

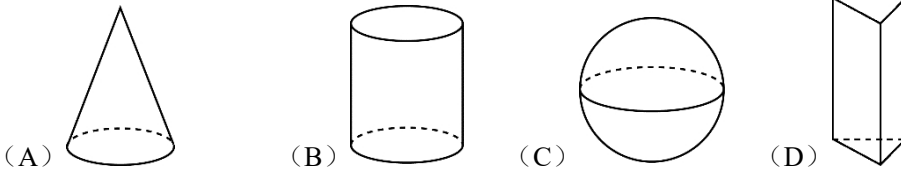
平谷区 2021 届初三年级一模考试



数学试卷

选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

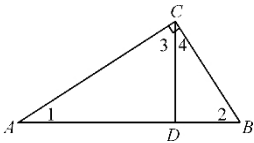
1. 下列几何体中，主视图为三角形的是



2. 技术融合打破时空限制，2020 服贸会全面上“云”，据悉本届服贸会共有境内外 5372 家企业搭建了线上电子展台，共举办 32 场纯线上会议和 173 场线上直播会议，线上发布项目 1870 个，发起在线洽谈 550000 次，将 550000 用科学记数法表示为

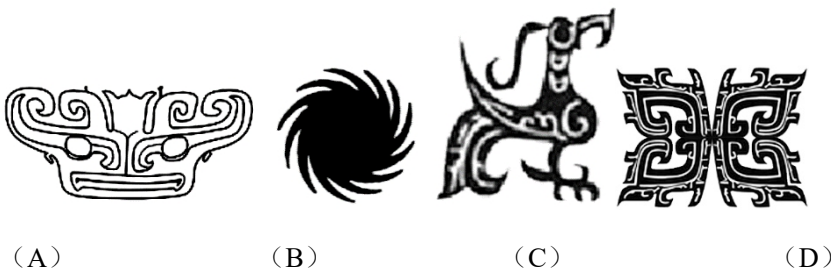
- (A) 55×10^4 (B) 5.5×10^5 (C) 5.5×10^6 (D) 0.55×10^6

3. 如图， $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ 于点 D ，则下列结论不一定成立的是



- (A) $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ (B) $\angle 2 = \angle 3$ (C) $\angle 1 = \angle 4$ (D) $\angle 1 = 30^\circ$

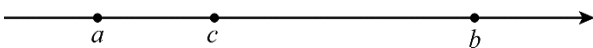
4. 2021 年 3 月 20 日三星堆遗址的最新考古发现又一次让世界为之瞩目，下列三星堆文物图案中，既是中心对称图形又是轴对称图形的是



5. 正多边形每个内角都是 120° ，则它的边数为

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

6. 实数 a, b, c 在数轴上的对应点的位置如图所示. 若实数 a, b 满足 $a + b = 0$ ，则下列结论正确的是



- (A) $c = 0$ (B) $b < 0$ (C) $c > 0$ (D) $c < 0$

7. 不透明袋子中有 1 个红球和 2 个绿球，这些球除颜色外无其他差别。从袋子中随机取出 1 个球，恰好是红球的概率为

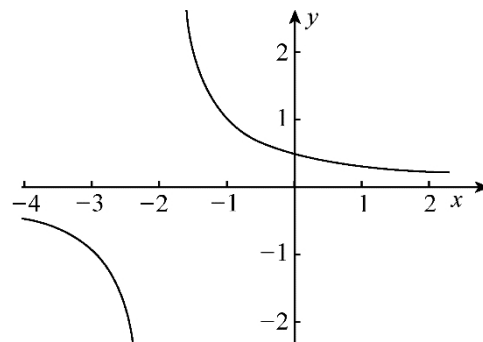
- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) 1

8. 学习完函数的有关知识之后，强强对函数产生了浓厚的兴趣，他利用绘图

软件画出函数 $y = \frac{1}{x+2}$ 的图象并对该函数的性质进行了探究。下面推断

正确的是

- ① 该函数的定义域为 $x \neq -2$ ；
 ② 该函数与 x 轴没有交点；
 ③ 该函数与 y 轴交于点 $(0, \frac{1}{2})$ ；
 ④ 若 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 是该函数上两点，当 $x_1 < x_2$ 时，一定有 $y_1 > y_2$ 。



- (A) ①②③④ (B) ①③ (C) ① ②③ (D) ②③④

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

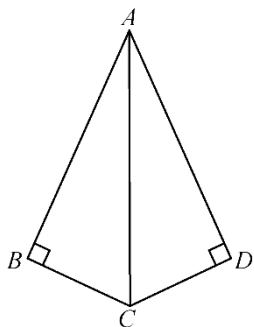
9. 若代数式 $\sqrt{x-2}$ 有意义，则 x 的取值范围是_____。

