

2016~2017学年北京海淀区人大附中初二上学期期中数学试卷

一、选择题（每小题3分，共36分）

1. 下面四个图形分别是低碳、节水、节能和绿色食品标志，在这四个标志中，是轴对称图形的是（ ）。



2. 下列计算正确的是（ ）。

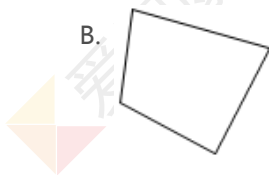
A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$

B. $(ab)^2 = a^2b^2$

C. $(a^2)^3 = a^5$

D. $(xy)^3 \div xy^3 = (xy)^2$

3. 内角和为540°的多边形是（ ）。



4. 点 $P(-3, 5)$ 关于 y 轴的对称点的坐标是（ ）。

A. $(3, 5)$

B. $(3, -5)$

C. $(5, -3)$

D. $(-3, -5)$

5. 一个等腰三角形的两边长分别为4, 8, 则它的周长为（ ）。

A. 12

B. 16

C. 20

D. 16或20

6. 根据下列已知条件，不能唯一确定 $\triangle ABC$ 的大小和形状的是（ ）。

A. $AB = 3, BC = 4, AC = 5$

B. $AB = 4, BC = 3, \angle A = 30^\circ$

C. $\angle A = 60^\circ, \angle B = 45^\circ, AB = 4$

D. $\angle C = 90^\circ, AB = 6, AC = 5$

7. 下列式子从左到右运算正确的是（ ）。

A. $(a + b - 2c)(-a + b + 2c) = b^2 - (a + 2c)^2$

B. $(x + 3y)(x - 3y) = x^2 - 3y^2$

C. $(x - 1)^m \div \frac{1}{2}(x - 1)^{m-1} = \frac{1}{2}(x - 1)$

D. $\pi^0 = 1$

8. 下列命题中，不正确的是（ ）。

- A. 有一个外角是 120° 的等腰三角形是等边三角形
- B. 一条线段可以看成是以它的垂直平分线为对称轴的轴对称图形
- C. 等腰三角形的对称轴是底边上的中线
- D. 等边三角形有3条对称轴

9. 以下式子从左到右因式分解正确的是 () .

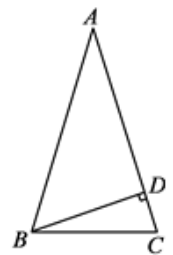
A. $x^3 + x = x^2 \left(x + \frac{1}{x} \right)$

B. $3xy^2 - 3x^2y = xy(3y - 3x)$

C. $x - y = (\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})$

D. $a^2 - 6ab + 9b^2 = (a - 3b)^2$

10. 如图, 在等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $BD \perp AC$, $\angle ABC = 72^\circ$, 则 $\angle ABD$ 等于 () .



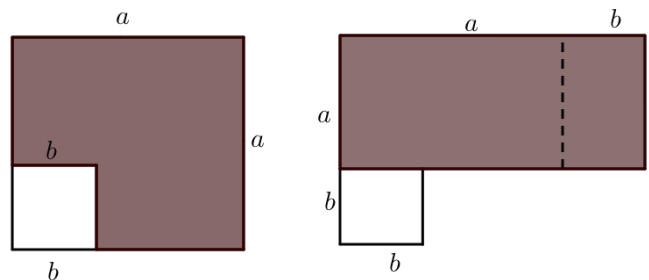
A. 18°

B. 36°

C. 54°

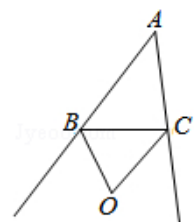
D. 64°

11. 如图, 在边长为 a 的正方形中挖掉一个边长为 b 的小正方形 ($a > b$), 把余下的部分剪成一个矩形, 通过计算两个图形 (阴影部分) 的面积, 验证了一个等式是 () .



A. $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ B. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ C. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ D. $(a + 2b)(a - b) = a^2 + ab -$

12. 如图, 点 O 是 $\triangle ABC$ 的两外角平分线的交点, 下列结论: ① $OB = OC$; ②点 O 到 AB 、 AC 的距离相等; ③点 O 到 $\triangle ABC$ 的三边的距离相等; ④点 O 在 $\angle A$ 的平分线上. 其中结论正确的个数是 () .



