房山区 2023—2024 学年度第一学期期末检测试卷

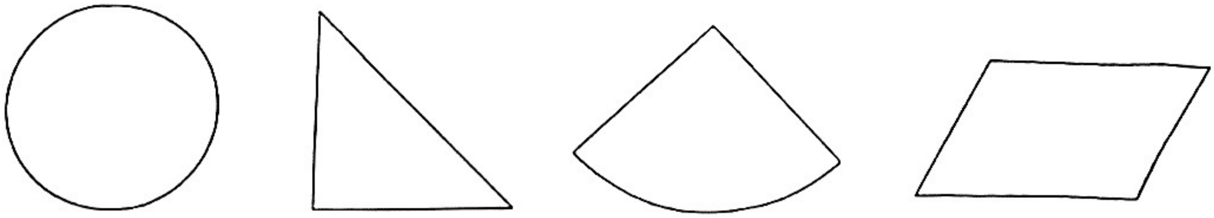
九 年 级 数 学

本试卷共 8 页，共 100 分，考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡交回，试卷自行保存。

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. 下列图形中，既是中心对称图形又是轴对称图形的是



（A）　　（B）　　（C）　　（D）

2. 如果 $\frac{x}{y}=\frac{5}{3}$，那么 $\frac{x-y}{y}$ 的值是

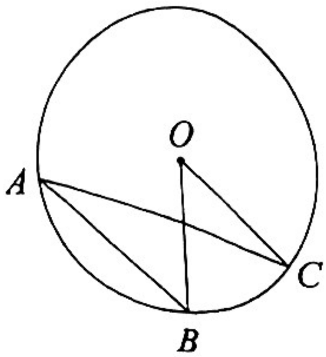
（A）$-\frac{5}{2}$　　（B）$-\frac{2}{3}$　　（C）$\frac{2}{3}$　　（D）$\frac{5}{2}$

3. 抛物线 $y=(x-1)^2+2$ 的顶点坐标是

（A）$(-1，2)$　　（B）$(1，2)$

（C）$(-1，-2)$　　（D）$(1，-2)$

4. 如图，在⊙O 中，若 $\angle BAC=25°$，则 $\angle BOC$ 的度数是



（A）15°　　（B）25°

（C）50°　　（D）75°

5. 将二次函数 $y=x^2$ 的图象向上平移 5 个单位，得到的函数图象的表达式是

（A）$y=x^2+5$　　（B）$y=x^2-5$

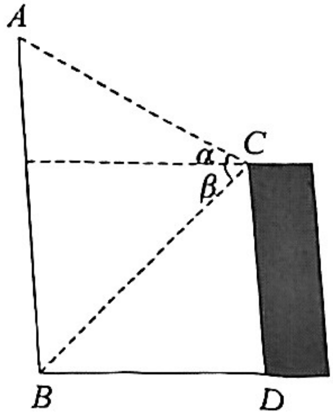
（C）$y=(x+5)^2$　　（D）$y=(x-5)^2$

6. 若点 $A(1, y_1)$，$B(2, y_2)$ 在反比例函数 $y=-\dfrac{2}{x}$ 的图象上，则 y_1，y_2 的大小关系是

（A）$y_1 > y_2$　　（B）$y_1 < y_2$

（C）$y_1 \geqslant y_2$　　（D）$y_1 \leqslant y_2$

7. 如图，建筑物 CD 和旗杆 AB 的水平距离 BD 为 9m，在建筑物的顶端 C 测得旗杆顶部 A 的仰角 α 为 $30°$，旗杆底部 B 的俯角 β 为 $45°$，则旗杆 AB 的高度为



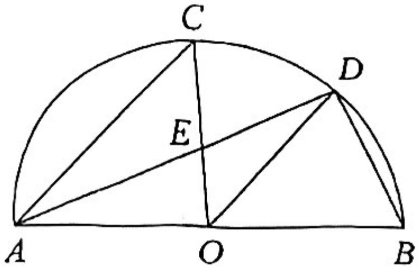
（A）$3\sqrt{2}\,\text{m}$　　（B）$3\sqrt{3}\,\text{m}$

