



2022 北京通州初二（下）期末

数 学

一、选择题（本题共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分）下列各题四个选项中，只有一个符合题意

1. 下列图形均表示医疗或救援的标识，其中既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



医疗废物



中国红十字会



医疗卫生服务机构



国际急救

2. 一元二次方程 $x^2 - 3x - 4 = 0$ 的二次项系数、一次项系数、常数项分别是（ ）

- A. 1, 3, -4 B. 0, 3, 4 C. 0, -3, 4 D. 1, -3, -4

3. 在下列条件中，能判定四边形为矩形的是（ ）

- A. 两组对边分别平行 B. 四个内角度数相等 C. 对角线长度相等 D. 对角线互相垂直

4. 如果 $a^2 + 2a = 0$ ，那么 a 的值是（ ）

- A. 0 B. 2 C. 0, 2 D. 0, -2

5. 某少年军校准备从甲、乙、丙三位同学中选拔一人参加全市射击比赛. 在选拔比赛中，三个人 10 次射击成绩的统计结果如下表.

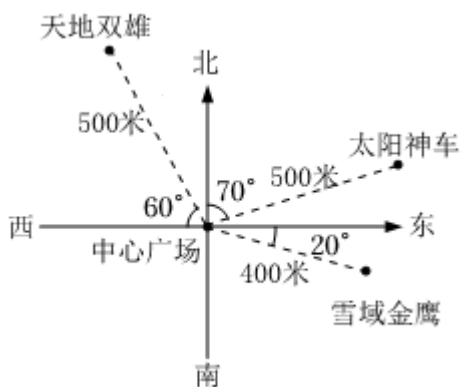
同学	最高水平/环	平均数/环	中位数/环	方差
甲	10	8.3	8.5	1.5
乙	10	8.3	8.5	2.8
丙	10	8.3	8.5	3.2

经比较，推荐甲参加比赛，理由是甲的（ ）

- A. 最高水平较高 B. 平均水平较高 C. 成绩好 次数较多 D. 射击技术稳定



6. 在某游乐场，以中心广场为观测点，若有序数对 $(500, 20^\circ)$ 表示图中“太阳神车”的位置，有序数对 $(400, 340^\circ)$ 表示图中“雪域金翅”的位置，则与图中“天地双雄”位置对应的有序数对为（ ）

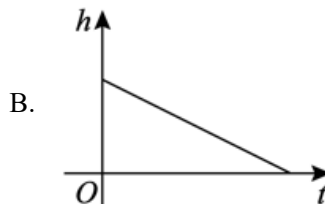
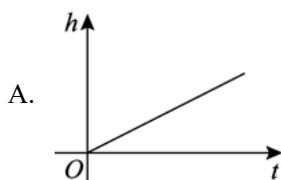


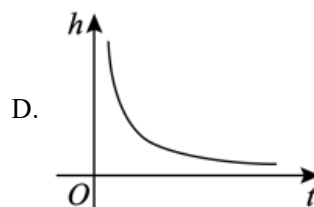
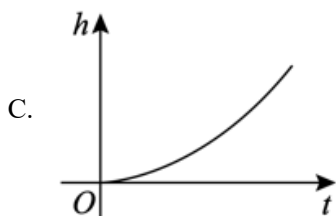
- A. $(500, 60^\circ)$ B. $(500, 120^\circ)$ C. $(500, 100^\circ)$ D. $(400, 20^\circ)$

7. 对频数分布直方图的下列认识，不正确的是（ ）

- A. 每小组条形图的横宽等于这组的组距 B. 每小组条形图的纵高等于这组的频数
C. 每小组条形图的面积等于这组的频率 D. 所有小组条形图的个数等于数据分组整理的组数

8. 如图，中国国家博物馆收藏了元代制作的计时工具“铜壶滴漏”，这是目前发现形制最大、最完备的一个多级滴漏，从1316年使用到1919年，一直为人民报时、计时。从上至下的四个铜壶依次名为“日壶”、“月壶”、“星壶”、“受水壶”，通过多级滴漏，使得“星壶”中的水可以匀速滴入圆柱形的“受水壶”中，“受水壶”中带有刻度的木箭随着水位匀速上移，对准标尺就能读出相应的时间。在一天中，“受水壶”中的水面高度 h 与时间 t 的函数图象可能是（ ）





二、填空题（共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分）

9. 如果一个多边形的内角和等于 720° ，那么这个多边形的边数是_____.

10. 在平面直角坐标系 xOy 中有一点 $A(0,-1)$ ，请你写出一个一次函数表达式，使得这个一次函数的图象经过点 A ．这个表达式为：_____.

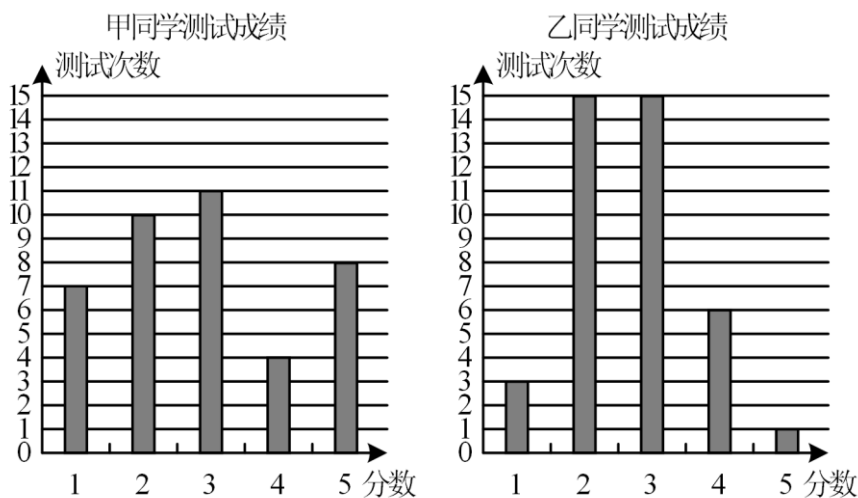
11. 若关于 x 的方程 $x^2 - 6x + c = 0$ 有两个相等的实数根，则 c 的值为_____.