10. 分解因式： $ax^2 - ay^2 =$ _____。

11. 写出一个比 $\sqrt{2}$ 大且比 $\sqrt{10}$ 小的整数_____。

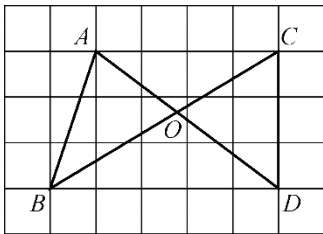
12. 化简： $1 - \frac{1}{a+1} =$ _____。

13. 如图，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADC$ 中， $AB \perp BC$ $AD \perp DC$ ，只需添加一个条件即可证明 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ ，这个条件可以是_____ (写出一个即可)。



14. 《孙子算经》中记载：“今有三人共车，二车空；二人共车，九人步。问人和车各几何？”其大意是：今有若干人乘车，每 3 人乘一车，最终剩余 2 辆空车，若每 2 人同乘一车，最终剩下 9 人因无车可乘而步行，问有多少人，多少辆车？设有 x 辆车， y 个人，根据题意，可列方程组为_____。

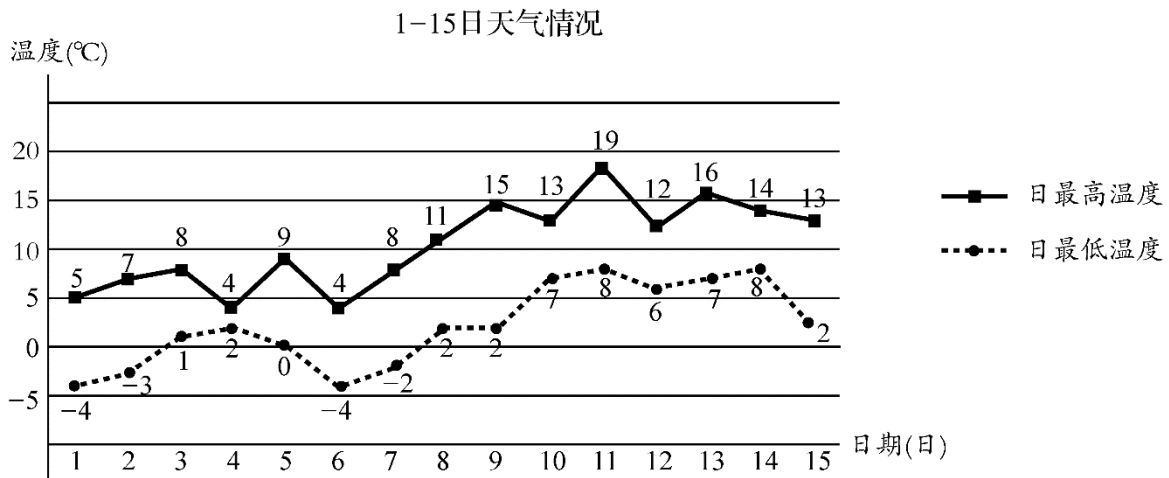




15. 如图所示的网格是正方形网格, A, B, C, D 是网格线交点, 则 $\triangle ABO$ 的面积与 $\triangle CDO$ 的面积的大小关系为:

S_{ABO} _____ S_{CDO} (填“>”, “=”或“<”).

16. 某种预防病虫害的农药即将于三月上旬喷洒, 需要连续三天完成, 又知当最低温度不低于 0 摄氏度, 且昼夜温差
不大于 10 摄氏度时药物效果最佳, 为此农广站工作人员查看了三月上旬天气预报, 请你结合气温图给出一条合
理建议, 药剂喷洒可以安排在_____日开始进行.



三、解答题(本题共 68 分, 第 17-22 题, 每小题 5 分, 第 23-26 题, 每小题 6 分, 第 27-28 题, 每小题 7 分)解答应
写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \sqrt{12} + |\sqrt{3} - 2| - 3\tan 30^\circ$

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} 3x + 1 > 2x \\ \frac{x + 3}{2} \geq x \end{cases}$$

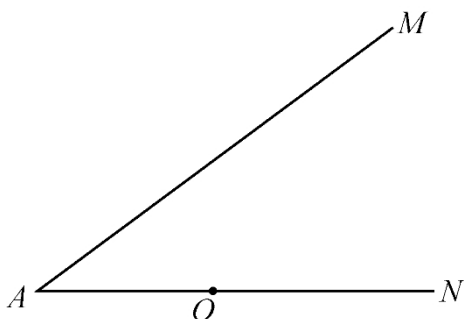
19.先化简，再求值： $x^2 + 2x - 1 = 0$ ，求代数式 $(x-1)(x+1) + 2(x-3)$ 的值.

20.已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (k+1)x + k = 0$.

- (1) 求证：方程总有两个实数根；
- (2) 选择一个你喜欢的 k 值代入，并求此时方程的解.