（C）$(3\sqrt{2}+9)\,\text{m}$　　（D）$(3\sqrt{3}+9)\,\text{m}$

8. 如图，AB 是半圆 O 的直径，半径 $OC \perp AB$，点 D 是 $\overset{\frown}{BC}$ 的中点，连接 BD，OD，AC，AD，AD 与 OC 交于点 E，给出下面三个结论：

① AD 平分 $\angle CAB$；② $AC \parallel OD$；③ $AE=\sqrt{2}DE$.

上述结论中，所有正确结论的序号是



（A）①②　　（B）①③

（C）②③　　（D）①②③

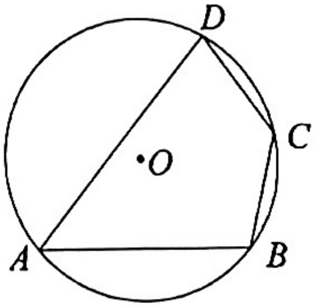
二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 函数 $y=\dfrac{1}{x-1}$ 的自变量 x 的取值范围是__________.

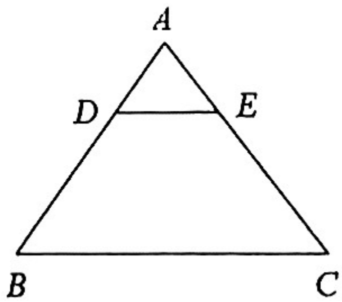
10. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$，若 $\angle C=130°$，则 $\angle A=$__________°.

11. 请写出一个图象过点 $(1, 2)$ 的函数表达式：__________.

12. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D，E 分别在 AB，AC 上，$DE \parallel BC$，$DE=3$，$BC=9$，$AE=2$，则 EC 的长为__________.

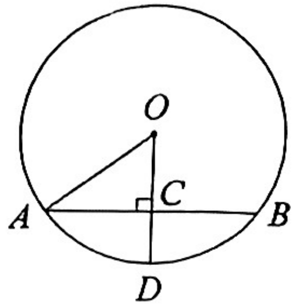


（第 10 题图）

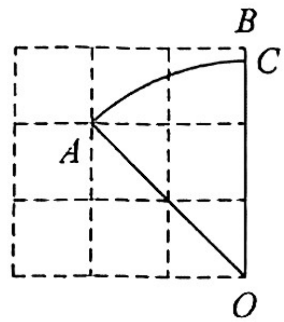


（第 12 题图）

13. 如图，A，B，D 三点在半径为 5 的⊙O 上，AB 是⊙O 的一条弦，且 $OD\perp AB$ 于点 C，若 $AB=8$，则 OC 的长为________.



（第 13 题图）



（第 14 题图）

14. 如图，在 3×3 的方格中，每个小方格都是边长为1的正方形，O，A，B 分别是小正方形的顶点，点 C 在 OB 上，则 $\overset{\frown}{AC}$ 的长为________.

15. 在△ABC 中，$BC=2$，$AC=2\sqrt{3}$，$\angle A=30°$，则△ABC 的面积为________.

16. 在平面直角坐标系 xOy 中，A 为 y 轴正半轴上一点. 已知点 $B(1,0)$，$C(5,0)$，⊙P 是△ABC 的外接圆.

（1）点 P 的横坐标为________；

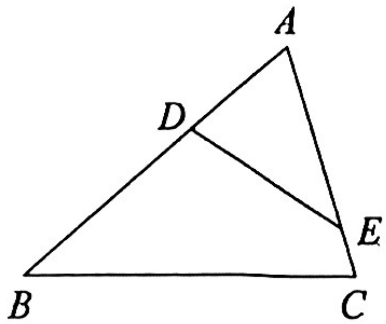
（2）若 $\angle BAC$ 最大时，则点 A 的坐标为________.

