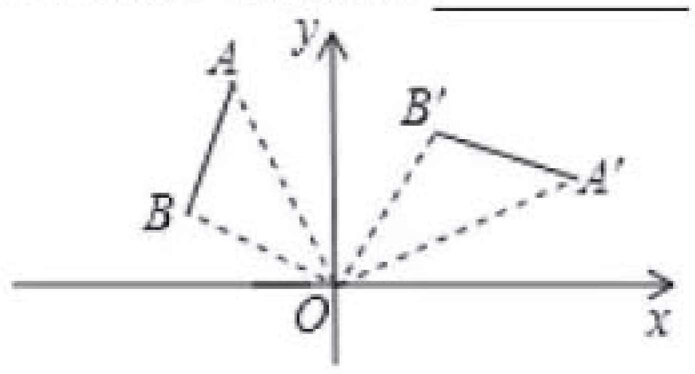
9. 若反比例函数 $y=\dfrac{k-1}{x}$ 的图象位于第一，三象限，则 k________

10. 如图，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，$CD\perp AB$，$AC=\sqrt{5}$，$BC=2$，则 $\sin\angle ACD=$________



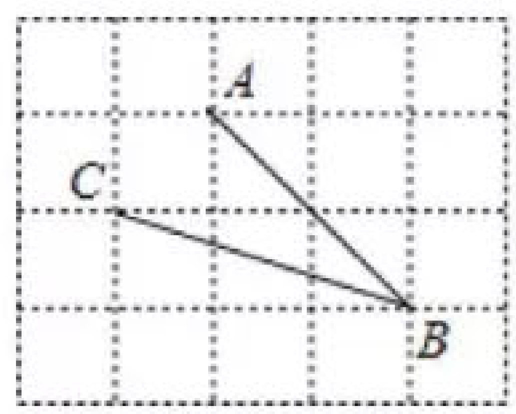
11. 圆心角是 $60°$ 的扇形的半径为 6，则这个扇形的面积是________

12. 如图，将线段 AB 绕点 O 顺时针旋转 $90°$ 得到线段 $A'B'$，则 $A(-2, 5)$ 的对应点 A' 的坐标是________

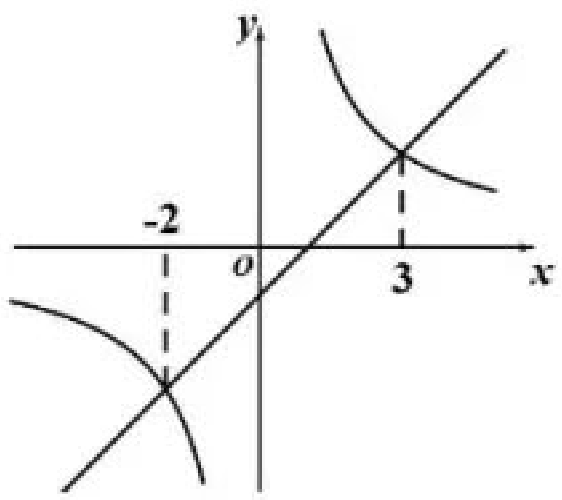


13. 某抛物线的顶点为 $(2, -1)$，与 x 轴相交于 P、Q 两点，若此抛物线通过 $(1，a)$ $(3, b)$、$(-1, c)$、$(-3, d)$ 四点，则 a、b、c、d 中最大值是________

14. 如图，在网格中，小正方形的边长均为 1，点 A, B, C 都在格点上，则 $\angle ABC$ 的正切值是________



15. 如图是一次函数 $y_1=kx+b$ 和反比例函数 $y_2=\dfrac{m}{x}$ 的图象，结合图象写出：当 $y_1>y_2$ 时，x 的取值范围是______



16. 定义：直线 $y=ax+b\ (a\neq0)$ 称作抛物线 $y=ax^2+bx\ (a\neq0)$ 的关联直线.

根据定义回答以下问题：

(1) 已知抛物线 $y=ax^2+bx\ (a\neq0)$ 的关联直线为 $y=x+2$，则该抛物线的顶点坐标为；

(2) 当 $a=1$ 时，请写出抛物线 $y=ax^2+bx$ 与其关联直线所共有的特征（写出一条即可）：______

三、解答题（本题共 68 分，第 17~22 题，每小题 5 分；第 23~26 题，每题 6 分；第 27, 28 题，每题 7 分）

17. 计算：$2\sin30^\circ+\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-1}+(4-\pi)^0+\left|1-\sqrt{2}\right|$