12. 若 $A(2, y_1)$ ， $B(-3, y_2)$ 是一次函数 $y = -2x + 1$ 的图象上的两个点，则 y_1 与 y_2 的大小关系是 y_1 _____ y_2 （“>”，“=” 或 “<”）.

13. 在菱形 $ABCD$ 中，两条对角线 $AC=8$ ， $BD=6$ ，则此菱形的高为_____.

14. 某注册平台三月份新注册用户为 653 万，五月份新注册用户为 823 万，设四、五两个月新注册用户每月平均增长率为 x ，则列出的方程是_____.

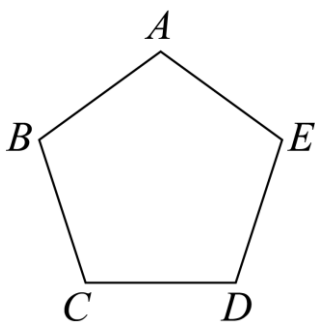
15. 寒假期间，滑雪冬令营 同学们都参加了“单板滑雪”这个项目的 40 次的训练测试，每次测试成绩分别为 5 分，4 分，3 分，2 分，1 分五档，甲、乙两位同学在这个项目的测试成绩统计结果如图所示：



结合图中数据，请你从平均数、众数、中位数、方差中选择一方面评论一下两位同学的滑雪成绩

_____.

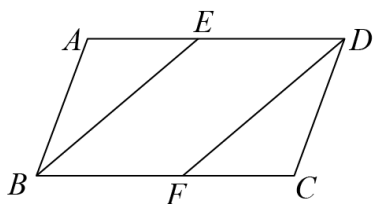
16. 如图五边形 $ABCDE$ 中， $AB = BC = CD = DE = EA$ ， $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = \angle E$ ．将它放入某平面直角坐标系后，若顶点 A ， B ， C ， D 的坐标分别是 $(0,a)$ ， $(-3,2)$ ， (b,m) ， (c,m) ，则点 E 的坐标是_____.



三、解答题（共 11 小题，17-25 题，每小题 6 分，26，27 每小题 7 分，共 68 分）

17. 解方程： $x^2 - 6x - 16 = 0$

18. 如图，在 $\square ABCD$ 中， E, F 分别在 AD, BC 上，且 $AE=CF$ ，连结 BE, DF 。求证： $BE=DF$ 。



19. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + m + 2 = 0$ 有两个不相等的实数根。

- (1) 求 m 的取值范围；
- (2) 若 m 为正整数，求此时方程的根。

20. 已知一次函数 $y_1 = kx + 2$ 的图象与 x 轴交于点 $B(-2, 0)$ ，与正比例函数 $y_2 = mx$ 的图象交于点 $A(1, a)$ 。

- (1) 分别求 k, m 的值；
- (2) 点 C 为 x 轴上一动点，如果 $\triangle ABC$ 面积是 6，请求出点 C 的坐标。

21. 已知：线段 AC ，以线段 AC 为对角线，求作：矩形 $ABCD$ 。



小明的作法如下。

作法：

- ① 分别以点 A, C 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AC$ 的同样长为半径作弧，两弧分别交于点 M, N ；
- ② 作直线 MN ，交 AC 于点 O ；③ 以点 O 为圆心，以 AO 长为半径作圆；④ 作圆 O 的直径 BD （异于直径 AC ）；⑤ 连接 AB, BC, CD, DA 所以四边形 $ABCD$ 即为所求作的矩形。

- (1) 请你用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；
- (2) 完成下面的证明。

证明： $\because AM = CM, AN = CN$

$\therefore MN$ 是线段 AC 的垂直平分线（_____）

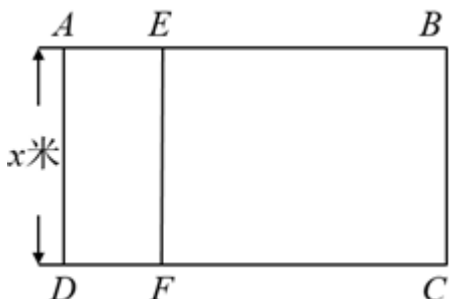


∴点 O 为线段 AC 的中点.

∴ $AO = CO$, 又 ∵ $BO = DO = AO = CO$, ∴ $AC = BD$

∴ 四边形 $ABCD$ 是矩形 () (填推理的依据).

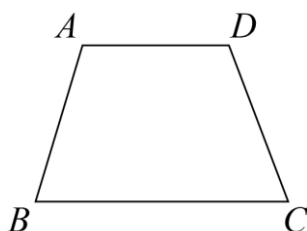
22. 用长为 6 米的铝合金条制成如图所示的矩形窗框, 其中 $EF \parallel AD \parallel BC$, 设窗框的高度为 $AD = x$ 米.



(1) 设窗框宽度 AB 为 y 米, 则 $y =$ _____ 米 (用含 x 的代数式表示);

(2) 当窗户的透光面积为 1.5 平方米时, 请你计算出窗框的高和宽分别是多少米 (铝合金条的宽度忽略不计)

23. 只有一组对边平行的四边形叫做梯形, 平行的两条边叫做梯形的底, 不平行的两条边叫做梯形的腰; 两腰相等的梯形叫做等腰梯形, 如图, 四边形 $ABCD$ 是等腰梯形, 请你结合我们学习四边形的经验, 猜想并证明等腰梯形的一条性质.