A. 1

B. 2

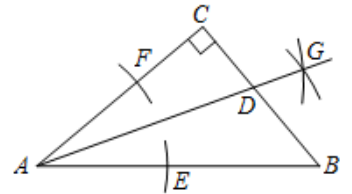
C. 3

D. 4

二、填空题（本题共28分，除21题外，每题3分）

13. 若 $(x - 2)^0 = 1$ ，则 x 的取值范围是 _____ .

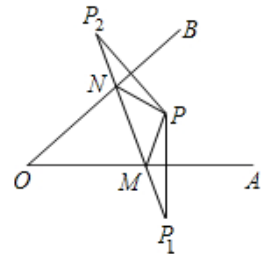
14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle CAB = 40^\circ$. 按以下步骤作图：①以点 A 为圆心，小于 AC 的长为半径画弧，分别交 AB 、 AC 于点 E 、 F ；②分别以点 E 、 F 为圆心，大于 $\frac{1}{2}EF$ 的长为半径画弧，两弧相交于点 G ；③作射线 AG 交 BC 边于点 D . 则 $\angle ADC$ 的度数为 _____ .



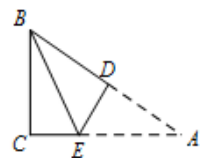
15. 在 $\triangle ABC$ 中，两条角平分线 BD 、 CE 交于点 O ， $\angle BOC = 116^\circ$ ，则 $\angle A$ 的度数是 _____ .

16. 已知关于 x 的二次三项式 $x^2 + mx - 6$ 可以分解为 $(x - 3)(x + n)$ ，则 $m - n =$ _____ .

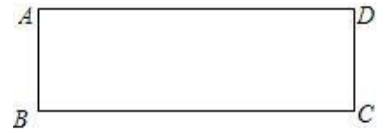
17. 如图所示， $\angle AOB = 42^\circ$ ，点 P 为 $\angle AOB$ 内一点，分别作出 P 点关于 OA 、 OB 的对称点 P_1 、 P_2 ，连接 P_1P_2 交 OA 于 M ，交 OB 于 N ， $P_1P_2 = 15$ ，则 $\triangle PMN$ 的周长为 _____ ， $\angle MPN =$ _____ .



18. 如图，在纸片 $\triangle ABC$ 中， $AC = 6$ ， $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle C = 90^\circ$ ，将 $\angle A$ 沿 DE 折叠，使点 A 与点 B 重合，则折痕 DE 的长为 _____ .



19. 当身边没有量角器时，怎样得到一些特定度数的角呢？动手操作有时可以解“燃眉之急”。如图，已知矩形 $ABCD$ ，我们按如下步骤操作可以得到一个特定的角：（1）以点 A 所在直线为折痕，折叠纸片，使点 B 落在 AD 上，折痕与 BC 交于 E ；（2）将纸片展平后，再一次折叠纸片，以 E 所在直线为折痕，使点 A 落在射线 BC 上，折痕 EF 交 AD 于 F . 则 $\angle AFE =$ _____ .



20. 观察下列各式

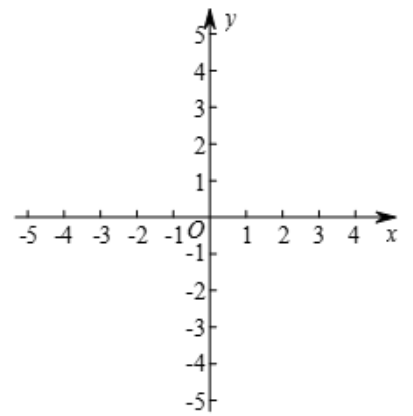
$$(x-1)(x+1) = x^2 - 1, (x-1)(x^2+x+1) = x^3 - 1, (x-1)(x^3+x^2+x+1) = x^4 - 1, \dots$$

根据以上规律，解决以下问题：

(1) 分解因式： $x^5 - 1 = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 计算： $3^{50} + 3^{49} + 3^{48} + \dots + 3^2 + 3 + 1 = \underline{\hspace{2cm}}$.