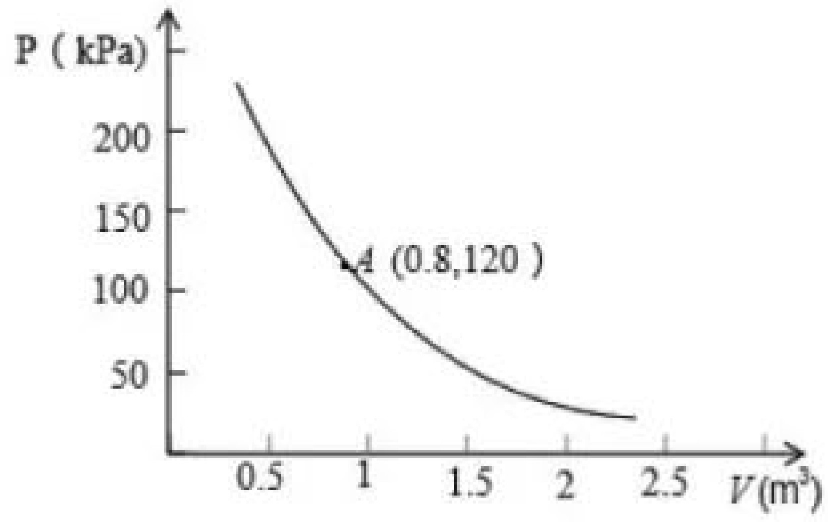
18. 解方程：$x^2+x-1=0$

19. 某气球内充满了一定量的气体，当温度不变时，气球内气体的气压 $p\ (kPa)$ 是气体体积 $V\ (m^3)$ 的反比例函数，其图象如图所示，

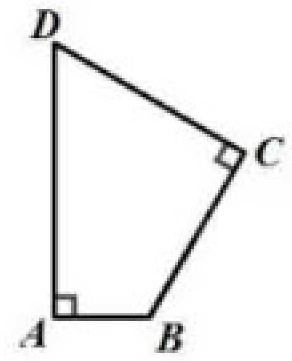
(1) 求这一函数的解析式；

(2) 当气体体积为 $1m^3$ 时，气压是多少？

(3) 当气球内的气压大于 $140kPa$ 时，气球将爆炸，为了安全起见，气体的体积应不小于多少？（精确到 $0.01m^3$）



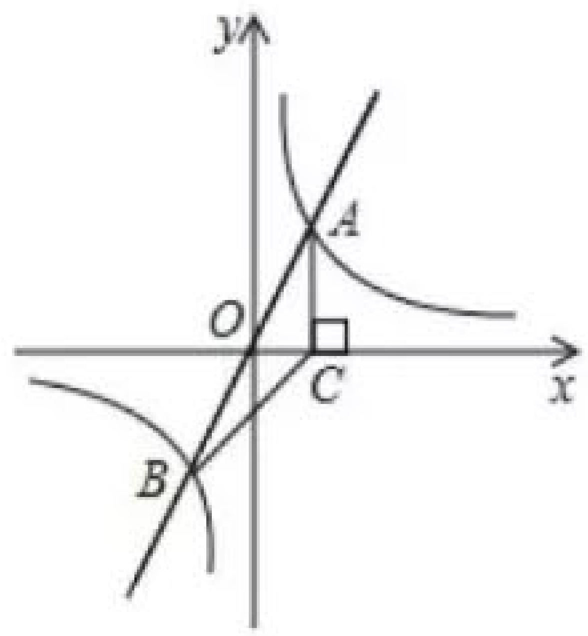
20. 已知:如图,四边形 $ABCD$ 中,$\angle A=\angle C=90°$,$\angle D=60°$,$AD=5\sqrt{3}$,$AB=3$,求 DC 的长



21. 如图,在平面直角坐标系 xOy 中,正比例函数 $y=2x$ 与反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图象交于 A,B 两点,点 A 的横坐标为 2,$AC\perp x$ 轴于点 C,连接 BC.

(1) 求反比例函数的表达式;

(2) 若点 P 是反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 图象上的一点,且满足△OPC 的面积等于△ABC 的面积,请直接写出点 P 的坐标.



22. 学校要围一个矩形花圃,其一边利用足够长的墙,另三边用篱笆围成,由于园艺需要,还要用一段篱笆将花圃分隔为两个小矩形部分(如图所示),总共 36 米的篱笆恰好用完(不考虑损耗). 设矩形垂直于墙面的一边 AB 的长为 x 米(要求 $AB<AD$),矩形花圃 $ABCD$ 的面积为 S 平方.

(1) 求 S 与 x 之间的函数关系式,并直接写出自变量 x 的取值范围;

(2) 要想使矩形花圃 $ABCD$ 的面积最大,AB 边的长应为多少米?