21.已知：如图， $\angle MAN = \alpha (0^\circ < \alpha < 45^\circ)$



求作： $\triangle ABC$ ，使得 $\angle ABC = 2\angle BAC$ ，

作法：①在射线 AN 上取点 O ，以点 O 为圆心， OA 长为半径画圆，交射线 AM 于点 C ；

②连接 CO

③以点 C 为圆心， CO 长为半径画弧，交射线 AN 于点 B ；连接 CB

线段 $\triangle ABC$ 就是所求作

(1) 使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

(2) 完成下面的证明

证明：

\because 点 C 、 A 在 ΓO 上.

$\therefore \angle COB = 2\angle CAB$ () (填推理依据).

$\because CB = CO$

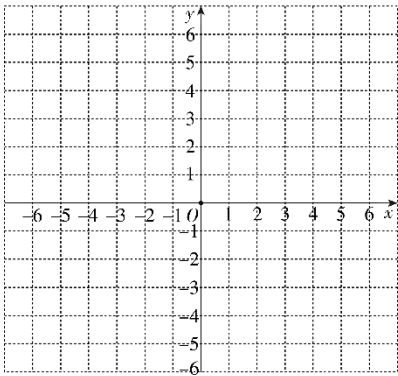
$\therefore \angle CBA =$ _____.

$\therefore \angle CBA = 2\angle CAB$

22.已知：直线 $l_1: y = kx + b$ 过点 $A(-1, 0)$ ，且与双曲线 $l_2: y = \frac{2}{x}$ 相交于点 $B(m, 2)$.

(1) 求 m 值及直线 l_1 的解析式;

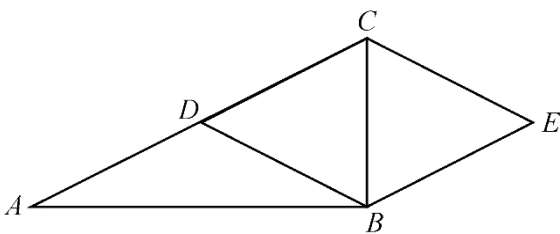
(2) 画出 l_1, l_2 的图像, 结合图像直接写出不等式 $kx + b > \frac{2}{x}$ 的解集.



23. 如图, $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, D 是 AC 的中点, 连接 BD , 过点 C 作 $CE \perp BD$, 过 B 作 $BE \perp AC$, 两直线相交于点 E .

(1) 求证: 四边形 $DBEC$ 是菱形;

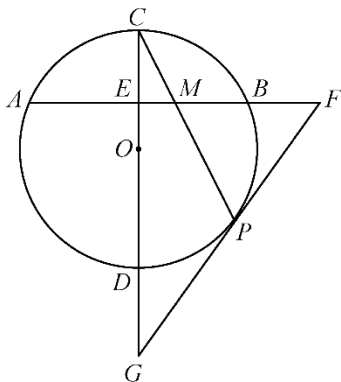
(2) 若 $\angle A = 30^\circ, BC = 2$, 求四边形 $DBEC$ 的面积.



24.如图,点E是 $\odot O$ 中弦AB的中点,过点E作 $\odot O$ 的直径CD,P是 $\odot O$ 上一点,过点P作 $\odot O$ 的切线,与AB的延长线交于F,与CD的延长线交于点G,连接CP与AB交于点M.

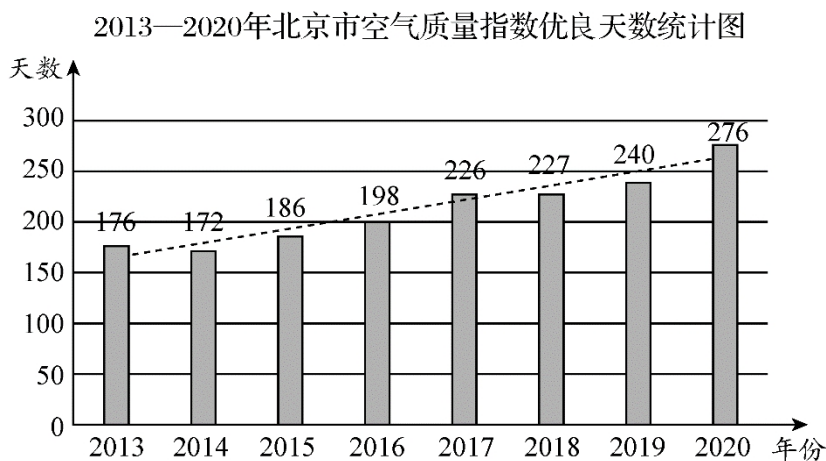
(1) 求证: $FM=FP$;

(2) 若点P是FG的中点, $\cos \angle F = \frac{3}{5}$, $\odot O$ 半径长为3,求EM长.