(1) 文字描述性质 _____;

(2) 证明过程

已知: _____

求证: _____

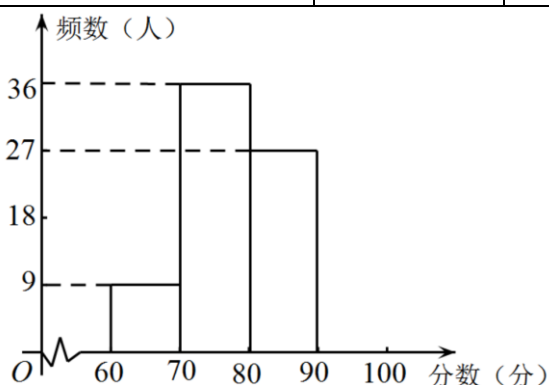
证明:

24. 秋季新学期开学时, 某中学对七年级新生掌握“中学生日常行为规范”的情况进行了知识测试, 测试成绩全部合格, 现学校随机选取了部分学生的成绩, 整理并制作成了如下不完整的图表:

分数段	频数	频率
$60 \leq x < 70$	9	a
$70 \leq x < 80$	36	0.4
$80 \leq x < 90$	27	0.3



$90 \leq x < 100$	b	0.2
-------------------	-----	-----



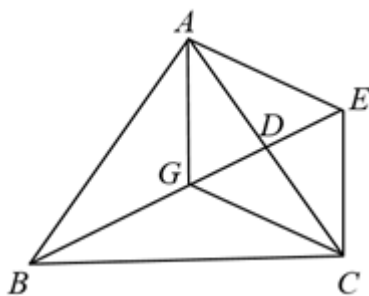
请根据上述统计图表，解答下列问题：

(1) 在表中， $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 补全频数分布直方图；

(3) 根据以上的数据，如果90分以上（含90分）算做优秀，该学校有七年级学生1000名，请你估算一下该学校七年级学生成绩优秀的人数。

25. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点D为AC中点。过点C作 $CE \perp BC$ ，交射线BD于点E，连接AE，点G为BE中点，连接GA，GC。



(1) 求证：四边形AECG是平行四边形；

(2) 请你直接写出当 $\triangle ABC$ 满足什么条件时，四边形AECG为菱形。

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = x - b$ 与 $y = kx + 4$ 的交点为点 $A(3, 1)$ 。

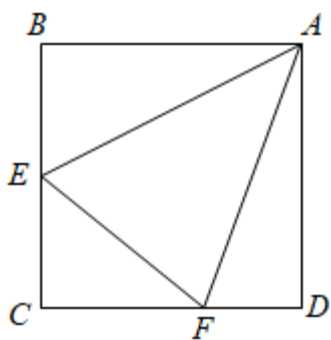
(1) 求 k ， b 的值；

(2) 已知点 $P(n, n)$ ，经过P作平行于x轴的直线，交直线 $y = x - b$ 于点M，过P点作平行于y轴的直线，交直线 $y = kx + 4$ 于点N。

①当 $n = 1$ 时，判断线段PM与PN的数量关系，并说明理由；

②若 $PN \geq PM$ ，结合函数的图象，直接写出n的取值范围。

27. 已知点E，F分别是正方形ABCD的边BC，CD上的动点，并且保持 $\angle EAF = 45^\circ$ ，请你证明 $\triangle CEF$ 的周长是一个只与正方形ABCD边长有关的定值。





参考答案

一、选择题（本题共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分）下列各题四个选项中，只有一个符合题意

1. 【答案】C

【解析】

【分析】根据轴对称及中心对称图形的定义逐一判断即可得答案.

【详解】A.是轴对称图形，但不是中心对称图形，故该选项不符合题意，

B.是轴对称图形，但不是中心对称图形，故该选项不符合题意，

C.是轴对称图形，又是中心对称图形，故该选项符合题意，

D.既不是轴对称图形，又不是中心对称图形，故该选项不符合题意，

故选：C.

【点睛】本题考查轴对称图形及中心对称图形的概念，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后能完全重合；中心对称图形的关键是寻找对称中心，图形绕对称中心旋转 180° 后，两部分能够完全重合；熟练掌握定义是解题关键.

2. 【答案】D

【解析】

【分析】根据一元二次方程的一般形式： $ax^2+bx+c=0$ （ a, b, c 是常数且 $a \neq 0$ ）中， ax^2 叫二次项， bx 叫一次项， c 是常数项. 其中 a, b, c 分别叫二次项系数，一次项系数，常数项，直接进行判断即可.

【详解】解：一元二次方程 $x^2 - 3x - 4 = 0$ 的二次项系数、一次项系数、常数项分别是 1, -3, -4.

故选：D.

【点睛】本题主要考查了一元二次方程的一般形式. 注意在说明二次项系数，一次项系数，常数项时，一定要带上前面的符号.

3. 【答案】B

【解析】

【分析】根据矩形的性质逐项判断即可.

【详解】A 项，两组对边分别平行可证明四边形为平行四边形，无法确定其为矩形，故 A 项不符合题意；

B、四边形的内角和为 360° ，四个内角相等，则四个内角都为 90° ，即可判断四边形为矩形，故 B 项符合题意；

C、等腰梯形的对角线也相等，故此项说法无法判断四边形为矩形，故 C 项不符合题意；

D、菱形的对角线相互垂直，即对角线相互垂直的四边形可以不是矩形，故 D 项不符合题意；

故选：B.

【点睛】本题主要考查了矩形的判定，掌握矩形的判定、平行四边形的性质、菱形的性质等知识是解答本题的关键.

4. 【答案】D



【解析】

【分析】利用因式分解法求解即可.

【详解】解: $\because a^2 + 2a = 0$,

$$\therefore a(a+2) = 0,$$

即 $a = 0$ 或 $a = -2$,

故选: D.

【点睛】本题考查因式分解法解一元二次方程. 能正确对等式左边分解因式是解题关键.

5. **【答案】**D

【解析】

【分析】由最高水平, 平均数, 中位数相同的情况下可比较方差大小取最小的最稳定即可.

【详解】解: 甲、乙、丙三位同学高水平环数相同, 平均数相同, 中位数相同, 甲方差 $<$ 乙方差 $<$ 丙方差,

\therefore 甲射击技术在三人中最稳定, 根据射击技术稳定推荐甲参加比赛.

故选择 D.

【点睛】本题考查最高水平, 平均数, 中位数, 方差, 掌握最高水平, 平均数, 中位数, 用方差进行决策是解题关键.

6. **【答案】**B

【解析】

【分析】根据“太阳神车”与“雪域金翅”的位置结果找到位置的表示方法, 即可求解.