三、解答题（共 68 分，第 17-22 题，每题 5 分，第 23-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算：$4\sin45°+(\sqrt{3}-1)^0+|-5|-\sqrt{8}$.

18. 如图，D，E 分别是△ABC 的边 AB，AC 上的点，$\angle ADE=\angle C$.

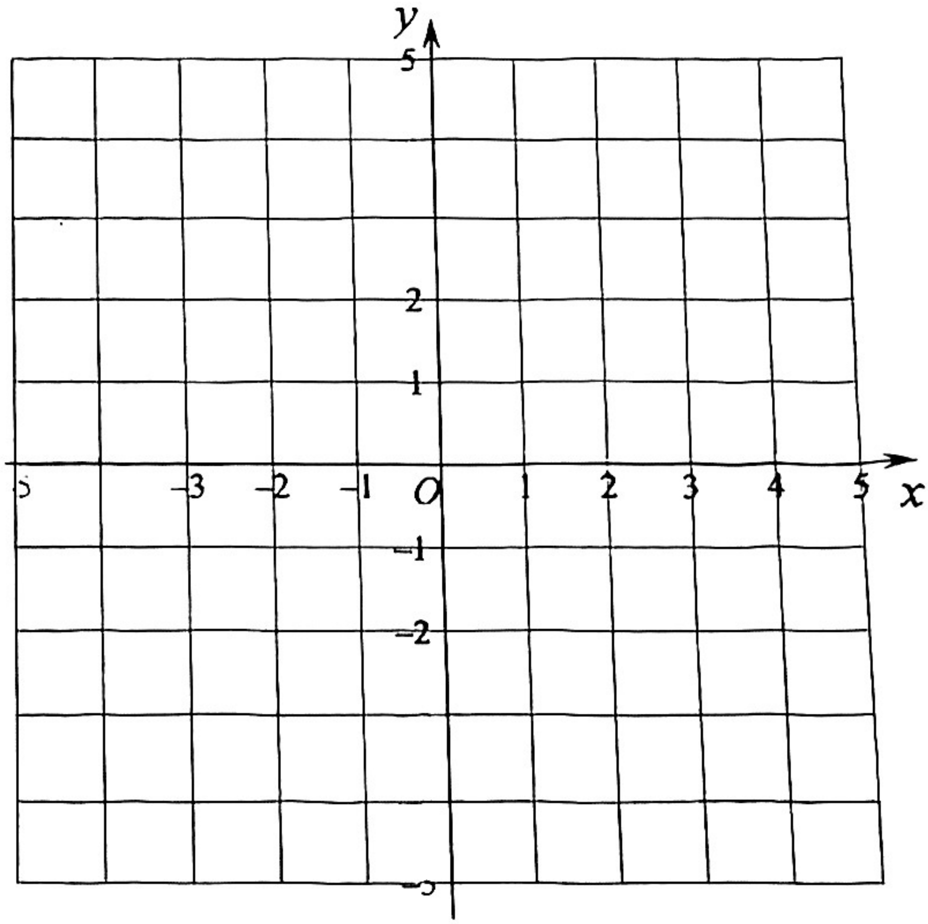
求证：△ADE ∽ △ACB.



已知二次函数 $y=x^2+2x-3$．

（1）在平面直角坐标系中画出它的图象，并写出它的对称轴；

（2）结合图象直接写出当 $-1<x<1$ 时，y 的取值范围.



如图，在 Rt△ ABC 中，$\angle C=90°$，$BC=5$，$AB=13$．求 $\cos A$ 的值.

21. 已知：如图⊙O.

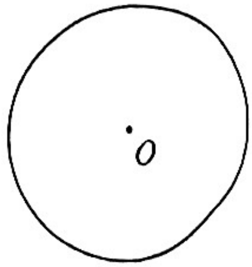
求作：⊙O的内接正方形.

作法：①作⊙O的直径AB；

②作直径AB的垂直平分线MN交⊙O于点C，D；

③连接AC，BC，AD，BD.

所以四边形$ACBD$就是所求作的正方形.