25. “十三五”时期是北京市迄今为止大气污染治理力度最大,成效最明显的五年,2020年空气质量优良天数继续增加,大气主要污染物中细颗粒物(PM2.5)年均浓度首次实现38微克/立方米,空气质量改善取得标志性、历史性突破。下面对2013--2020年北京市的空气质量有关数据进行收集、整理、描述和分析,给出了部分信息:

a.2013-2020年北京市空气质量指数为优良级别天数变化

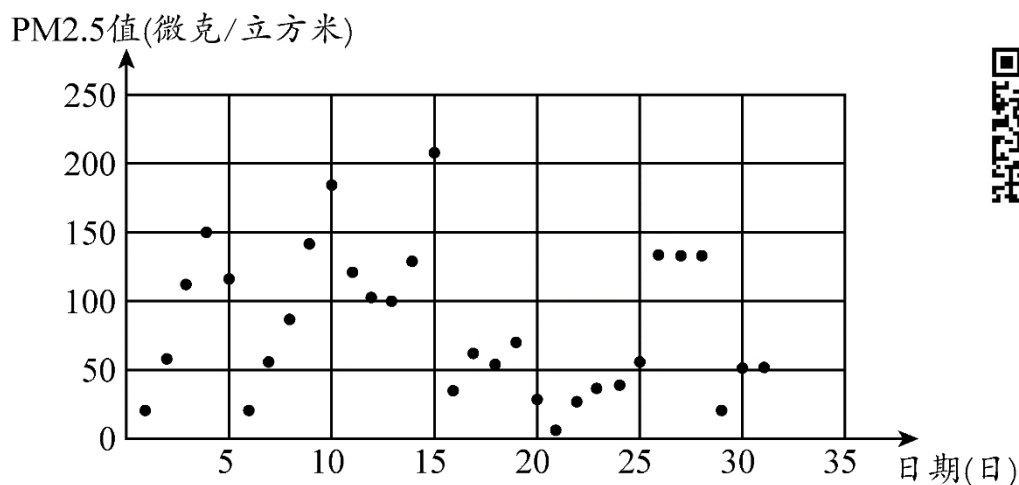


b. 收集了2021年3月北京市16个城区的PM2.5的浓度均值(单位:微克/立方米), 79 79 80 81 83 79 83 83 81 83 84 84 84 84 86 84并整理如下表:

PM2.5的浓度	79	80	81	83	84	86
区的个数	m	1	2	n	5	1

c.2021年3月北京市每日的PM2.5的浓度(单位:微克/立方米)统计情况如下:

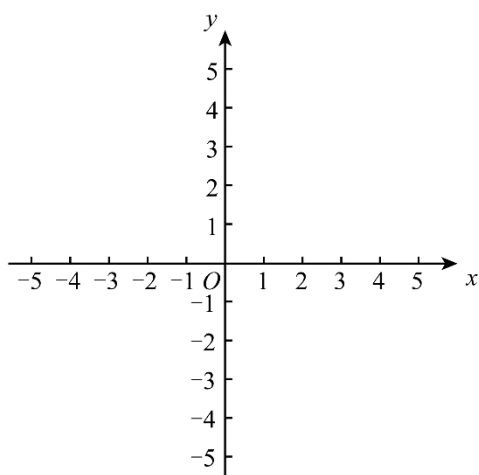
2021年3月北京市每日PM2.5浓度情况统计图



- (1) 2020 年北京市空气质量优良天数比 2013 年增加了_____天；
- (2) m 的值为____； n 的值为____；
- (3) 2021 年 3 月北京市 16 个城区的 PM2.5 浓度值的中位数是_____；
- (4) 依据 2021 年 3 月北京市每日的 PM2.5 的浓度情况统计图，若三月上旬（1-15 日）北京市的 PM2.5 的浓度平均值为 \bar{x}_1 ，方差为 S_1^2 ，三月下旬（16-31 日）北京市的 PM2.5 的浓度平均值为 \bar{x}_2 ，方差为 S_2^2 ，则 \bar{x}_1 _____ \bar{x}_2 ，
 S_1^2 _____ S_2^2 (填“>”，“=”或“<”)；

26. 已知关于 x 的二次函数 $y = x^2 - 2mx - 3$.

