



数学试卷

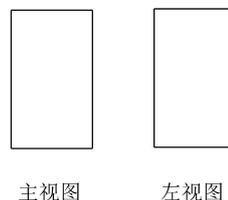
2019. 1

一、选择题（共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

下列各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的。

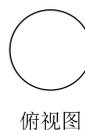
1. 右图是某个几何体的三视图，该几何体是

- (A) 圆柱 (B) 圆锥 (C) 长方体 (D) 三棱柱



2. 已知 $\angle A$ 为锐角，且 $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，那么 $\angle A$ 等于

- (A) 15° (B) 30° (C) 45° (D) 60°

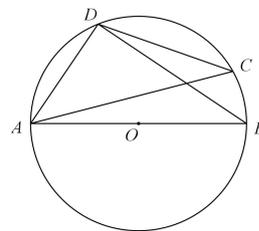


3. “瓦当”是中国古建筑中覆盖檐头筒瓦前端的遮挡，主要有防水、排水、保护木制飞檐和美化屋面轮廓的作用. 瓦当上的图案设计优美，字体行云流水，极富变化，是中国特有的文化艺术遗产. 下面“瓦当”图案中既是轴对称图形又是中心对称图形的是



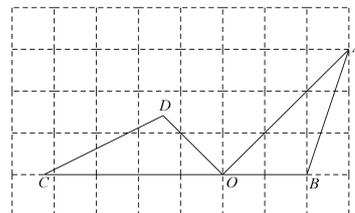
4. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， CD 是 $\odot O$ 的弦，如果 $\angle ACD = 34^\circ$ ，那么 $\angle BAD$ 等于

- (A) 34° (B) 46° (C) 56° (D) 66°



5. 如图，点 A 、 B 、 C 、 D 、 O 都在方格纸上，若 $\triangle COD$ 是由 $\triangle AOB$ 绕点 O 按逆时针方向旋转而得，则旋转的角度为

- (A) 30° (B) 45° (C) 90° (D) 135°



6. 若函数 $y = x^2 + 2x + m$ 的图象与 x 轴没有交点，则 m 的取值范围是

- (A) $m > 1$ (B) $m < 1$ (C) $m \leq 1$ (D) $m = 1$

7. 二次函数 $y = x^2 - 2x$ ，若点 $A(-1, y_1)$ ， $B(2, y_2)$ 是它图象上的两点，则 y_1 与 y_2 的大小关系是

- (A) $y_1 < y_2$ (B) $y_1 = y_2$ (C) $y_1 > y_2$ (D) 不能确定

8. 科学家为了推测最适合某种珍奇植物生长的温度，将这种植物分别放在不同温度的环境中，经过一定时间后，测试出这种植物高度的增长情况，部分数据如下表：

温度 $t/^\circ\text{C}$...	-5	-3	2	...
植物高度增长量 h/mm	...	34	46	41	...

科学家推测出 h (mm) 与 t 之间的关系可以近似地用二次函数来刻画。已知温度越适合，植物高度增长量越大，由此可以推测最适合这种植物生长的温度为

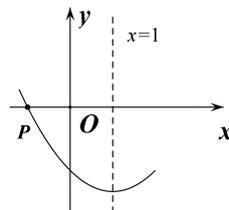
- (A) -2°C (B) -1°C (C) 0°C (D) 1°C

二、填空题 (共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分)

9. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过 $(-1, 2)$ ，则 k 的值为_____。

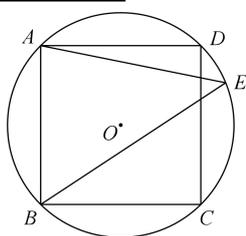
10. 请写出一个过点 $(0, 1)$ 的函数的表达式_____。

11. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的对称轴为 $x = 1$ ，点 P ，点 Q 是抛物线与 x 轴的两个交点，若点 P 的坐标为 $(-1, 0)$ ，则点 Q 的坐标为_____。