（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

证明：∵ MN是AB的垂直平分线，

∴ MN过点O.

∴ $\angle AOC = \angle COB = \angle BOD = \angle DOA = 90°$.

∴ $AC = BC = BD = AD$.（__________）（填推理的依据）

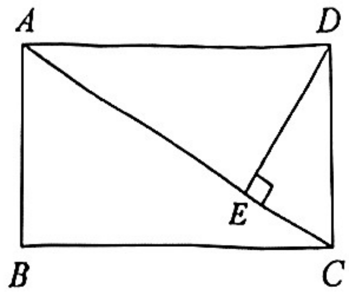
∴四边形$ACBD$是菱形.

∵ AB是⊙O的直径，

∴ $\angle ACB =$__________°.（__________）（填推理的依据）

∴菱形$ACBD$是正方形.

22. 如图，在矩形$ABCD$中，AC为对角线，$DE \perp AC$，垂足为点E.



（1）求证：$\angle DAE = \angle EDC$；

（2）若$BC = 8$，$\tan\angle EDC = \dfrac{3}{4}$，求$DE$的长.

23. 在平面直角坐标系xOy中，直线$y = x$与双曲线$y = \dfrac{k}{x}$相交于点$P(2, m)$和点Q.

（1）求m的值及点Q的坐标；

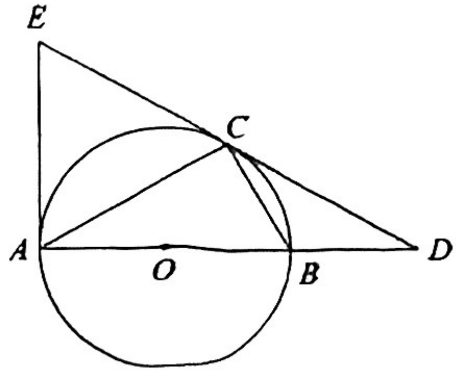
（2）已知点$N(0, n)$，过点N作平行于x轴的直线交直线$y = x$与双曲线$y = \dfrac{k}{x}$分别为点$A(x_1, y_1)$和$B(x_2, y_2)$．当$x_1 > x_2$时，直接写出n的取值范围是__________.

24. 如图，AB 是⊙ O 的直径，AC，BC 是弦，点 D 在 AB 的延长线上，

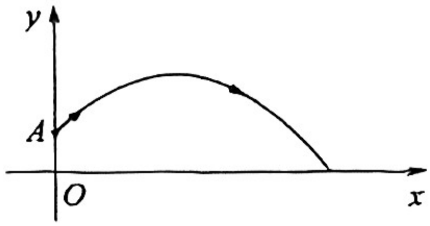
且 $\angle DCB = \angle DAC$，⊙ O 的切线 AE 与 DC 的延长线交于点 E.

（1）求证：CD 是⊙ O 的切线；

（2）若⊙ O 的半径为 2，$\angle D = 30°$，求 AE 的长.



25. 原地正面掷实心球是北京市初中学业水平考试体育现场考试的选考项目之一. 实心球被掷出后的运动路线可以看作是抛物线的一部分，建立如图所示的平面直角坐标系. 实心球从出手（点 A 处）到落地的过程中，实心球的竖直高度 y（单位：m）与水平距离 x（单位：m）近似满足函数关系 $y = a(x-h)^2 + k\ (a<0)$.



九年级一名男生进行了两次训练.

（1）第一次训练时，实心球的水平距离 x 与竖直高度 y 的几组数据如下：

水平距离 x / m	0	3	5	6	7	9
竖直高度 y / m	2	$\frac{17}{4}$	$\frac{59}{12}$	5	$\frac{59}{12}$	$\frac{17}{4}$

根据上述数据，直接写出实心球竖直高度的最大值，并求出满足的函数关系 $y = a(x-h)^2 + k\ (a<0)$；

（2）第二次训练时，实心球的竖直高度 y 与水平距离 x 近似满足函数关系 $y = -\frac{1}{12}(x-5)^2 + \frac{49}{12}$. 记该男生第一次训练实心球落地的水平距离为 d_1，第二次训练实心球落地的水平距离为 d_2，则 d_1 ________ d_2（填“>”“=”或“<”）.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $(1, m)$ 、 $(3, n)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx + 4\ (a > 0)$ 上，设抛物线的对称轴为 $x = t$.