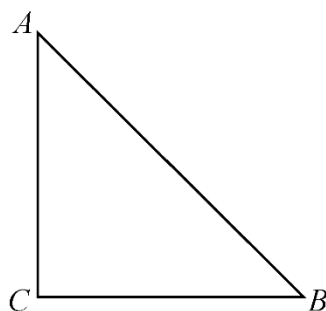
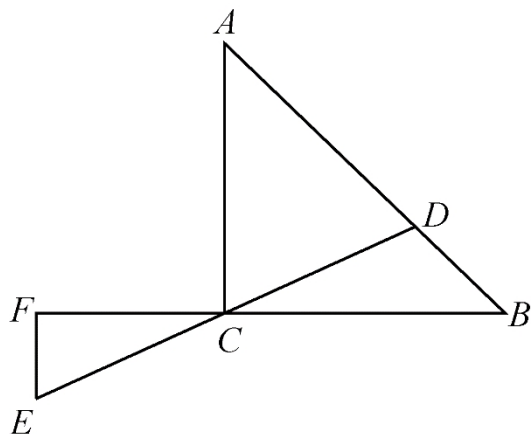
- (1) 当抛物线过点 (2, -3) 时，求抛物线的表达式，并求它与 y 轴的交点坐标；
- (2) 求这个二次函数的对称轴（用含 m 的式子表示）；
- (3) 若抛物线上存在两点 $A(a, a)$ 和 $B(b, -b)$, 当 $a < 0, b > 0$ 时，总有 $a + b > 0$ ，求 m 的取值范围.



27. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, D 是直线 AB 上一点 (点 D 不与点 A 、 B 重合), 连接 DC 并延长到 E , 使得 $CE = CD$, 过点 E 作 $EF \perp$ 直线 BC , 交直线 BC 于点 F .

(1) 如图 1, 当点 D 为线段 AB 的上任意一点时, 用等式表示线段 EF 、 CF 、 AC 的数量关系, 并证明;

(2) 如图 2, 当点 D 为线段 BA 的延长线上一点时, 依题意补全图 2, 猜想线段 EF 、 CF 、 AC 的数量关系是否发生改变, 并证明;

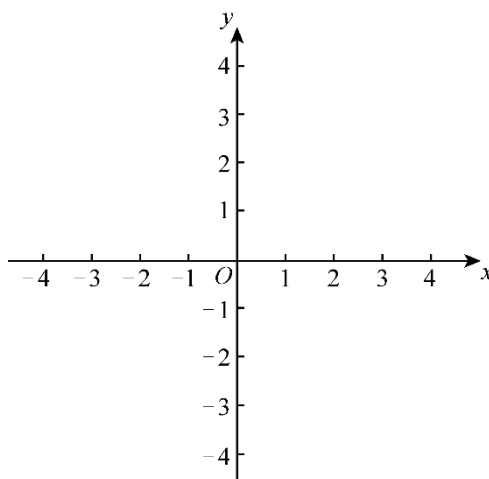
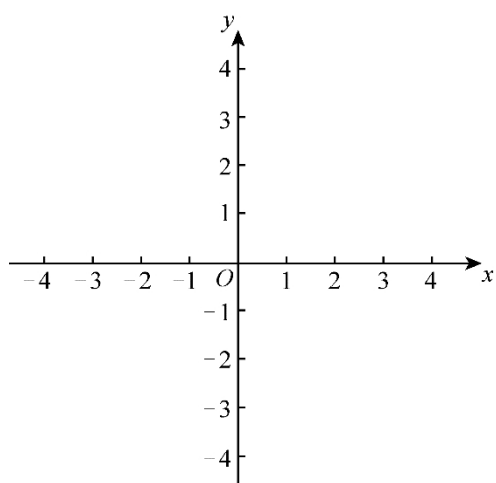


28. 已知点 P 、 Q 分别为图形 M 和图形 N 上的任意点, 若存在点 P 、 Q 使得 $PQ = 1$, 我们就称图形 M 、 N 为友好图形, P 、 Q 为关于图形 M 、 N 的一对友好点.

(1) 已知点 $A(1,0)$, $B(0, \frac{1}{2})$, $C(-1,1)$ 中, _____ 与点 O 为一对友好点,

(2) 已知 $\odot O$ 半径 $r=1$, 若直线 $y=x+b$ 与 $\odot O$ 有且只有一对友好点, 求 b 的值.

(3) 已知点 $D(m, \sqrt{2})$, $\odot D$ 半径 $r=1$, 若直线 $y=x+m$ 与 $\odot D$ 是友好图形, 求 m 的取值范围.



参考答案



一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	B	D	D	B	D	A	C

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	$x \geq 2$	$a(x+y)(x-y)$	2 或 3（任写一个即可）	$\frac{a}{a+1}$	任写一组对应边或对应角即可	$\begin{cases} 3x-6=y \\ 2x+9=y \end{cases}$	=	3 或 12 日（任写一个即可）

三、解答题(本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分)解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17.解: $= 2 + 2\sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} - 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} \dots\dots\dots 4$
 $= 4$

18.解不等式组: $\begin{cases} 3x+1 > 2x \\ \frac{x+3}{2} \geq x \end{cases}$
 解①得 $x > -1 \dots\dots\dots 2$
 解②得 $x \leq 3 \dots\dots\dots 4$
 $\therefore -1 < x \leq 3 \dots\dots\dots 5$

19. $= x^2 - 1 + 2x - 6 \dots\dots\dots 2$
 $= x^2 + 2x - 7 \dots\dots\dots 3$
 $x^2 + 2x - 1 = 0 \dots\dots\dots 4$
 $\therefore x^2 + 2x = 1$
 $\therefore \text{原式} = 1 - 7 = -6 \dots\dots\dots 5$