【详解】 \because “太阳神车”的位置为 $(500, 20^\circ)$, “雪域金翅”的位置为 $(400, 340^\circ)$,

\therefore 可知有序数对的第一个值为: 目标距离观测点中心广场的距离, 第二个值为: 目标与观测点中心广场的连线与正东方向的旋转角度度数,

\therefore 根据图形可知, “天地双雄”距离观测点中心广场的距离为: 500, “天地双雄”与观测点中心广场的连线与正东方向的旋转角度度数为 120° ,

即有序数对为 $(500, 120^\circ)$,

故选: B.

【点睛】本题考查了用有序数对表示位置的知识, 理解题意是解答本题的关键.

7. **【答案】**C

【解析】

【分析】根据频数分布直方图的特点, 可以判断各个选项中的结论是否正确.

【详解】解: 在频数分布直方图中, 每小组条形图的横宽等于这组的组距, 故选项 A 正确;

在频数分布直方图中, 每小组条形图的纵高等于这组的频数, 故选项 B 正确;

在频数分布直方图中, 每小组条形图的面积等于组距和频数的乘积, 而频率 = 频数 \div 数据的总个数, 故选项 C 错误;

在频数分布直方图中, 所有小组条形图的个数等于数据分组整理的组数, 故选项 D 正确;



故选：C.

【点睛】本题考查频数分布直方图，解答本题的关键是明确频数分布直方图的特点.

8. 【答案】A

【解析】

【分析】根据“星壶”中的水可以匀速滴入圆柱形的“受水壶”中，“受水壶”中带有刻度的木箭随着水位匀速上移，对准标尺就能读出相应的时间可得出 h 与 t 成正比例关系，由此即可得.

【详解】解：由题意得：高度 h 与时间 t 成正比例关系，
观察四个选项可知，只有选项 A 的函数图象符合，

故选：A.

【点睛】本题考查了正比例函数的图象，正确判断出高度 h 与时间 t 成正比例关系是解题关键.

二、填空题（共 8 个小题，每小题 2 分，共 16 分）

9. 【答案】6

【解析】

【分析】 n 边形的内角和可以表示成 $(n-2) \cdot 180^\circ$ ，设这个多边形的边数是 n ，就得到方程，从而求出边数即可.

【详解】解：设这个多边形的边数是 n ，
则 $(n-2) \cdot 180^\circ = 720^\circ$ ，

解得： $n=6$ ，

则这个多边形的边数是 6.

故答案为：6.

【点睛】本题主要考查多边形的内角和定理，解题的关键是熟练掌握 n 边形的内角和公式 $(n-2) \times 180$.

10. 【答案】 $y = 2x - 1$ （答案不唯一）

【解析】

【分析】一次函数 $y = kx + b$ 经过 $A(0, -1)$ ，说明 $b = -1$ ，只需要随便给一个不为 0 的 k 的值即可.

【详解】解：符合题意的一次函数可为 $y = 2x - 1$ ，
故答案为： $y = 2x - 1$ （答案不唯一）.

【点睛】本题考查求一次函数解析式，本题中能根据函数与坐标轴交点 $A(0, -1)$ 得出 b 的值是解题关键.

11. 【答案】9

【解析】

【分析】根据一元二次方程根的判别式进行计算即可得到答案.

【详解】解： $\Delta = (-6)^2 - 4c = 0$ ，解得 $c = 9$ ，
故答案为 9.

【点睛】本题考查一元二次方程根的判别式，根据根的情况列出方程是解题的关键.

12. 【答案】<



【解析】

【分析】根据一次函数的增减性作出判断即可.

【详解】解: \because 一次函数 $y = -2x + 1$ 中 $k = -2 < 0$,

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小,

$\therefore 2 > -3$,

$\therefore y_1 < y_2$.

故答案为: $<$.

【点睛】本题主要考查了一次函数的增减性, 熟练掌握一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$, 当 $k > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大, 当 $k < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小, 是解题的关键.

13. 【答案】 $\frac{24}{5}$

【解析】

【分析】设菱形的对角线交于 O 点, 根据菱形的对角线互相垂直平分求出 OA 、 OB , 并根据勾股定理求出 AB , 再根据菱形的面积等于底 \times 高或对角线乘积的一半求解即可.

【详解】设菱形的对角线交于 O 点

\because 四边形 $ABCD$ 是菱形, $AC = 8$, $BD = 6$,

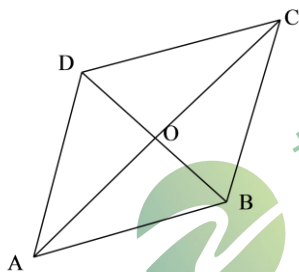
$\therefore AC \perp BD$, $OA = \frac{1}{2} AC = 4$, $OB = \frac{1}{2} BD = 3$

$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = 5$

$S_{\text{菱形} ABCD} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 5 \times \text{高}$

\therefore 菱形的高 $= \frac{24}{5}$

故答案为: $\frac{24}{5}$



【点睛】本题考查 是菱形的性质及菱形的面积, 掌握菱形的面积的两种计算方法是关键.

14. 【答案】 $653(1+x)^2 = 823$

【解析】

【分析】设四、五两个月新注册用户每月平均增长率为 x , 根据等量关系式: 根据三月份新注册用户数 \times



$(1+\text{平均增长率})^2 = \text{五月份新注册用户数}$ ，列出方程即可。

【详解】解：设四、五两个月新注册用户每月平均增长率为 x ，根据题意得：

$$653(1+x)^2 = 823.$$

故答案为： $653(1+x)^2 = 823$ 。

【点睛】本题主要考查了一元二次方程的应用，找出题目中的等量关系式，是解题的关键。

15. 【答案】从平均数看甲同学成绩好（或从中位数看两个同学的成绩一样或从方差看乙的成绩稳定）。答案不唯一

【解析】

【分析】可以分别求出甲、乙两个同学的平均数、中位数和方差进行分析即可。

【详解】解：情况一：甲的平均数为： $x_{\text{甲}} = \frac{1 \times 7 + 2 \times 10 + 3 \times 11 + 4 \times 4 + 5 \times 8}{40} = 2.9$ ，