12. 在平面直角坐标系 xOy 中，若点 $B(-1, 2)$ 与点 A 关于原点 O 中心对称，则点 A 的坐标为_____。

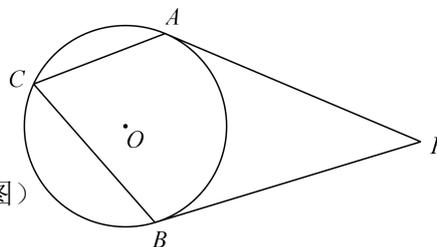
13. 如图，正方形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ， E 是劣弧 CD 上一动点，则 $\angle AEB =$ _____ $^\circ$ 。



(第 13 题图)

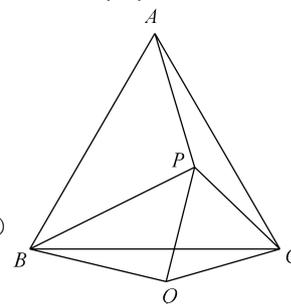
14. 圆心角为 60° 的扇形的半径为 3 cm，则这个扇形的弧长是_____ cm。

15. 如图， PA ， PB 分别与 $\odot O$ 相切于 A ， B 两点， C 是优弧 AB 上的一个动点，若 $\angle P = 40^\circ$ ，则 $\angle ACB =$ _____ $^\circ$ 。



(第 15 题图)

16. 如图，点 P 是等边三角形 ABC 内一点，将 CP 绕点 C 逆时针旋转 60° 得到 CQ ，连接 AP ， BP ， BQ ， PQ ，若 $\angle PBQ = 40^\circ$ ，下列结论：① $\triangle ACP \cong \triangle BCQ$ ；② $\angle APB = 100^\circ$ ；③ $\angle BPQ = 50^\circ$ ，其中一定成立的是 (填序号)。



(第 16 题图)



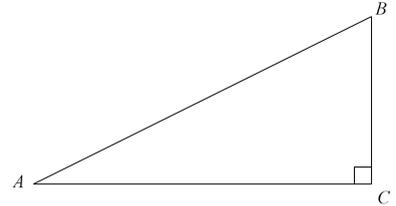
微信扫一扫，快速关注



三、解答题（共 6 道小题，每小题 5 分，共 30 分）

17. 计算： $2 \cos 30^\circ - \tan 60^\circ + \sin 30^\circ + \frac{1}{2} \tan 45^\circ$.

18. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\tan A = \frac{1}{2}$ ， $AC = 2$ ，求 AB 的长.



19. 已知：二次函数的表达式 $y = x^2 - 2x - 3$.

- (1) 用配方法将其化为 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式；
- (2) 画出这个二次函数的图象，并写出该函数的一条性质.

20. 尺规作图：如图， AD 为 $\odot O$ 的直径.

- (1) 求作： $\odot O$ 的内接正六边形 $ABCDEF$.（要求：不写作法，保留作图痕迹）；
- (2) 已知连接 DF ， $\odot O$ 的半径为 4，求 DF 的长.

小明的做法如下，请你帮助他完成解答过程.

在 $\odot O$ 中，连接 OF .

\because 正六边形 $ABCDEF$ 内接于 $\odot O$

$$\therefore \widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{DE} = \widehat{EF} = \widehat{FA}$$

$$\therefore \angle AOF = 60^\circ$$

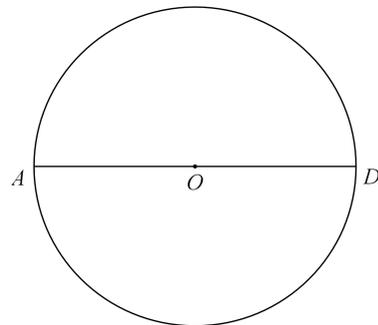
$$\therefore \angle ADF = \frac{1}{2} \angle AOF = 30^\circ \quad \text{_____} \quad (\text{填推理的依据})$$

$\because AD$ 为 $\odot O$ 直径

$$\therefore \angle AFD = 90^\circ$$

$$\because \cos 30^\circ = \frac{DF}{AD} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

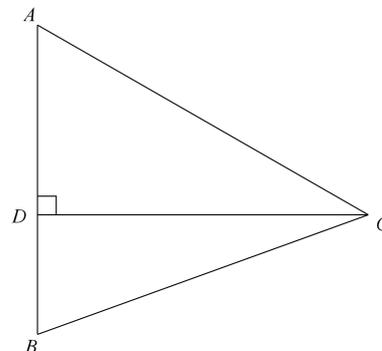
$$\therefore DF = \underline{\hspace{2cm}}.$$



21. 港珠澳大桥，从 2009 年开工建造，于 2018 年 10 月 24 日正式通车. 其全长 55 公里，连接港珠澳三地，集桥、岛、隧于一体，是世界上最长的跨海大桥.