（1）当 $m=n$ 时，求抛物线与 y 轴交点的坐标及 t 的值；

（2）点 $(x_0, n)\ (x_0 \neq 3)$ 在抛物线上，若 $m < n \leq 4$ ，求 t 的取值范围及 x_0 的取值范围.

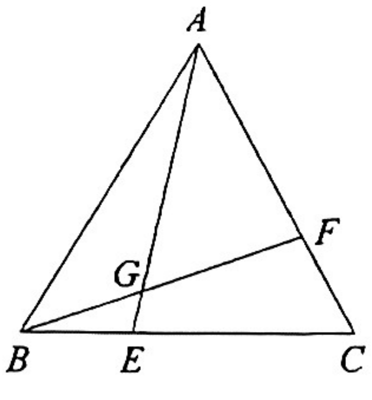
27. 如图，在等边三角形 ABC 中，E、F 分别是 BC ，AC 上的点，且 $BE = CF$ ，AE ，BF 交于点 G .

（1）$\angle AGF =$ ________ °；

（2）过点 A 作 $AD \parallel BC$（点 D 在 AE 的右侧），且 $AD = BC$ ，连接 DG .

① 依题意补全图形；

② 用等式表示线段 AG ，BG 与 DG 的数量关系，并证明.



定义：在平面直角坐标系 xOy 中，对于⊙M 内的一点 P，若在⊙M 外存在点 P'，

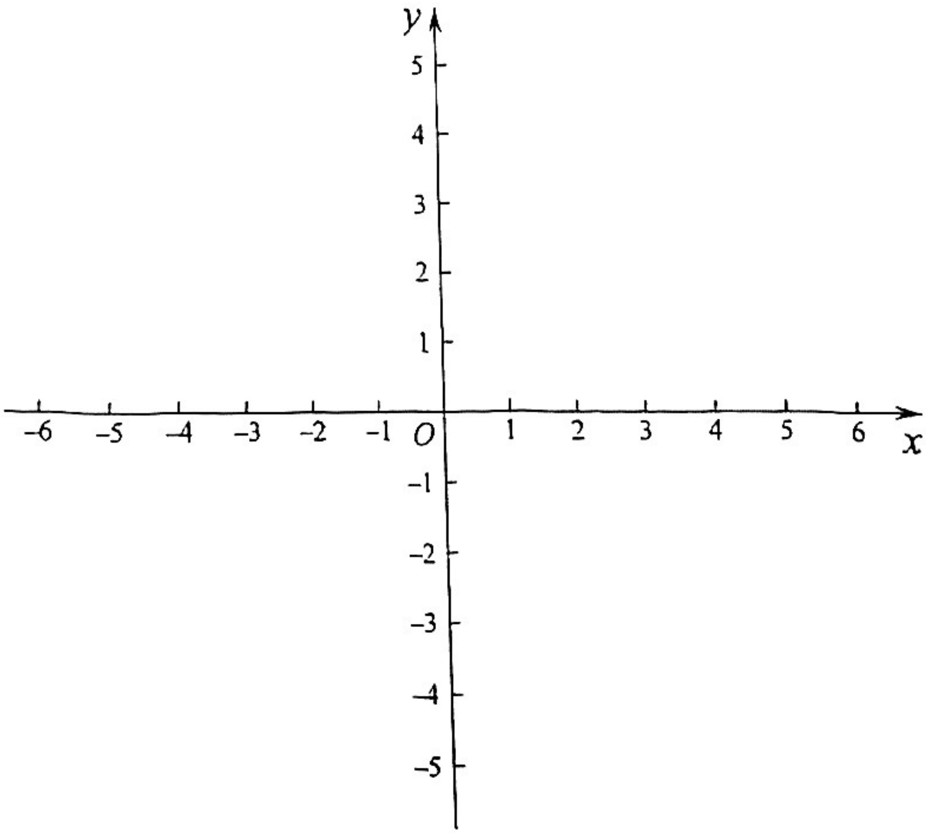
使得 $MP'=2MP$，则称点 P 为⊙M 的"内二分点".