20. (1) $\Delta = (k+1)^2 - 4k \dots\dots\dots 1$

$$= (k-1)^2 \geq 0 \dots\dots\dots 2$$

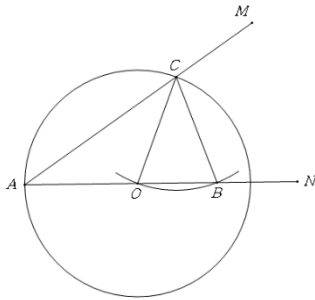
∴ 方程总有两个实数根

(2) 取 $k=0$, 得

$$x^2 + x = 0 \dots\dots\dots 3$$

解得: $x_1 = 0, x_2 = -1 \dots\dots\dots 5$

21. (1)



(一条弧弧所对圆周角是它所对的圆心角的一半) $\dots\dots\dots 4$

$$\angle COB \dots\dots\dots 5$$

22. 解: (1) $y = \frac{2}{x}$ 过点 B (m, 2)

解得, $m = 1 \dots\dots\dots 1$

$y = kx + b (k \neq 0)$ 过点 A (-1, 0) 和 B (1, 2)

$$\therefore \begin{cases} -k + b = 0 \\ k + b = 2 \end{cases} \dots\dots\dots 2$$

$$\therefore \begin{cases} b = 1 \\ k = 1 \end{cases} \dots\dots\dots 3$$

∴ $y = x + 1$

(2) 画图略 $\dots\dots\dots 4$

$$x > 1 \text{ 或 } -2 < x < 0 \dots\dots\dots 5$$

23. (1) 证明:

过点 C 作 $CE \perp BD$, 过 B 作 $BE \perp AC \dots\dots\dots 1$

∴ 四边形 BECD 是平行四边形

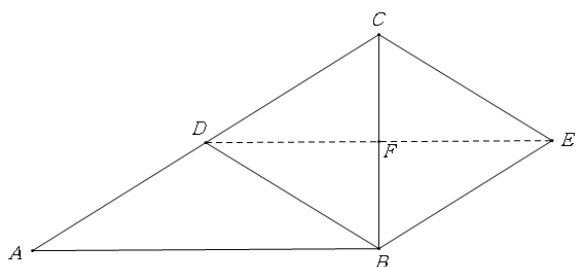


北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao



在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\because \angle ABC=90^\circ$, D 是 AC 中点

$\therefore BD=DC$

\therefore 四边形 BECD 是菱形. 3

(2) 连接 DE 交 BC 于 F,

四边形 BECD 是菱形

$\therefore \angle DFC = 90^\circ, CF = BF$ 4

$\therefore DF \perp AB$

$\angle A = 30^\circ, BC = 2$

$\therefore \angle CDF = 30^\circ, CF = 1$

$\therefore DC = 2, DF = \sqrt{3}$

$\therefore DE = 2\sqrt{3}$ 5

$\therefore S_{\text{菱形DBEC}} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2 = 2\sqrt{3}$ 6

24. (1) 解: 连结 OP.

$\because CD$ 为 $\odot O$ 的直径, E 为弦 AB 的中点

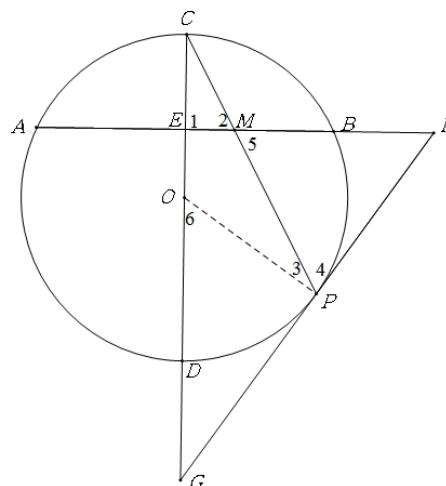
$\therefore \angle 1 = 90^\circ$ 1

$\therefore \angle C + \angle 2 = 90^\circ$,

$\because GF$ 是 $\odot O$ 的切线

$\therefore \angle OPF = 90^\circ$.