21. 如图，在平面直角坐标系中，点 $A(2,0)$ ， $B(0,3)$ ， $C(0,2)$ ，点 D 在第二象限，且 $\triangle AOB \cong \triangle OCD$. 在坐标系中画草图分析可得：



(1) 点 D 的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 点 P 在直线 AC 上，且 $\triangle PCD$ 是等腰三角形，则 $\angle DPC$ 的大小为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、计算题（本题共14分，第22题6分，第23、24每题4分）

22. 分解因式：

(1) $2a(b-c) + 3(c-b)$

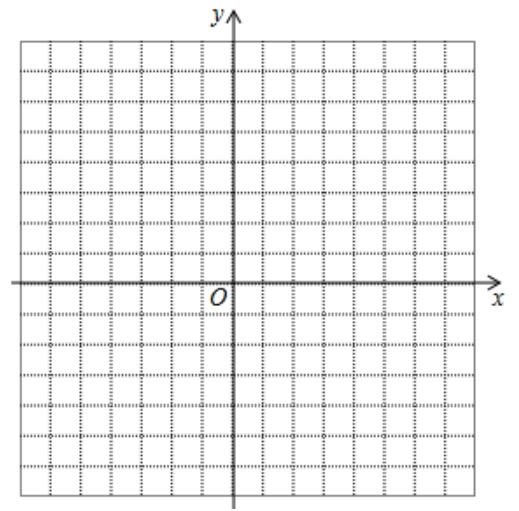
(2) $3x^2 - 12$

23. 解关于 x 的不等式： $(x-2)^2 + (x-3)(x+3) < 2x(x-3) + 1$.

24. 已知 $x+y=3$ ， $xy=\frac{1}{2}$ ，求 $(x-2y)x^2y - (2x^4y^2 + x^2y^4) \div xy$ 的值 .

四、作图题（本题共6分）

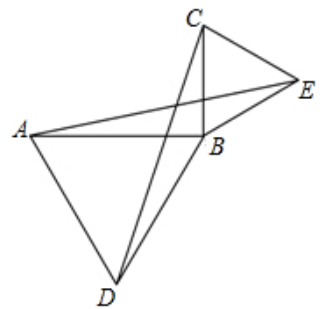
25. 如图， $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标分别为 $A(1,1)$ ， $B(4,2)$ ， $C(3,4)$.



- (1) 在坐标系中作出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$.
- (2) 已知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_2B_2C_2$ 关于某条直线 l 对称, 画出直线 l .
- (3) 在 x 轴上求作一点 P , 使 $\triangle PAB$ 的周长最小, 并直接写出 P 的坐标为 _____ .

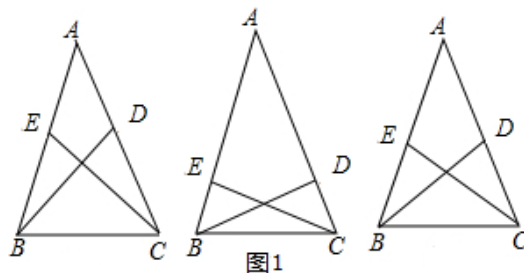
五、解答题 (本题共16分, 第26题6分, 第27、28题各5分)

26. 如图, 已知 $\angle ABC$, 分别以 AB 和 BC 为边向外作等边 $\triangle ABD$ 和等边 $\triangle BCE$, 连接 AE 、 CD .



- (1) 求作: $AE = CD$.
- (2) 若 DB 垂直平分 CE , 求 $\angle ABC$ 的大小 .

27. 探究: 八年级某班数学合作学习小组在研究等腰三角形的性质时发现, 对于 $\triangle ABC$ 中, 如果 $AB = AC$, 则不论 BD 和 CE 同为中线、同为高, 或同为角平分线, 如图1, 均可以通过证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$, 从而得到 $AE = AD$. 反过来又会怎么样呢?