23. (1)问题学习：小芸在小组学习时间小娟这样一个问题：已知α为锐角，且$\sin\alpha=\dfrac{1}{3}$，求$\sin 2\alpha$的值

小娟是这样给小芸讲解的：

如图1，在⊙O中，AB是直径，点C在⊙O上，所以$\angle ACB=90°$，设$\angle BAC=\alpha$，则$\sin\alpha=\dfrac{BC}{A}=\dfrac{1}{3}$，易得$\angle BOC=2\alpha$．设$BC=x$，则$AB=3x$，则$AC=2\sqrt{2}x$，作$CD\perp AB$于$D$，求出$CD=$(用含$x$的式子表示)，可求得

$\sin 2\alpha=\dfrac{CD}{OC}=$

(2)问题解决：已知，如图2，点M,N,P为⊙O上的三点，且$\angle P=\beta$，$\sin\beta=\dfrac{3}{5}$，求$\sin 2\beta$的值.

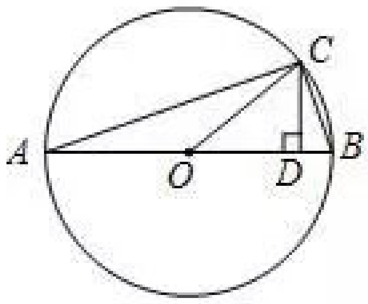


图1

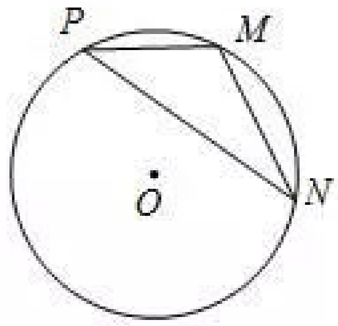
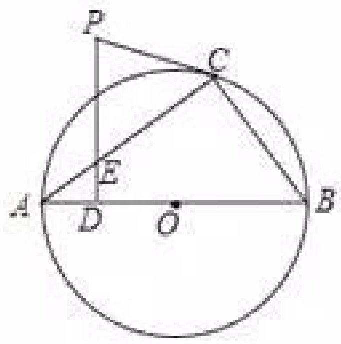


图2

24. 如图，△ABC内接于⊙O，AB是⊙O的直径，PC是⊙O的切线，C为切点，$PD\perp AB$于点D，交AC于点E.

(1)求证：$\angle PCE=\angle PEC$；

(2)若$AB=10$，$ED=\dfrac{3}{2}$，$\sin A=\dfrac{3}{5}$，求PC的长.



25. 阅读下面材料:

如图 1, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y_1=ax+b$ 与双曲线 $y_2=\dfrac{k}{x}$ 交于 $A(1,3)$ 和 $B(-3,-1)$ 两点.

观察图象可知: ①当 $x=-3$ 或 1 时, $y_1=y_2$;

②当 $-3<x<0$ 或 $x>1$ 时, $y_1>y_2$, 即通过观察函数的图象, 可以得到不等式 $ax+b>\dfrac{k}{x}$ 的解集

有这样一个问题: 求不等式 $x^3+4x^2-x-4>0$ 的解集.

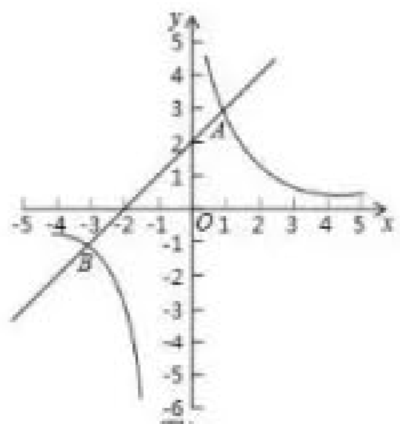


图1

某同学根据学习以上知识的经验, 对求不等式 $x^3+4x^2-x-4>0$ 的解集进行了探究.
下面是他的探究过程, 请将(2)、(3)、(4)补充完整:

(1)将不等式按条件进行转化

当 $x=0$ 时, 原不等式不成立;

当 $x>0$ 时, 原不等式可以转化为 $x^2+4x-1>\dfrac{4}{x}$;

当 $x<0$ 时, 原不等式可以转化为 $x^2+4x-1<\dfrac{4}{x}$;

(2)构造函数, 画出图象

设 $y_3=x^2+4x-1$, $y_4=\dfrac{4}{x}$, 在同一坐标系中分别画出这两个函数的图象.