$\therefore \angle 3 + \angle 4 = 90^\circ$.





$$\because OC=OP$$

$$\therefore \angle C = \angle 3. \dots\dots\dots 2$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 2$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 5$$

$$\therefore \angle 5 = \angle 4$$

$$\therefore FM=FP \dots\dots\dots 3$$

(2) 连接 DE

$$\therefore \angle 1 = 90^\circ$$

$$\therefore \angle G + \angle F = 90^\circ$$

$$\therefore \angle 6 + \angle G = 90^\circ$$

$$\therefore \angle 6 = \angle F \dots\dots\dots 4$$

$$\therefore \cos \angle 6 = \cos \angle F = \frac{3}{5}$$

在 Rt△OPG 中,

$$\therefore OP=3$$

$$\cos \angle 6 = \frac{3}{5}$$

$$\therefore OG=5$$

$$\therefore PG=4 \dots\dots\dots 5$$

$$\therefore PF=PG=4$$

$$\therefore GF=8$$

$$\therefore \cos \angle F = \frac{EF}{8} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore EF = \frac{24}{5}$$

$$\therefore EM = \frac{24}{5} - 4 = \frac{4}{5} \dots\dots\dots 6$$

25. 解: (1) 100; \dots\dots\dots 1

- (2) 3,4.....3
(3) 834
(4) >, >6



26. (1) 解: ∵ 抛物线过点 (2, -3)

∴ $m=1$

$y = x^2 - 2x - 3$ 1

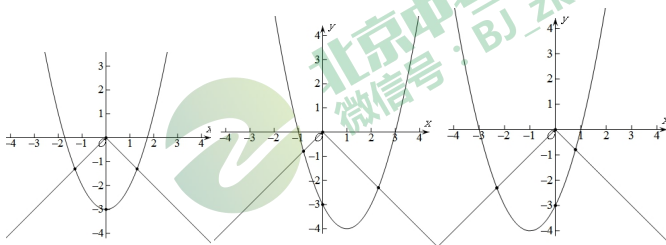
与 y 轴交点 (0, -3) 2

(2) 对称轴 $x=m$ 3

(3) 当 $m=0$ 时

当 $m>0$ 时

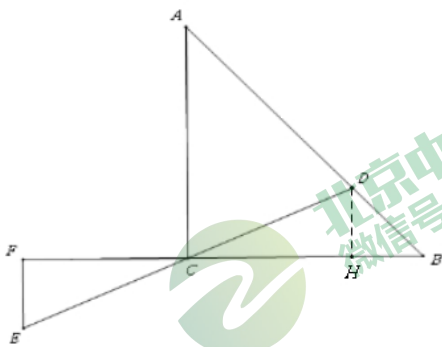
当 $m<0$ 时



此时, $|a|=|b|, a+b=0$; 此时, $|a|<|b|, a+b>0$; 此时, $|a|>|b|, a+b<0$;

∴ $m>0$ 时结论成立 6

27.(1)结论: $AC=EF+FC$1



证明: 过 D 作 $DH \perp CB$ 于 H,

∵ $EF \perp CF$ 于 F

∴ $\angle EFC = \angle DHC = 90^\circ$

∵ $\angle FCE = \angle DCH, EC = DC$

$\therefore \triangle FEC \cong \triangle HDC$ (AAS)2

$\therefore CH=FC, DH=EF$

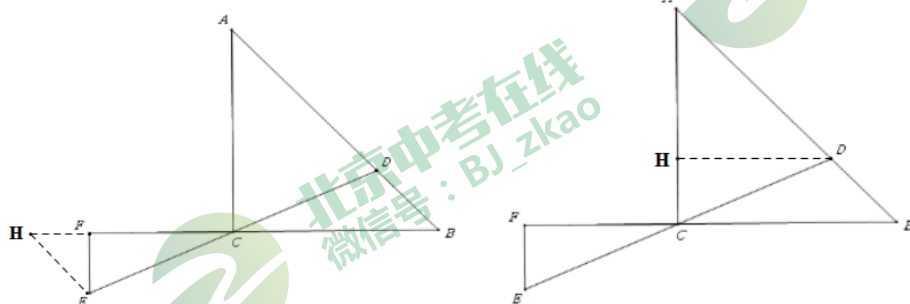
$\because \angle DHB=90^\circ, \angle B=45^\circ$

