2023北京三十五中初三（上）期中

数　　学

考生须知	1．本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分。 2．考试时间 120 分钟。 3．试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4．在答题卡上，选择题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

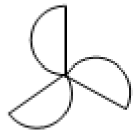
第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1.下列四个图形中，是中心对称图形的是（　　）.


A.


B.

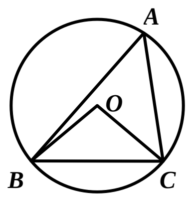

C.


D.

2.抛物线 y=（x+2）^{2}+1 的顶点坐标是（　　）.

A．$(-2,1)$　　B．$(-1,2)$　　C．$(-2,-1)$　　D．$(-1,-2)$

3.如图，⊙O 是△ABC 的外接圆，∠BOC=100°，则∠A 的度数为（　　）.



A.30°　　B．80°　　C．50°　　D．100°

4.下列方程中，有两个相等的实数根的方程是（　　）.

A．$x^2+3x=0$　　B．$x^2+2x-1=0$

C. $x^2+2x+1=0$　　D．$x^2-x+3=0$

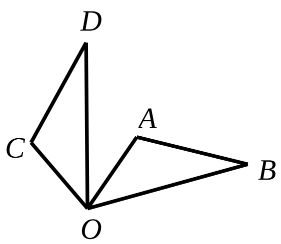
5.将抛物线 y=5x^2 先向右平移 2 个单位，再向上平移 1 个单位，得到的新抛物线的表达式为（　　）.

A．$y=5(x-2)^2+1$　　B．$y=5(x+2)^2+1$

C．$y=5(x-2)^2-1$　　D．$y=5(x+2)^2-1$

6.如图，△OAB 绕点 O 逆时针旋转 75°，得到△OCD，若∠AOB=40°，则∠AOD 等于（　　）.

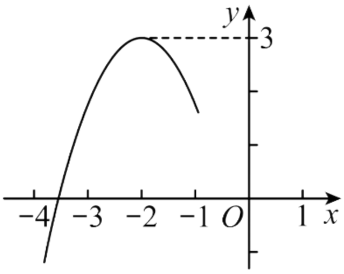
A．115°　　B．75°　　C．40°　　D．35°



7. 一元二次方程 $x^2-8x-1=0$ 经过配方后可变形为（　　）.

A．$(x+4)^2=15$　　B．$(x+4)^2=17$　C．$(x-4)^2=15$　　D．$(x-4)^2=17$

8．二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的图象如图所示，对称轴是 $x=-2$，抛物线与 x 轴的一个交点在点 $(-4,0)$ 和点 $(-3,0)$ 之间，其部分图像如图所示，下列结论：① $4a-b=0$，② $b^2+2b>4ac$，③ $a+b+c<0$，④若点 $(-5,n)$ 在二次函数的图像上，则关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c-n=0(a\neq 0)$ 的两个根分别是 -5，1，其中正确的是（　　）



A．①③④　　　B．③④　　　C．①②③④　　　D．①③

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．抛物线 $y=x^2$ 的开口方向是______________．

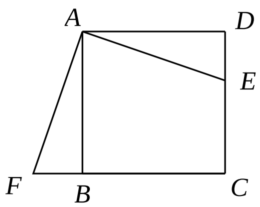
10．已知 x=1 是关于 x 的方程 $x^2+mx+n=0$ 的一个根，则 $m+n$ 的值是____．

11．已知二次函数 $y=ax^2-4ax+1$（a 是常数），则该函数图象的对称轴是直线 $x=$__．

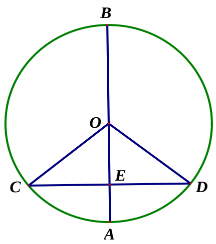
12．某学习平台三月份新注册用户为 200 万，五月份新注册用户为 338 万，设四、五两个月新注册用户每月平均增长率为 x，则可列出的方程是_________．

13．如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 6，点 E 在边 CD 上．以点 A 为中心，把△ADE 顺时针旋转 90°至△ABF 的位置．若 $DE=2$，则 $FC=$___．