(1) 当⊙O 的半径为 2 时，

① 在 $P_1(-1, 0)$，$P_2(1, \frac{3}{2})$，$P_3(\sqrt{2}, -1)$，$P_4(-\sqrt{3}, -1)$ 四个点中，是⊙O 的"内二分点"的是__________；

② 已知一次函数 $y=kx-2k$ 在第一象限的图象上的所有点都是⊙O 的"内二分点"，求 k 的取值范围；

(2) 已知点 $M(m, 0)$，$B(0, -1)$，$C(1, -1)$，⊙M 的半径为 4，若线段 BC 上存在⊙M 的"内二分点"，直接写出 m 的取值范围.



房山区2023—2024学年度第一学期期末检测试卷参考答案

九年级数学

第一部分 选择题（共16分，每题2分）

在下列各题的四个选项中，只有一项是符合题意的.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	C	B	C	A	B	D	D

第二部分 非选择题（共84分）

二、填空题（共16分，每题2分）

9. $x \neq 1$

10. 50

11. $y = 2x$ 或 $y = \dfrac{2}{x}$ 或 $y = 2x^2$（答案不唯一）

12. 4

13. 3

14. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\pi$

15. $\sqrt{3}$ 或 $2\sqrt{3}$

16. （1）3；（2）$(0,\sqrt{5})$

（注：第15题答对1个给1分，第16题一空1分）

三、解答题（共68分，第17-22题，每题5分，第23-26题，每题6分，第27-28题，每题7分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17．解：$4\sin 45^\circ + (\sqrt{3}-1)^0 + |-5| - \sqrt{8}$

$= 4 \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} + 1 + 5 - 2\sqrt{2}$ ……………………………4分

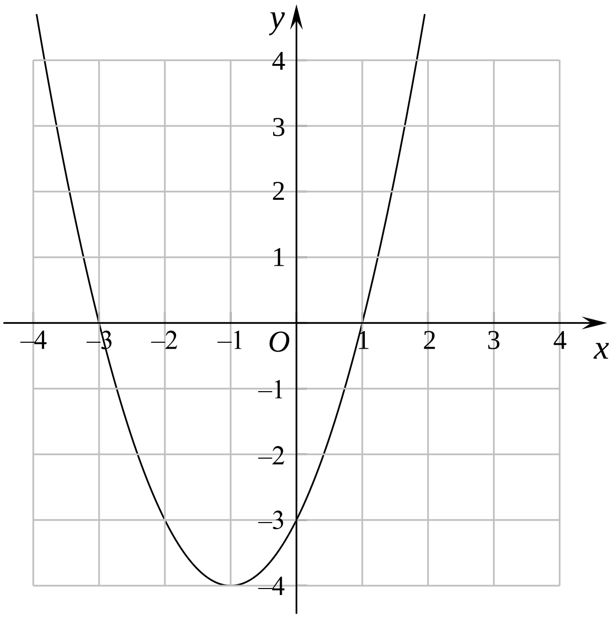
$= 6$. ……………………………5分

18. 证明：∵ $\angle A = \angle A$， ……………………………2分

又∵ $\angle ADE = \angle C$， ……………………………4分

∴ $\triangle ADE \backsim \triangle ACB$. ……………………………5分

19.（1）二次函数 $y=x^2+2x-3$ 的图象，如图.