双曲线 $y_4=\dfrac{4}{x}$ 如图 2 所示, 请在此坐标系中画出抛物线 $y_3=x^2+4x-1$; (不用列表)

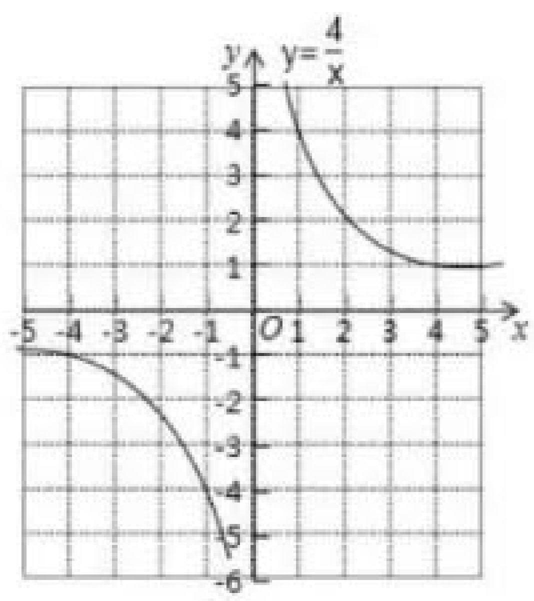


图2

(3)确定两个函数图象公共点的横坐标, 观察所画两个函数的图象, 猜想并通过代入函数解析式验证可知: 满足 $y_3=y_4$ 的所有 x 的值为__________;

(4)借助图象, 写出解集

结合(1)的讨论结果, 观察两个函数的图象可知: 不等式 $x^3+4x^2-x-4>0$ 的解集为__________

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=mx^2-8mx+16m-1\,(m>0)$ 与 x 轴的交点分别为 $A(x_1,\ 0)$，$B(x_2,0)$

(1) 求证：抛物线总与 x 轴有两个不同的交点；

(2) 若 $AB=2$，求此抛物线的解析式；

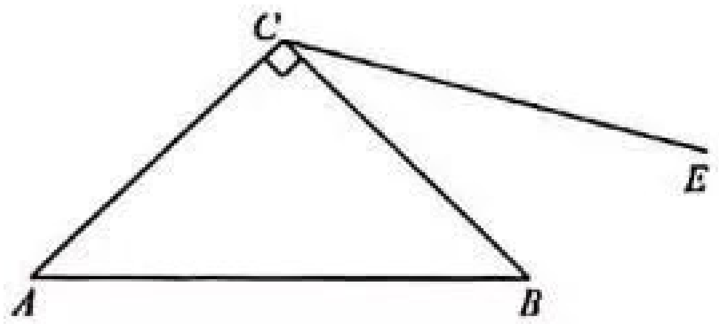
(3) 已知 x 轴上两点 $C(2,0)$，$D(5,0)$，若抛物线 $y=mx^2-8mx+16m-1\,(m>0)$ 与线段 CD 有交点，请写出 m 的取值范围.

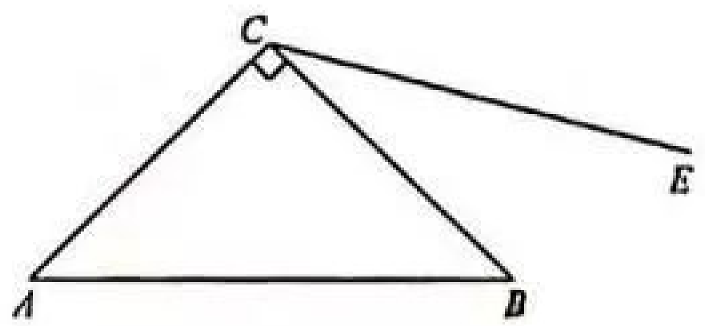
27. 如图，$Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$CA=CB$，过点 C 在 $\triangle ABC$ 外作射线 CE，且 $\angle BCE=\alpha$，点 B 关于 CE 的对称点为点 D，连接 AD，BD，CD，其中 AD，BD 分别交射线 CE 于点 M，N.

(1) 依题意补全图形；

(2) 当 $\alpha=30°$ 时，直接写出 $\angle CMA$ 的度数；

(3) 当 $0<\alpha<45°$ 时，用等式表示线段 AM，CN 之间的数量关系，并证明.





28. 对于平面直角坐标系 xOy 中的点 P 和线段 AB，其中 $A(t,0)$、$B(t+2,0)$ 两点，给出如下定义：若在线段 AB 上存在一点 Q，使得 P，Q 两点间的距离小于或等于 1，则称 P 为线段 AB 的伴随点.

(1) 当 $t=-3$ 时，

①在点 $P_1(1,1)$，$P_2(0,0)$，$P_3(-2,-1)$ 中，线段 AB 的伴随点是：

②在直线 $y=2x+b$ 上存在线段 AB 的伴随点 M、N，且 $MN=\sqrt{5}$，求 b 的取值范围；

(2) 线段 AB 的中点关于点 $(2,0)$ 的对称点是 C，将射线 CO 以点 C 为中心，顺时针旋转 $30°$ 得到射线 l，若射线 l 上存在线段 AB 的伴随点，直接写出 t 的取值范围.