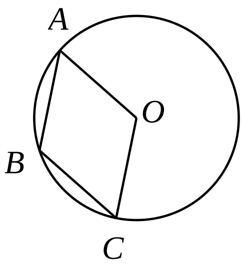
14．如图，AB 是⊙O 的直径，弦 $CD\perp AB$，垂足为点 E，连接 OC，若 OC=10，AE=4，则 CD 等于___________．



（13 题图）



（14 题图）



（15 题图）

15．如图，点 A，B，C 在⊙O 上，顺次连接 A，B，C，O．若四边形 $ABCO$ 为平行四边形，则 $\angle AOC=$___°．

16．对于二次函数 $y=ax^2$ 和 $y=bx^2$．其自变量和函数值的两组对应值如下表：

x	-1	m（$m\neq -1$）
$y=ax^2$	c	c

$y=bx^2$	$c+3$	d

根据二次函数图象的相关性质可知：$m=$____，$d-c=$_________.

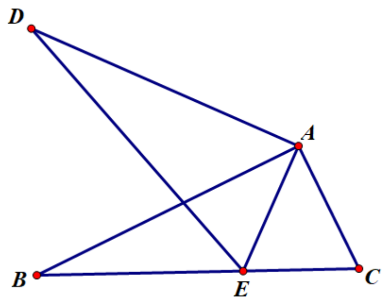
三、解答题（本题共 68 分，第 17 题 8 分，第 18~23、25 题每小题 5 分，第 26、27、28 题每小题 6 分，第 24 题 7 分）解答题应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17．解方程：（1） $2x^2=8$；　　　　（2）$x^2-3x+1=0$．

18．已知：如图所示，△*ABC* 绕点 *A* 顺时针旋转 50°，得到△*ADE*，当 *E* 在 *BC* 边上时：

（1）求证：∠*BED*=∠*EAC*；

（2）连接 *BD*，当 *BD*⊥*BC* 时，求∠*ABC* 的度数.



19．已知关于 *x* 的一元二次方程 $mx^2-4x+2=0$ 有两个不相等的实数根.

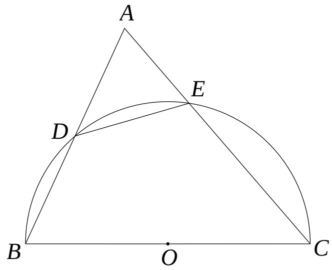
（1）求 *m* 的取值范围；

（2）若 *m* 为正整数，求此时方程的根.

20．如图，△*ABC* 中，$CA=CB$，以 *BC* 为直径的半圆与 *AB* 交于点 *D*，与 *AC* 交于点 *E*.