乙的平均数为： $x_{\text{乙}} = \frac{1 \times 3 + 2 \times 15 + 3 \times 15 + 4 \times 6 + 5 \times 1}{40} = 2.675$ ，

$\therefore 2.9 > 2.675$ ，

\therefore 从平均数看甲同学成绩好。

情况二：甲的中位数为3，乙的中位数为3，因此从中位数看两个同学的成绩一样。

情况三：甲的方差为：

$$S_{\text{甲}}^2 = \frac{1}{40} [7(1-2.9)^2 + 10(2-2.9)^2 + 11(3-2.9)^2 + 4(4-2.9)^2 + 8(5-2.9)^2] = 1.84,$$

$$S_{\text{乙}}^2 = \frac{1}{40} [3(1-2.675)^2 + 15(2-2.675)^2 + 15(3-2.675)^2 + 6(4-2.675)^2 + (5-2.675)^2] \approx 0.82,$$

$\therefore 1.84 > 0.82$ ，

\therefore 从方差看乙的成绩稳定。

故答案为：从平均数看甲同学成绩好（或从中位数看两个同学的成绩一样或从方差看乙的成绩稳定）。答案不唯一

【点睛】本题主要考查了通过平均数、中位数、方差作出决策，解题的关键是求出两位同学的平均数、中位数和方差。

16. 【答案】(3,2)

【解析】

【分析】连接 BE ，过 A 点作 $AF \perp CD$ ，与 BE 交于 H ，根据 $C、D$ 纵坐标相等，可得 $CD \parallel x$ 轴，再根据 A 点的横坐标为 0，可得线段 AF ，根据多边形的内角和定理和等腰三角形的性质可得 $\angle CBE + \angle C = 180^\circ$ ，从而可证明 CD 和 BE 平行，由此可得 $AH \perp BE$ ，继而可得 $B、E$ 关于 y 轴对称，从而得出 E 点坐标。

【详解】解：连接 BE ，过 A 点作 $AF \perp CD$ ，与 BE 交于 H ，

$\therefore C(b, m), D(c, m)$

$\therefore CD \parallel x$ 轴，



$\therefore A(0, a)$,

\therefore 线段 AF 在 y 轴上,

$\therefore \angle BAE = \angle ABC = \angle C = \angle D = \angle AED$,

$\therefore \angle BAE = \angle ABC = \angle C = \angle D = \angle AED = \frac{(5-2) \times 180^\circ}{5} = 108^\circ$

$\therefore AB=AE$,

$\therefore \angle ABE = \angle AEB = \frac{180^\circ - \angle BAE}{2} = 36^\circ$,

$\therefore \angle CBE = \angle ABC - \angle ABE = 72^\circ$,

$\therefore \angle CBE + \angle C = 180^\circ$,

$\therefore BE \parallel CD$,

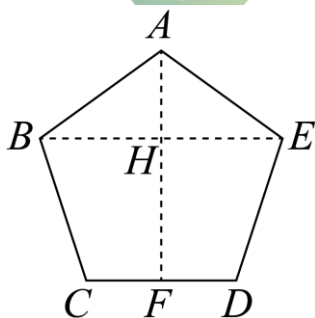
$\therefore AH \perp BE$,

$\therefore BH=HE$, 即 B 、 E 关于 y 轴对称,

$\therefore B(-3, 2)$,

$\therefore E(3, 2)$,

故答案为: $(3, 2)$.



【点睛】 本题考查多边形的内角和定理, 平行线的性质和判定, 等腰三角形的性质, 轴对称的性质, 坐标与图形等. 能正确构造辅助线, 证得 B 、 E 关于 y 轴对称是解题关键.

三、解答题 (共 11 小题, 17-25 题, 每小题 6 分, 26, 27 每小题 7 分, 共 68 分)

17. **【答案】** $x_1 = 8, x_2 = -2$;

【解析】

【分析】 解此一元二次方程选择因式分解法最简单, 因为 $-16 = -8 \times 2$, $-6 = -8 + 2$, 所以 $x^2 - 6x - 16 = (x - 8)(x + 2)$, 这样即达到了降次的目的.

【详解】 解: 原方程变形为 $(x - 8)(x + 2) = 0$

$x - 8 = 0$ 或 $x + 2 = 0$

$\therefore x_1 = 8, x_2 = -2$.

【点睛】 一元二次方程的解法有: 配方法, 公式法和因式分解法, 解题时要注意选择合适的解题方法.

18. **【答案】** 详见解析

【解析】



【分析】根据平行四边形性质得出 $AD \parallel BC$, $AD=BC$, 求出 $DE=BF$, $DE \parallel BF$, 得出四边形 $DEBF$ 是平行四边形, 根据平行四边形的性质推出即可.

【详解】 \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD \parallel BC, AD=BC,$$

$$\therefore AE=CF,$$

$$\therefore DE=BF, DE \parallel BF,$$

\therefore 四边形 $DEBF$ 是平行四边形,

$$\therefore BE=DF.$$

【点睛】本题考查了平行四边形的性质和判定; 熟练掌握平行四边形的性质, 证明四边形 $DEBF$ 是平行四边形是解决问题的关键.

19. 【答案】(1) $m < 2$; (2) $x_1 = 1, x_2 = 3$

【解析】

【分析】(1) 根据判别式即可求出答案.

(2) 根据 m 的范围可知 $m=1$, 代入原方程后根据一元二次方程的解法即可求出答案.

【详解】解: (1) \because 方程 $x^2 - 4x + m + 2 = 0$ 有两个不相等的实数根,

$$\therefore \Delta = 4^2 - 4(m+2) = 8 - 4m > 0,$$

$$\therefore m < 2.$$

(2) $\because m$ 为正整数, 且 $m < 2$,

$$\therefore m = 1.$$

当 $m=1$ 时, 方程为 $x^2 - 4x + 3 = 0$,

$$\therefore x_1 = 1, x_2 = 3.$$

【点睛】本题考查一元二次方程, 解题的关键是熟练运用一元二次方程的解法, 本题属于基础题型.