$\therefore DH=HB=EF$

$\therefore AC=BC=CH+BH$

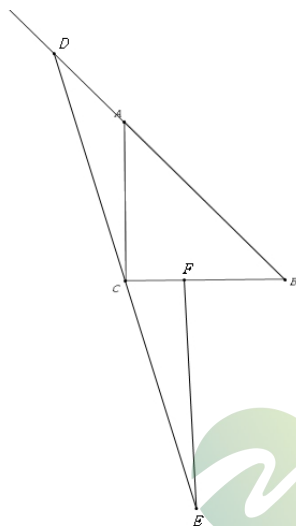
$=FC+EF$3

以下辅助线作法均可证，参考以上标准，对应给分



(2)依题意补全图形.....4

结论：EF=FC+AC.....5



证明：过 D 作 $DH \perp CB$ 交 CB 的延长线于 H，

$\because EF \perp CF$ 于 F

$\therefore \angle EFC = \angle DHC = 90^\circ$

$\because \angle FCE = \angle DCH, EC = DC$

$\therefore \triangle FEC \cong \triangle HDC$ (AAS)6

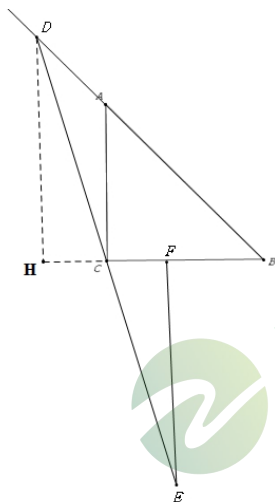
$\therefore CH=FC, DH=EF$

$\because \angle DHB=90^\circ, \angle B=45^\circ$

$\therefore DH=HB=EF$

$\therefore EF=CH+BC$

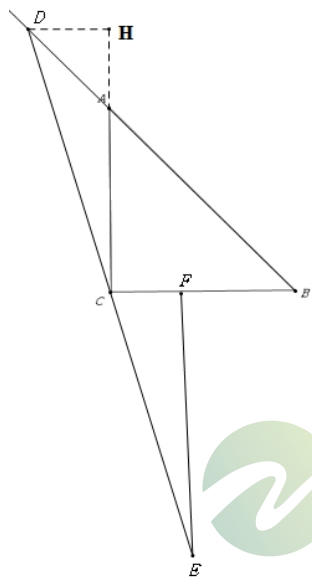
$=FC+AC$7



北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

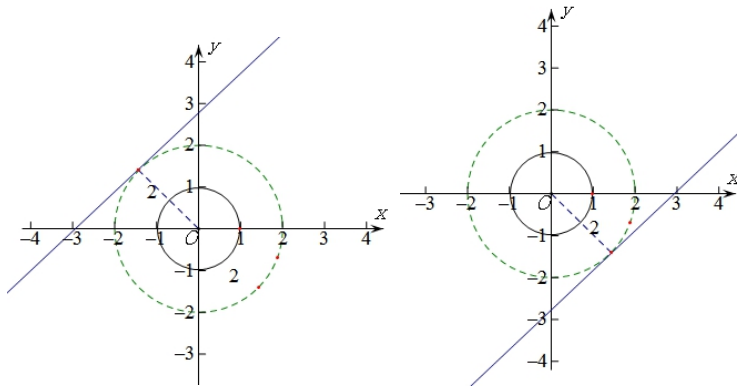
以下辅助线作法均可证, 参考以上标准, 酌情给分



北京中考在线
微信号: BJ_zkao

北京中考在线
微信号: BJ_zkao

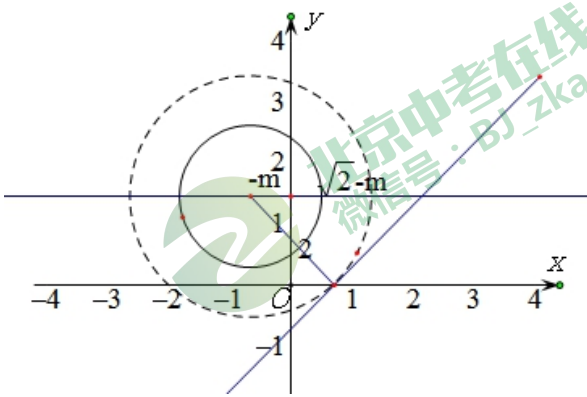
28. 解: (1) A; 1



(2)

$b = 2\sqrt{2}$ 或 $b = -2\sqrt{2}$; 3

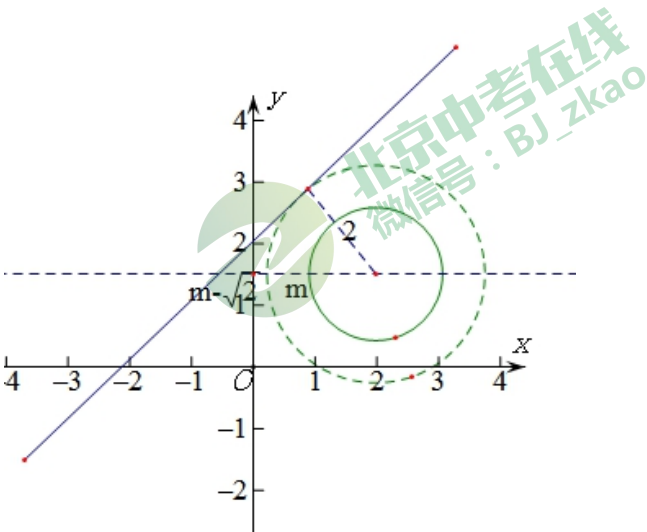
(3) 当 $m < 0$ 时,



此时有:

$$-m + \sqrt{2} - m = 2\sqrt{2}$$

解得: $m = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 4



当 $m > 0$ 时,

此时有：

$$m + m - \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

解得： $m = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ 5

$\therefore -\frac{\sqrt{2}}{2} \leq m \leq \frac{3\sqrt{2}}{2}$ 7