（1）求证：点 *D* 为 *AB* 的中点；

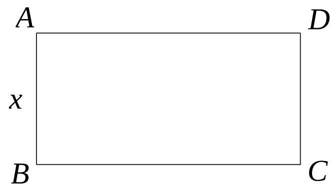
（2）求证：$AD=DE$．



21．如图，用一条长 40 m 的绳子围成矩形 $ABCD$，设边 AB 的长为 x m．

（1）边 BC 的长为____ m，矩形 $ABCD$ 的面积为____ m^2（均用含 x 的代数式表示）；

（2）矩形 $ABCD$ 的面积是否可以是 120 m^2？请给出你的结论，并用所学的方程或者函数知识说明理由．



22．如图 1，AB 是⊙O 的直径，点 C 在⊙O 上，D 为 AC 的中点，连接 BC，OD．

（1）求证：$OD \parallel BC$；

（2）如图 2，过点 D 作 AB 的垂线与⊙O 交于点 E，作直径 EF 交 BC 于点 G．若 G 为 BC 中点，⊙O 的半径为 2，求弦 BC 的长．

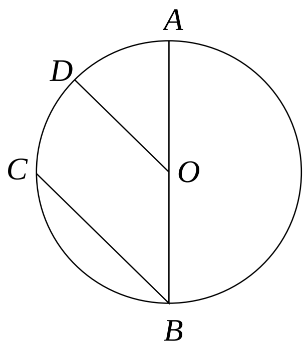


图 1

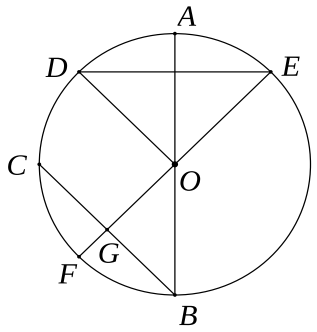
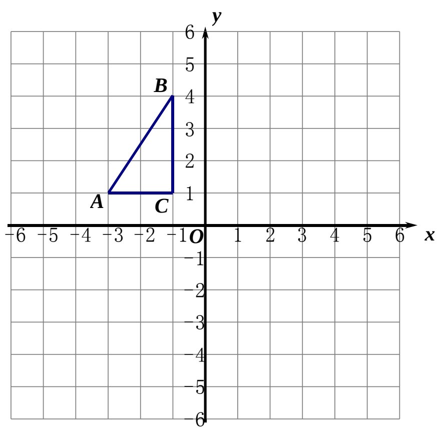


图 2

23.已知：如图，点 $A(-3,1), B(-1,4), C(1,-1)$ 是平面直角坐标系中的三个点，将 ΔABC 向右平移 3 个单位长度．

(1)请画出平移后的图形△$A_1B_1C_1$；

(2)再将△$A_1B_1C_1$ 绕原点 O 旋转 180°，请画出旋转后的图形△$A_2B_2C_2$，并写出点 B_2 的坐标为 ____．

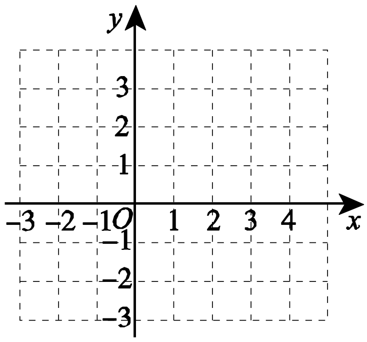


24．对于抛物线 $y=x^2-4x+3$．

（1）它与 x 轴交点的坐标为______，与 y 轴交点的坐标为_______，顶点坐标为_________；

（2）在坐标系中利用描点法画出此抛物线；

x	…						…
y	…						…



（3）根据图象回答：$y>0$ 时，x 的取值范围是_______；

（4）利用以上信息解答下列问题：若关于 x 的一元二次方程

$x^2-4x+3-t=0$（t 为实数）在 $-1<x<\dfrac{7}{2}$ 的范围内有解，则 t 的取值范围是_____．

25. 小明发现某乒乓球发球器有“直发式”与“间发式”两种模式．在“直发式”模式下，球从发球器出口到第一次接触台面的运动轨迹近似为一条抛物线；在“间发式”模式下，球从发球器出口到第一次接触台面的运动轨迹近似为一条直线，球第一次接触台面到第二次接触台面的运动轨迹近似为一条抛物线．如图 1 和图 2 分别建立平面直角坐标系 xOy．

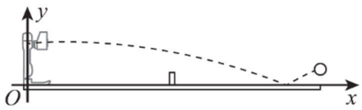


图 1 直发式

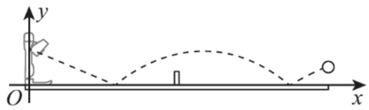


图 2 间发式

通过测量得到球距离台面高度 y（单位：dm）与球距离发球器出口的水平距离 x（单位：dm）的相关数据，如下表所示：

表 1 直发式

x（dm）	0	2	4	6	8	10	16	20	…
y（dm）	3.84	3.96	4	3.96	m	3.64	2.56	1.44	…

表 2 间发式

x（dm）	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	…
y（dm）	3.36	n	1.68	0.84	0	1.40	2.40	3	3.20	3	…

根据以上信息，回答问题：

（1）表格中 m=_________，n=_________；

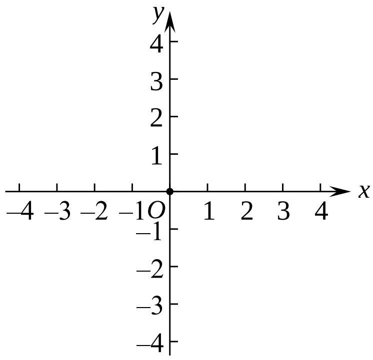
（2）求“直发式”模式下，球第一次接触台面前的运动轨迹的解析式；

（3）若“直发式”模式下球第一次接触台面时距离出球点的水平距离为 d_1，“间发式”模式下球第二次接触台面时距离出球点的水平距离为 d_2，则 d_1______d_2（填“>”“=”或“<”）．