20. 【答案】(1) $k=1, m=3$; (2) 点 C 的坐标为 $(2,0)$ 或 $(-6,0)$

【解析】

【分析】(1) 将 $B(-2,0)$ 代入 $y_1 = kx + 2$ 中, 即可求出 k 的值, 再根据与正比例函数 $y_2 = mx$ 的图象交于点 $A(1,a)$, 可求出点 A 的坐标, 即可求出 m 的值;

(2) 设点 C 的坐标为 $(n,0)$, 过点 A 作 $AD \perp x$ 轴, 垂足为点 D , 根据 $\triangle ABC$ 的面积是 6 得出关于 n 的方程, 求解即可.

【详解】解: (1) \because 一次函数 $y_1 = kx + 2$ 的图象与 x 轴交于点 $B(-2,0)$,

$$\therefore -2k + 2 = 0$$

$$\therefore k = 1$$

$$\therefore y_1 = x + 2$$

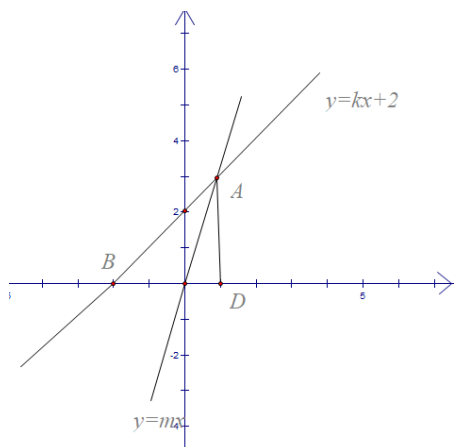
\because 一次函数 $y_1 = x + 2$ 的图象与正比例函数 $y_2 = mx$ 的图象交于点 $A(1,a)$,



$$\therefore a = 1 + 2, \quad a = m,$$

$$\therefore m = 3;$$

(2) 设点 C 的坐标为 $(n, 0)$, 过点 A 作 $AD \perp x$ 轴, 垂足为点 D .



$\therefore \triangle ABC$ 的面积是 6,

$$\therefore \frac{1}{2} BC \cdot AD = 6$$

$$\therefore \frac{1}{2} |n - (-2)| \times 3 = 6$$

$$\therefore n = 2 \text{ 或 } n = -6$$

\therefore 点 C 的坐标为 $(2, 0)$ 或 $(-6, 0)$

或过点 A 作 $AD \perp x$ 轴, 垂足为点 D .

$\therefore \triangle ABC$ 的面积是 6,

$$\therefore \frac{1}{2} BC \cdot AD = 6$$

$$\therefore \frac{1}{2} BC \times 3 = 6$$

$$\therefore BC = 4,$$

\therefore 点 B 的坐标为 $(-2, 0)$,

\therefore 点 C 的坐标为 $(2, 0)$ 或 $(-6, 0)$.

【点睛】 本题主要考查待定系数法求函数解析式, 以及一次函数与几何问题, 根据待定系数法求出函数解析式以及求出各点坐标是解题的关键.

21. **【答案】** (1) 见解析 (2) 到线段两个端点距离相等的点在线段的垂直平分线上; 对角线互相平分且相等的四边形是矩形

【解析】

【分析】 (1) 根据要求作出图形即可;

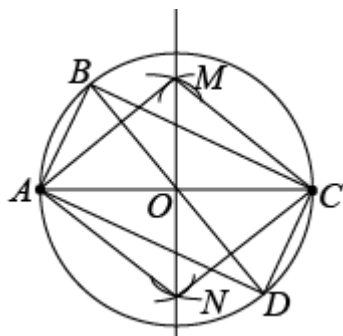
(2) 根据线段垂直平分线定理的逆定理, 由 $AM = CM$, $AN = CN$, 可知 MN 是线段 AC 的垂直平分线, 根据对角线互相平分且相等的四边形是矩形, 由 $BO = DO = AO = CO$, 得出 $AC = BD$, 即可证明



四边形 $ABCD$ 为矩形.

【小问 1 详解】

解：矩形 $ABCD$ 即为所求作的矩形，如图所示：



【小问 2 详解】

证明：∵ $AM = CM$ ， $AN = CN$ ，

∴ MN 是线段 AC 垂直平分线（到线段两个端点距离相等的点在线段的垂直平分线上）

∴ 点 O 为线段 AC 的中点，

∴ $AO = CO$ ，

又∵ $BO = DO = AO = CO$ ，

∴ $AC = BD$

∴ 四边形 $ABCD$ 是矩形（对角线互相平分且相等的四边形是矩形）.

故答案为：到线段两个端点距离相等的点在线段的垂直平分线上；对角线互相平分且相等的四边形是矩形.

【点睛】本题主要考查了用尺规作矩形，矩形的判定，熟练掌握垂直平分线的基本作图和对角线互相平分且相等的四边形是矩形，是解题的关键.

22. 【答案】(1) $-\frac{3}{2}x+3$

(2) 窗框的高是 1 米，宽是 1.5 米.

【解析】

【分析】(1) 根据图形可知铝合金的长度=3 高+2 宽，再根据等式的性质即可表示；

(2) 根据矩形的面积计算公式列出方程，求解即可.

【小问 1 详解】

解：∵ 是矩形窗框， $EF \parallel AD \parallel BC$ ，

∴ $AD=EF=DC=x$ 米， $AB=DC=y$ 米，

∴ $3x+2y=6$ ，

解得 $y = -\frac{3}{2}x+3$ ，

故答案为： $-\frac{3}{2}x+3$.



【小问 2 详解】

解：∵窗户的透光面积为 1.5 平方米，

$$\therefore x\left(-\frac{3}{2}x+3\right)=1.5,$$

整理得： $(x-1)^2=0,$

解得 $x=1,$

$$-\frac{3}{2}x+3=1.5$$

∴窗框的高是 1 米，宽是 1.5 米.