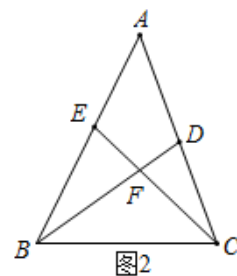


他们经过研究, 饶有兴致地发现,

若 BD 、 CE 为中线, 且 $AE = AD$, 则利用中线定义必有 $AB = 2AE = 2AD = AC$.

若 BD 、 CE 为高, 且 $AE = AD$, 则利用_____ (填写相应的全等判定定理) 可以证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$, 从而必有 $AB = AC$, 请你完成剩余的工作;

如图2, $\triangle ABC$ 中, BD 和 CE 为角平分线, 且 $AE = AD$, 求证: $AB = AC$.



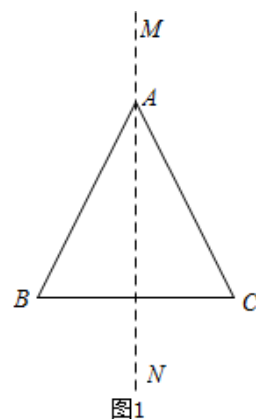
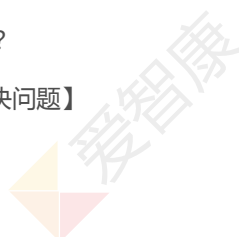
28. 我们知道: 线段垂直平分线上的点与这条线段两个端点的距离相等.

如图1, 点A是线段BC的垂直平分线MN上的一点, 由线段的垂直平分线的性质可知, $AB = AC$.

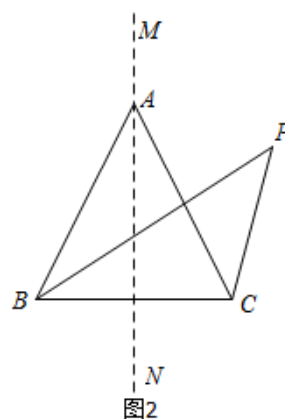
由等腰三角形的性质进一步可以得到 $\angle ABC = \angle ACB$.

在此基础上, 若平面上的一个点P在直线MN的右侧, 连接PB, PC. 思考并解决: 此时PB和PC, $\angle PBC$ 与 $\angle PCB$ 的大小关系又是怎样呢?

【运用学过的知识解决问题】



(1) 如图2, 点P在直线MN的右侧, 求证: $PB > PC$.



(2) 【阅读材料】关于 $\angle PBC$ 与 $\angle PCB$ 的大小关系, 教材中有一般性的论述.

实验与探究

三角形中边与角之间的不等关系

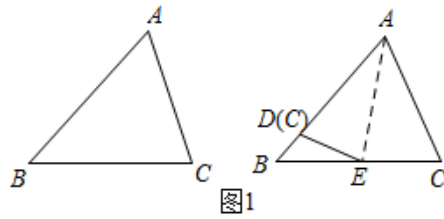
学习了等腰三角形, 我们知道: 在一个三角形中, 等边所对的角相等; 反过来, 等角所对的边也相等. 那么, 不相等的边 (或角) 所对的角 (或边) 之间的大小关系怎样呢? 大边所对的角也大吗?

如图1, 在 $\triangle ABC$ 中, 如果 $AB > AC$, 那么我们可以将 $\triangle ABC$ 折叠, 使边AC落在AB上, 点C落在AB上的D点, 折线交BC于点E, 则 $\angle C = \angle ADE$.

$\therefore \angle ADE > \angle B$ (想一想为什么) ,

$\therefore \angle C > \angle B$.

这说明, 在一个三角形中, 如果两条边不等, 那么它们所对的角也不等, 大边所对的角较大 .



从上面的过程可以看出, 利用轴对称的性质, 可以把研究边于角之间的不等问题, 转化为较大量的一部分与较小量相等的问题, 这是几何中研究不等问题时常用的方法 .

从而, $\therefore PB > PC$, $\therefore \angle PBC < \angle PCB$.

【根据以上积累的经验 and 知识解决问题】

若平面上的一个点 P 在直线 MN 的右侧, 并且满足 $AP \parallel BC$, 连接 PB 、 PC .

求证: $\angle BPC < \angle BAC$.