26．在平面直角坐标系 xOy 中，点 M（x_1，y_1），N（x_2，y_2）在抛物线 $y=ax^2+bx+1$（$a<0$）上，其中 $x_1<x_2$，设抛物线的对称轴为 $x=t$．

（1）当 $t=1$ 时，如果 $y_1=y_2=1$，直接写出 x_1，x_2 的值；

（2）当 $x_1=-1$，$x_2=3$ 时，总有 $y_2<y_1<1$，求 t 的取值范围．



27． 在△ABC 中，$BC=AC$，$\angle ACB=90°$，点 D 是平面内一动点（不与点 A，C 重合），连接 CD，将 CD 绕点 C 逆时针旋转 $90°$ 至 CE 的位置．

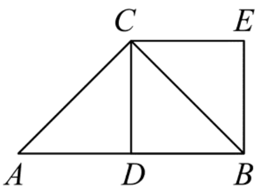


图 1

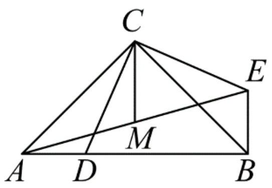


图 2

(1)如图 1，若点 D 为△ABC 边 AB 的中点，$AC=2$，则 BE 值为______．

(2)如图 2，若点 D 在△ABC 的边 AB 上，取 AE 中点 M，用等式表示线段 CM，BD 之间的数量关系，并证明．

28．在平面直角坐标系 xOy 中，对于点 P（x，y）和 Q（x，y'），给出如下定义：

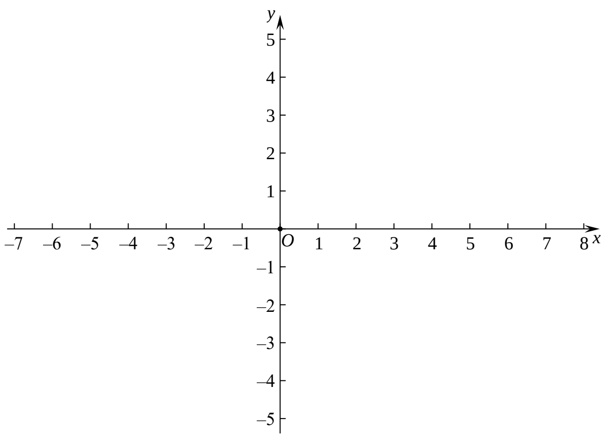
如果 $y'=\begin{cases} y\ (x\geq 0) \\ -y\ (x<0) \end{cases}$，那么称点 Q 为点 P 的“关联点”.

例如点（5，6）的“关联点”为点（5，6），点（﹣5，6）的“关联点”为点（﹣5，﹣6）.

（1）在点 E（0，0），F（2，5），G（﹣1，﹣1），H（﹣3，5）中，________的“关联点”在函数 $y=2x+1$ 的图象上；

（2）如果一次函数 $y=x+3$ 图象上点 M 的“关联点”是 N（m，2），求点 M 的坐标；

（3）如果点 P 在函数 $y=-x^2+4$（﹣2<x≤a）的图象上，其“关联点”Q 的纵坐标 y' 的取值范围是﹣4<y'≤4，求实数 a 的取值范围．



（备用图）

参考答案

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
B	A	C	C	A	D	D	C

二、填空题

9	10	11	12	13	14	15	16
向上	−1	2	200（1+x）^{2}=338	8	16	120°	1, 3

三、解答题

17．解方程：（1）$2x^2=8$；（2）$x^2-3x+1=0$．

解：$x^2=4$……2分

$x_1=2\quad x_2=-2$……4分

解：$\triangle=9-4=5$……1分

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{9-4}}{2}$……3分

$x_1=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\quad x_1=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$……4分