【点睛】 本题考查一元二次方程的应用，列代数式，矩形的性质. 解决本题的关键是正确表示窗框宽度 AB .

23. 【答案】(1) 等腰梯形同一底边上的两个角相等

(2) 见解析

【解析】

【分析】(1) 结合图形，根据等腰梯形的性质即可得到结论；

(2) 过点 D 作 $DE \parallel AB$ 交 BC 于点 E ，根据平行四边形的性质和判定可得 $DE=AB$ ， $\angle B=\angle DEC$ ，根据等腰三角形的性质即可得出 $\angle B=\angle C$ ，再根据平行线的性质可得 $\angle A=\angle ADC$.

【小问 1 详解】

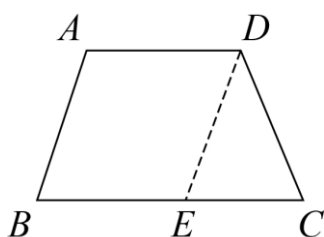
解：等腰梯形同一底边上的两个角相等.

【小问 2 详解】

解：已知：如图，等腰梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB=DC$ ，

求证： $\angle A=\angle ADC$ ， $\angle C=\angle B$.

证明：如图，过点 D 作 $DE \parallel AB$ 交 BC 于点 E .



∵ $AD \parallel BC$ ， $DE \parallel AB$ ，

∴四边形 $ABED$ 为平行四边形，

∴ $DE=AB$ ， $\angle B=\angle DEC$ ，

∵ $AB=DC$ ，

∴ $DE=DC$ ，

∴ $\angle C=\angle DEC$ ，

∴ $\angle B=\angle C$ ，

∵ $AD \parallel BC$ ，



$$\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ, \angle C + \angle ADC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle ADC.$$

【点睛】本题考查了等腰梯形的性质，平行四边形的判定和性质，平行线的性质，等腰三角形的性质，正确的作出辅助线是解题的关键。

24. 【答案】(1) 0.1; 18

(2) 见详解 (3) 200

【解析】

【分析】(1) 根据已知频数和频率的分数段即可计算调查的总人数，然后根据某个分数段的频率计算该分数段的频数，或者根据频数计算频率。

(2) 根据表中数据绘制条形图即可。

(3) 使用样本中的优秀率估计总体学生的优秀人数即可。

【小问1详解】

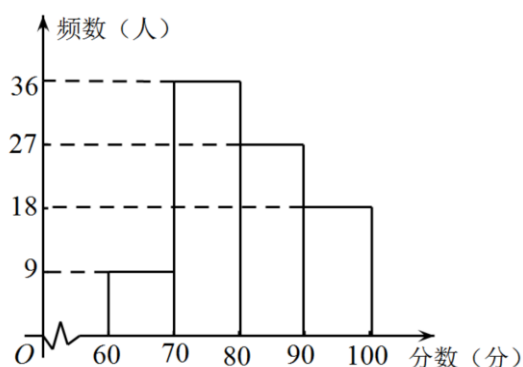
参与调查的总人数为： $36 \div 0.4 = 90$ (人)

$$\therefore a = \frac{9}{90} = 0.1, b = 90 \times 0.2 = 18.$$

故答案为 0.1; 18.

【小问2详解】

补全的频数分布直方图如下图所示，



【小问3详解】

$$\therefore 1000 \times 0.2 = 1000 \times 0.2 = 200,$$

\therefore “优秀”等次的学生约有 200 人。

【点睛】本题主要考查频数分布表，频数以及频率的定义，理解样本与总体、频数与频率之间的区别与联系是求解本题的关键。

25. 【答案】(1) 见详解 (2) $\triangle ABC$ 是等边三角形时，四边形 $AECG$ 是菱形，理由见详解

【解析】

【分析】(1) 根据 $CE \perp BC$ ，可得 $\triangle BCE$ 是直角三角形， BE 为斜边，再根据 G 点为 BE 中点，可得 $CG = BG = GE$ ，再证明 $\triangle AGB \cong \triangle AGC$ ，即有 $\angle GAB = \angle GAC$ ，可得 AG 平分 $\angle BAC$ ，即有 $AG \perp BC$ ，进而有 $CE \parallel AG$ ，再根据平行的性质有 $\angle AGD = \angle CED$ ， $\angle GAD = \angle ECD$ ，结合 $AD = DC$ ，可证明



$\triangle AGD \cong \triangle CED$, 即有 $AG=CE$, 结合 $CE \parallel AG$ 可知四边形 $AGCE$ 是平行四边形;

(2) 根据 (1) 中已经证明四边形 $AGCE$ 是平行四边形, 再根据 $\triangle ABC$ 是等边三角形, D 为 AC 中点, 可得 $BD \perp AC$, 即有 $AC \perp GE$, 则有平行四边形 $AGCE$ 是菱形.

【小问 1 详解】

$\because CE \perp BC$,

$\therefore \triangle BCE$ 是直角三角形, BE 为斜边,

$\because G$ 点为 BE 中点,

$$\therefore CG = \frac{1}{2} BE,$$

$\therefore CG=BG=GE$,

$\because AB=AC, AG=AG$,

$\therefore \triangle AGB \cong \triangle AGC$,

$\therefore \angle GAB = \angle GAC$,

$\therefore AG$ 平分 $\angle BAC$,

\therefore 在等腰 $\triangle ABC$ 中有 $AG \perp BC$,

$\because CE \perp BC$,

$\therefore CE \parallel AG$,

$\therefore \angle AGD = \angle CED, \angle GAD = \angle ECD$,

$\because D$ 点为 AC 中点,

$\therefore AD=DC$,

$\therefore \triangle AGD \cong \triangle CED$,

$\therefore AG=CE$,

结合 $CE \parallel AG$ 可知四边形 $AGCE$ 是平行四边形;

【小问 2 详解】

当 $\triangle ABC$ 为等边三角形时, 四边形 $AECG$ 是菱形, 证明:

在 (1) 中已经证明四边形 $AGCE$ 是平行四边形,

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形, D 为 AC 中点,

$\therefore BD \perp AC$,

$\therefore AC \perp GE$,

\therefore 平行四边形 $AGCE$ 是菱形.