…………………..……….2 分

抛物线的对称轴为直线 $x=-1$.　　　　　…………………..……….3 分

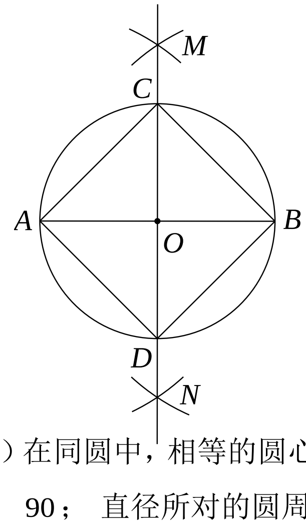
（2）当 $-1<x<1$ 时，则 y 的取值范围是 $-4<y<0$. …………..……….5 分

20. 解：在 Rt $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$BC=5$，$AB=13$，

由勾股定理得：$AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{13^2-5^2}=12$.　　………..……….3 分

$\therefore \cos A=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{12}{13}$.　　　　　…………………..……….5 分

21. 解：（1）补全的图形如图所示：　　　　…………………..……….2 分



（2）在同圆中，相等的圆心角所对的弦相等；　…………..……….3 分

90； 直径所对的圆周角是直角.　　　　　…………..……….5 分

22. （1）证明：∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴ $\angle ADC = 90°$.

∴ $\angle ADE + \angle EDC = 90°$. ……………..…………..……….1 分

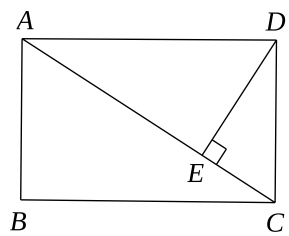
∵ $DE \perp AC$，

∴ $\angle ADE + \angle DAE = 90°$. ……………..…………..……….2 分

∴ $\angle DAE = \angle EDC$. ……………..…………..……….3 分

（2）解：在 Rt $\triangle DEC$ 中， $\tan\angle EDC = \dfrac{3}{4}$，设 $EC = 3x$， $DE = 4x$，

则 $DC = 5x$.



∵ $\angle DAE = \angle EDC$，

∴ $\tan\angle DAE = \tan\angle EDC = \dfrac{3}{4}$.

∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴ $AD = BC = 8$.

在 Rt $\triangle ADC$ 中， $\tan\angle DAC = \dfrac{3}{4}$， $AD = 8$.

∴ $\tan\angle DAE = \dfrac{DC}{AD} = \dfrac{3}{4}$.

∴ $DC = 6\cdot$

∴ $DC = 5x = 6$.

∴ $x = \dfrac{6}{5}$.

∴ $DE = 4x = \dfrac{24}{5}$. ……………..…………..……….5 分

23. 解：（1）∵直线 $y = x$ 与双曲线 $y = \dfrac{k}{x}$ 相交于点 $P(2，m)$.

∴ $m = 2$. ……………..…………..……….2 分

把点 $P(2，2)$ 代入 $y = \dfrac{k}{x}$ 得

$\frac{k}{2}=2$.

$\therefore k=4$. ……………………………3 分

$\therefore y=\frac{4}{x}$.

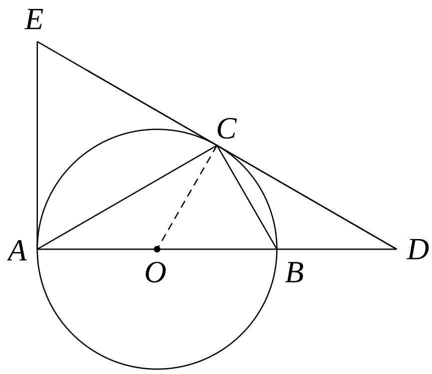
$\therefore \begin{cases} y=x, \\ y=\frac{4}{x}. \end{cases}$

$\therefore \begin{cases} x=2, \\ y=2. \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-2, \\ y=-2. \end{cases}$

$\therefore$ 点 Q 的坐标为 $(-2,\ -2)$. ……………………………4 分

（2）n 的取值范围是 $n>2$ 或 $-2<n<0$. ……………………………6 分

24. （1）证明：连接 OC.