18.（1）证明：∵△ABC 绕点 A，顺时针旋转 50° 得到△ADE

∴∠DEA=∠C

∵∠BEA 是△AEC 的外角

∴∠BEA=∠BED+∠DEA=∠C+∠EAC

∴∠BED=∠EAC………………3 分

（2）∠ABC=25° ………………5 分

19.解：（1）∵一元二次方程有两个不相等的实数根

$\therefore\begin{cases}\triangle=16-4(m+2)=8-4m>0.\\ m\neq 0\end{cases}$……2分

$\therefore m<2$.且$m\neq 0$……3分

（2）

$\because m<2$且$m\neq 0$

$\therefore m=1$……4分

$\therefore x^2-4x+2=0$

$\therefore x_1=2+\sqrt{2}, x_2=2-\sqrt{2}$……5分

20.证明：（1）连接 CD，如图．

∵BC 是半圆的直径，

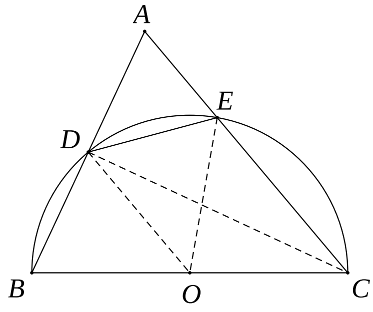
∴$\angle BDC=90°$．…………………1 分

∴$CD\perp AB$．

∵$CA=CB$，

∴ 点 D 为 AB 的中点.　　………………2 分

（2）方法一：连接 DO，EO，



∵ $CA=CB$，$AD=BD$，

∴ $\angle ACD=\angle BCD$　　……………………3 分

∵ $\angle DOE=2\angle ACD$，$\angle DOB=2\angle BCD$，

∴ $\angle DOE=\angle DOB$.

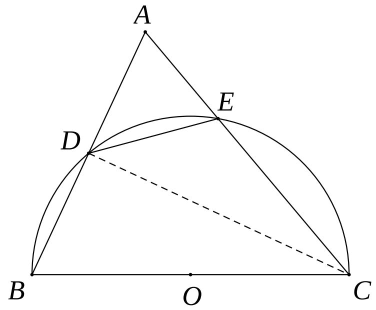
∴ $\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{DE}$

∴ $BD=DE$.　　……………………4 分

∵ $AD=BD$，

∴ $AD=DE$.　　……………………5 分

方法二：



∵ 四边形 $BCED$ 是圆的内接四边形，

∴ $\angle ABC+\angle DEC=180°$.

∵ $\angle AED+\angle DEC=180°$，

∴ $\angle ABC=\angle AED$.　　…………………………………3 分

∵ $CA=CB$，

∴ $\angle A=\angle ABC$.

∴ $\angle A=\angle AED$.　　…………………………………4 分

∴ $AD=DE$.　　…………………………………5 分

21.（1）$\underline{(20-x)}$　$\underline{(-x^2+20x)}$　…………2分

（2）$S=-x^2+20x=120$

∵ $\Delta=-80<0$

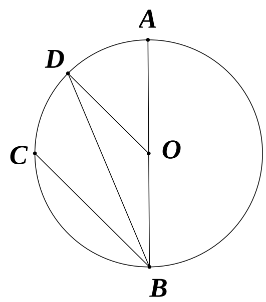
∴ 此方程无解

∴ 矩形ABCD的面积不能是 $120m^2$

…………5分

22.（1）方法一：

证明：连接 BD，



∵ $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$

∴ $\angle ABD=\angle CBD$.　　…………1 分

∵ $\angle ABD=\angle BDO$

∴ $\angle CBD=\angle BDO$　　…………………2 分

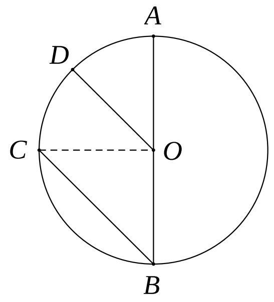
∴ $OD\,//\,BC$.　　…………………3 分

方法二：

证明：连接 OC，

∵ D 为 $\overset{\frown}{AC}$ 的中点，

∴ $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$.