下图是港珠澳大桥的海豚塔部分效果图，为了测得海豚塔斜拉索顶端 A 距离海平面的高度，先测出斜拉索底端 C 到桥塔的距离 (CD 的长) 约为 100 米，又在 C 点测得 A 点的仰角为 30° ，测得 B 点的俯角为 20° ，求斜拉索顶端 A 点到海平面 B 点的距离 (AB 的长).

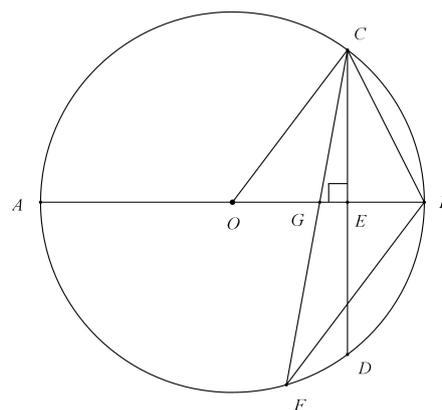
(已知 $\sqrt{3} \approx 1.73$, $\tan 20^\circ \approx 0.36$, 结果精确到 0.1)



22. 如图，在 $\odot O$ 中， AB 是直径， CD 是弦， $AB \perp CD$ 于点 E ， $BF \parallel OC$ ，连接 BC 和 CF ， CF 交 AB 于点 G .

(1) 求证： $\angle OCF = \angle BCD$ ；

(2) 若 $CD=4$ ， $\tan \angle OCF = \frac{1}{2}$ ，求 $\odot O$ 半径的长.



微信扫一扫，快速关注

四、解答题（共 4 道小题，每小题 6 分，共 24 分）

23. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = 2x + b$ 的图象与 x 轴的交点为 $A(2, 0)$ ，与 y 轴的交点为 B ，直线 AB 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象交于点 $C(-1, m)$ 。

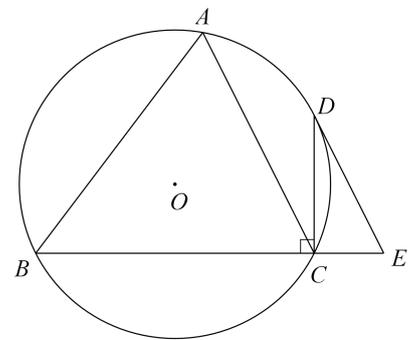
(1) 求一次函数和反比例函数的表达式；

(2) 点 P 是这个反比例函数图象上的点，过点 P 作 $PM \perp x$ 轴，垂足为点 M ，连接 OP, BP ，当 $S_{\triangle ABM} = 2S_{\triangle OMP}$ 时，请直接写出点 P 的坐标。

24. 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ，过点 C 作 BC 的垂线交 $\odot O$ 于 D ，点 E 在 BC 的延长线上，且 $\angle DEC = \angle BAC$ 。

(1) 求证： DE 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $AC \parallel DE$ ，当 $AB = 8, CE = 2$ 时，求 $\odot O$ 直径的长。



25. 有这样一个问题:

如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 的内切圆与斜边 AB 相切于点 D , $AD = m$, $BD = n$, 求 $\triangle ABC$ 的面积 (用含 m , n 的式子表示).

小冬根据学习几何的经验, 先从特殊情况开始探究:

解: 如图, 令 $AD = 3$, $BD = 4$,

设 $\triangle ABC$ 的内切圆分别与 AC 、 BC 相切于点 E 、 F , CE 的长为 x .

根据切线长定理, 得 $AE = AD = 3$, $BF = BD = 4$, $CF = CE = x$.

根据勾股定理得, $(x+3)^2 + (x+4)^2 = (3+4)^2$.