【点睛】 本题考查了直角三角形斜边中线等于斜边的一半、平行四边形的判定、菱形的判定、全等三角形的判定与性质、平行的判定与性质等知识, 证明 AG 是 $\angle BAC$ 的角平分线是解答本题的关键.

26. **【答案】** (1) $b=2, k=-1$.

(2) ① $PM=PN$; ② $n \geq 3$ 或 $n \leq 1$



【解析】

【分析】 (1) 利用待定系数法即可求得相应值；

(2) ①代入后分别求得 PM 和 PN 的长度，比较即可；②结合 $P(n,n)$ 的坐标特点可知 P 点在直线 $y=x$ 上运动， PM 恒等于 2，由此即可得出 n 的取值范围。

【小问 1 详解】

解：∵ 直线 $y = x - b$ 与 $y = kx + 4$ 的交点为点 $A(3,1)$ ，

$$\therefore 1 = 3 - b, 1 = 3k + 4,$$

解得 $b = 2, k = -1$ 。

【小问 2 详解】

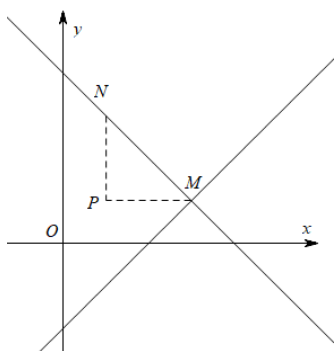
①如下图所示，当 $n = 1$ 时， $P(1,1)$ ，

$$1 = x - 2, \text{ 解得 } x = 3, M(3,1),$$

$$y = -x + 4 = -1 + 4 = 3, N(1, 3),$$

$$\therefore PM = 3 - 1 = 2, PN = 3 - 1 = 2,$$

∴ 当 $n = 1$ 时， $PM = PN$ 。



②如下图所示，可知 P 点在直线 $y=x$ 上运动，

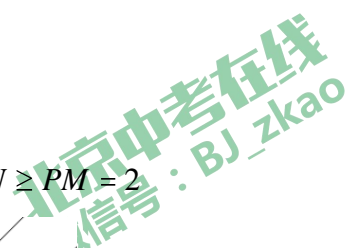
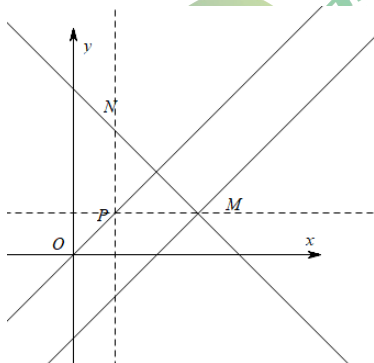
∴ PM 恒等于 2，

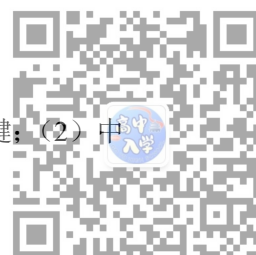
$$PN = |-n + 4 - n| = |2n - 4|,$$

当 $PN \geq PM$ ，

$$2n - 4 \geq 2 \text{ 或 } 4 - 2n \geq 2$$

∴ 当 $n \geq 3$ 或 $n \leq 1$ 时 $PN \geq PM = 2$





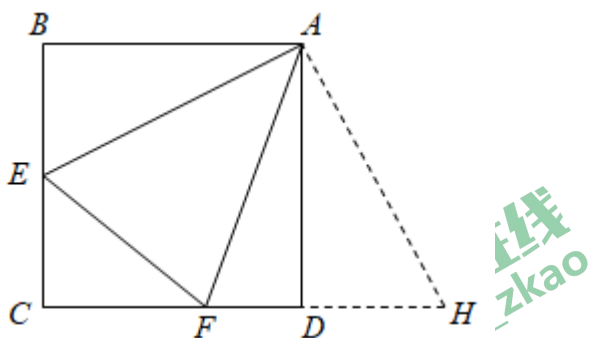
【点睛】本题考查求一次函数的解析式，一次函数的应用等. (1) 中掌握待定系数法是解题关键; (2) 中能得出 PM 的长度恒不变是解题关键.

27. 【答案】见详解

【解析】

【分析】延长 FD 至 H 点, 使得 $DH=BE$, 连接 AH , 先证明 $\triangle ABE \cong \triangle ADH$, 再证明 $\triangle EAF \cong \triangle HAF$, 即可得 $CE+EF+CF=2BC$, 则问题得解.

【详解】延长 FD 至 H 点, 使得 $DH=BE$, 连接 AH , 如图,



在正方形 $ABCD$ 中, 有 $\angle B = \angle D = \angle BAD = 90^\circ$, $AB = AD = BC = CD$, 即 $\angle ADH = 90^\circ$,

$\because AB = AD, BE = DH, \angle B = \angle ADH = 90^\circ$,

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ADH$,

$\therefore \angle BAE = \angle DAH, AE = AH$,

$\because \angle EAF = 45^\circ, \angle BAD = 90^\circ$,

$\therefore \angle BAE + \angle FAD = 45^\circ$,

$\therefore \angle FAD + \angle DAH = \angle FAH = 45^\circ$,

$\therefore \angle EAF = \angle FAH$,

$\because AE = AH, AF = AF$,

$\therefore \triangle EAF \cong \triangle HAF$,

$\therefore EF = FH$,

$\because BE = DH$,

$\therefore EF = FH = FD + DH = FD + BE$,

$\therefore \triangle CEF$ 的周长为 $CE + EF + CF$,

$\therefore CE + EF + CF = CE + BE + FD + CF = BC + CD = 2BC$,

即 $\triangle CEF$ 的周长为定值, 且等于正方形 $ABCD$ 边长的 2 倍.

【点睛】本题考查了正方形的性质、全等三角形的判定与性质等知识, 构造辅助线并证明 $\triangle ABE \cong \triangle ADH$, 是解答本题的关键.