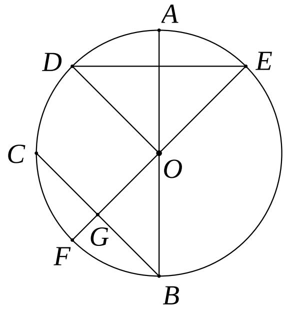
∴ $\angle AOD=\angle COD=\dfrac{1}{2}\angle AOC$.　…………1 分

∵ $\angle B=\dfrac{1}{2}\angle AOC$，

∴ $\angle AOD=\angle B$.　……………………………………2 分

∴$OD\,//\,BC$.　……………………………………3 分

（2）解：



∵ $DE\perp AB$，AB 是⊙O 的直径，

∴ $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{AE}$.

∴ $\angle AOD=\angle AOE$.

∵ $\angle AOD=\angle B$，　$\angle AOE=\angle BOF$，

∴ $\angle B=\angle BOF$.

∵　G 为 BC 中点，

∴　$OF\perp BC$.

∴ $\angle OGB=90°$.

∴ $\angle B=\angle BOF=45°$.　……………………………………4 分

∴ $OG=BG$.

∵ $OB=2$，　$OG^2+BG^2=OB^2$，

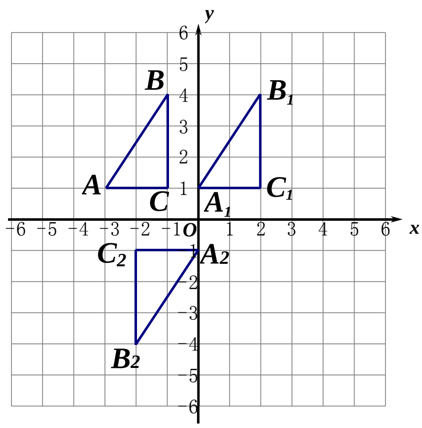
∴ $BG=\sqrt{2}$.

∴ $BC=2BG=2\sqrt{2}$.　……………………………………5 分

23（1）画图……………………………2 分

（2）画图………………………………4 分

点 B_2 的坐标为（-2，-4）………………5 分



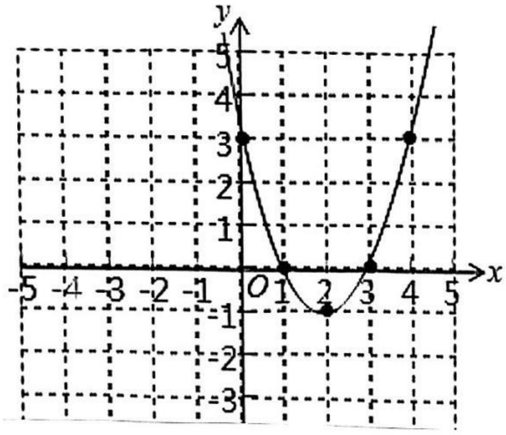
24．解：　（1）（1，0）、（3, 0)，（0，3），（2, −1)

………………3分

（2）列表:

x	…	0	1	2	3	4	…
y	…	3	0	-1	0	3	…

描点、连线,如图,



…………5 分

（3）　X＞3 或 x＜1 …………6 分

（4）-1≤t＜8　　…………7分

25.（1）3.84，2.52；··2 分

（2）由题意可知，抛物线的顶点为（4，4），

∴设抛物线的解析式为 $y=a(x-4)^2+4$．

∵当 x＝6 时，y＝3.96，

∴ $3.96=a(6-4)^2+4$，解得 $a=-0.01$．

∴抛物线的解析式为 $y=-0.01(x-4)^2+4$．··4 分

（3）= .　　　　　　　··5 分

解：（1）$x_1=0$，$x_2=2$．··2 分

（2）当 $x_1=-1$ 时，$y_1=a-b+1$．

当 $x_2=3$ 时，$y_2=9a+3b+1$．

∵ $y_2<y_1$，

∴ $9a+3b+1<a-b+1$．

∴ $2a<-b$．

∵ $a<0$，

∴ $2a<0$

∴ $-\frac{b}{2a}<1$．即：$t<1$．···4 分

又∵ $y_1<1$，

26.