整理, 得 $x^2 + 7x = 12$

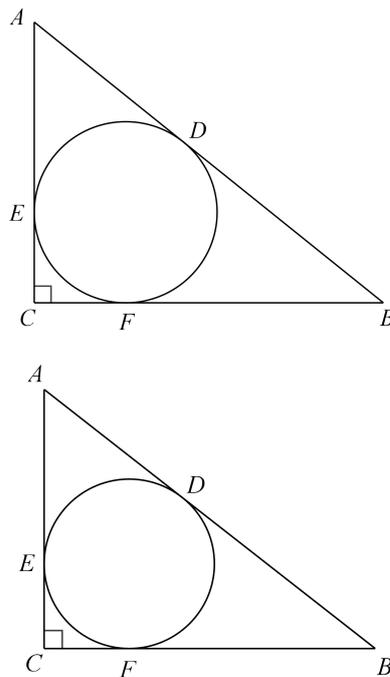
$$\text{所以 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} (x+3)(x+4)$$

$$= \frac{1}{2} (x^2 + 7x + 12) = \frac{1}{2} \times (12 + 12) = 12$$

请你参考小冬的做法.

解决以下问题: (1) 当 $AD = 5$, $BD = 7$ 时, 求 $\triangle ABC$ 的面积;

(2) 当 $AD = m$, $BD = n$ 时, 直接写出求 $\triangle ABC$ 的面积 (用含 m , n 的式子表示) 为_____.



第 (1) 问图

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = mx^2 - 4mx + 4m - 2$ 的顶点为 M .

(1) 顶点 M 的坐标为_____.

(2) 横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 若 $MN \parallel y$ 轴且 $MN = 2$.

①点 N 的坐标为_____;

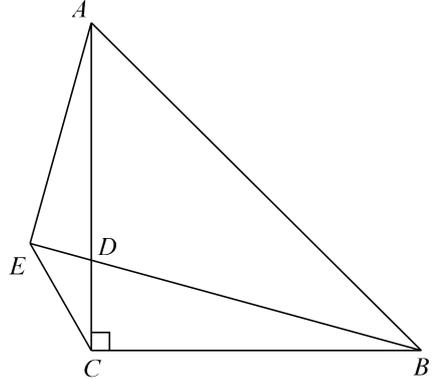
②过点 N 作 y 轴的垂线 l , 若直线 l 与抛物线交于 P 、 Q 两点, 该抛物线在 P 、 Q 之间的部分与线段 PQ 所围成的区域 (包括边界) 恰有七个整点, 结合函数图象, 求 m 的取值范围.



五、解答题（共 2 道小题，每小题 7 分，共 14 分）

27. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AC = BC$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， D 为 AC 上一点（与点 A ， C 不重合），连接 BD ，过点 A 作 $AE \perp BD$ 的延长线于 E 。

- (1) ①在图中作出 $\triangle ABC$ 的外接圆 $\odot O$ ，并用文字描述圆心 O 的位置；
②连接 OE ，求证：点 E 在 $\odot O$ 上；
- (2) ①延长线段 BD 至点 F ，使 $EF = AE$ ，连接 CF ，根据题意补全图形；
②用等式表示线段 CF 与 AB 的数量关系，并证明。



28. 在平面直角坐标系 xOy 中，给出如下定义：若点 P 在图形 M 上，点 Q 在图形 N 上，如果 PQ 两点间的距离有最小值，那么称这个最小值为图形 M ， N 的“近距离”，记为 $d(M, N)$ 。特别地，当图形 M 与图形 N 有公共点时， $d(M, N) = 0$ 。

已知 $A(-4, 0)$ ， $B(0, 4)$ ， $C(-2, 0)$ ，

- (1) $d(\text{点 } A, \text{点 } B) = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $d(\text{点 } A, \text{线段 } BC) = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) $\odot O$ 半径为 r ，
 - ① 当 $r = 1$ 时，求 $\odot O$ 与线段 AB 的“近距离” $d(\odot O, \text{线段 } AB)$ ；
 - ② 若 $d(\odot O, \triangle ABC) = 1$ ，则 $r = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (3) D 为 x 轴上一点， $\odot D$ 的半径为 1，点 B 关于 x 轴的对称点为点 B' ， $\odot D$ 与 $\angle BAB'$ 的“近距离” $d(\odot D, \angle BAB') < 1$ ，请直接写出圆心 D 的横坐标 m 的取值范围。