∴ $a-b+1<1$．

∴ $a<b$．

∵ $a<0$，

∴ $-2a>0$

∴ $-\frac{b}{2a}>-\frac{1}{2}$．即：$t>-\frac{1}{2}$．

∴ $-\frac{1}{2}<t<1$．···6 分

27.答案：（1）$\sqrt{2}$……………………………………………2 分

∵在 Rt△ABC 中，$BC=AC=2$，$\angle ACB=90^\circ$

∴ $AB=\sqrt{BC^2+AC^2}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，

∵点 D 为△ABC 边 AB 的中点，

∴ $AD=\dfrac{1}{2}AB=\sqrt{2}$，

∵将 CD 绕点 C 逆时针旋转 90° 至 CE 的位置，

∴ $CE=CD$，$\angle DCE=90^\circ=\angle ACB$，

∴ $\angle DCE-\angle BCD=\angle ACB-\angle BCD$ 即 $\angle BCE=\angle ACD$，

在△BCE 和△ACD 中，

$$\begin{cases}BC=AC\\ \angle BCE=\angle ACD\\ CE=CD\end{cases}，$$

∴ △BCE≌△ACD，

∴ $BE=AD=\sqrt{2}$

（2）$CM=\dfrac{1}{2}BD$

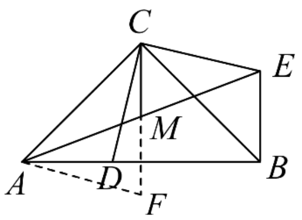


图3

延长 CM 到点 F，使 $FM=CM$，连接 AF，如图 3，

∵M 为 AE 的中点，

∴$AM=EM$，

在△AMF 和△EMC 中，

$$\begin{cases}FM=CM\\ \angle AMF=\angle EMC\\ AM=EM\end{cases}，$$

∴ △AMF≌△EMC，

∴ $AF=EC$，$\angle MAF=\angle MEC$，

∴ $\angle CAF=\angle CAE+\angle MAF=\angle CAE+\angle MEC$

由（1）知：$CE=CD$，$\angle BCE=\angle ACD$，$AF=CD$，

∴ $\angle CAF=\angle CAE+\angle MEC=180^\circ-\angle ACE$ $\angle CAF=\angle CAE+\angle MEC=180^\circ-\angle ACE$

$=180^\circ-(\angle ACB+\angle BCE)$

$=180^\circ-(90^\circ+\angle ACD)$

$=90^\circ-\angle ACD$

$=\angle BCD$

在$\triangle CAF$和$\triangle BCD$中，

$$\begin{cases} CA = BC \\ \angle CAF = \angle BCD \\ AF = CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle CAF \cong \triangle BCD$……………………………………………6 分

28. 解：（1）点 E（0，0）的“关联点”是（0，0），点 F（2，5）的“关联点”是（2，5），

点 G（－1，－1）的“关联点”是（－1，1），

点 H（－3，5）的“关联点”是（－3，－5），

将点的坐标代入函数 y＝2x+1，

得（2，5）和（－3，－5）在此函数图象上，

故答案为：F、H；……………………………………………2 分

（2）当 m≥0 时，点 M（m，2），

则 2＝m+3，解得：m＝－1（舍去）；

当 m＜0 时，点 M（m，－2），

－2＝m+3，解得：m＝－5，

∴点 M（－5，－2）；……………………………………………4 分

（3）如图为“关联点”函数图象：

从函数图象看，“关联点”Q 的纵坐标 y' 的取值范围是－4＜y'≤4，

而－2＜x≤a，

函数图象只需要找到最大值（直线 y＝4）与最小值（直线 y＝－4）直线 x＝a 从大于等于 0 开始运动，

直到与 y＝－4 有交点结束．都符合要求－4＜y'≤4，

即－4＝－a^2+4，解得：a＝$\pm 2\sqrt{2}$（舍去负值），

观察图象可知满足条件的 a 的取值范围为 2≤a＜$2\sqrt{2}$．……………………………6 分