$\because OA=OC$,

$\therefore \angle OAC=\angle OCA$.

又 $\because \angle DCB=\angle DAC$,

$\therefore \angle DCB=\angle OCA$. ………..1 分

$\because AB$ 是⊙O 的直径，

$\therefore \angle OCA+\angle OCB=90°$.

$\therefore \angle DCB+\angle OCB=90°$. ……………………………2 分

又 $\because OC$ 是半径，CD 经过⊙O 的半径外端 C.

$\therefore CD$ 是⊙O 的切线. ……………………………3 分

（2）解：在 Rt△OCD 中，

$\because \angle OCD=90°$，$\angle D=30°$，$OC=2$，

$\therefore OD=4$. ……………………………4 分

$\therefore AD=AO+OD=6$.

$\because AE$ 是⊙O 的切线，切点为 A，

$\therefore OA\perp AE$. ……………………………5 分

在 Rt△EAD 中，

∵ $\angle EAD = 90°$， $\angle D = 30°$， $AD = 6$，

∴ $AE = AD \cdot \tan 30° = 6 \times \dfrac{\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$.　　　　……………..………..……….6 分

25. （1）5m.　　　　……………..………..……….2 分

解：由题意可知 $y = a(x-6)^2 + 5$.

∵当 $x = 0$ 时， $y = 2$，

∴ $a(0-6)^2 + 5 = 2$，解得 $a = -\dfrac{1}{12}$，

∴函数关系为 $y = -\dfrac{1}{12}(x-6)^2 + 5$.　　　　……………..………..……….5 分

（2）>.　　　　……………..………..……….6 分

26. （1）解：当 $x = 0$ 时， $y = 4$.

∴抛物线与 y 轴交点的坐标为 $(0，4)$. ……………..………..……….1 分

∵点 $(1，m)$ ，$(3，n)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx + 4(a > 0)$ 上，且 $m = n$，

∴ $3 - t = t - 1$，解得 $t = 2$.　　　　……………..………..……….3 分

（2）解：由 $m = a + b + 4$， $n = 9a + 3b + 4$，

∵ $m < n$，

∴ $8a + 2b > 0$.

∴ $b > -4a$.

∵ $a > 0$，

∴ $-\dfrac{b}{2a} < 2$，即 $t < 2$.

∵ $n < 4$，

∴ $9a + 3b < 0$.

∴ $b < -3a$.

∴ $-\dfrac{b}{2a} > \dfrac{3}{2}$, 即 $t > \dfrac{3}{2}$.

综上所述，$\frac{3}{2}<t<2$.　　　　　　　　　　…………………..………5 分

∵点$(x_0，n)$ $(x_0\neq 3)$在抛物线上，

∴$(x_0，n)$，$(3，n)$ 关于抛物线的对称轴$x=t$对称，且$x_0<t$.

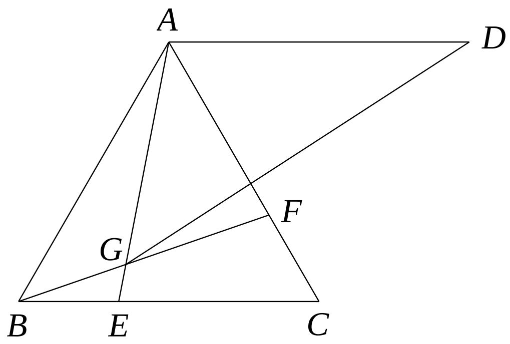
∴$3-t=t-x_0$，解得$t=\frac{x_0+3}{2}$.

∴$\frac{3}{2}<\frac{x_0+3}{2}<2$.

∴$0<x_0<1$.　　　　　　　　　　　…………………..………6 分

27.（1）60；　　　　　　　　　　　…………………..………2 分

（2）① 依题意补全图形，如图.



…………………..………4 分

② 用等式表示线段AG，BG与DG的数量关系：$3AG^2+BG^2=DG^2$.

…………………..………5 分

证明：作$\angle GAM=120°$，在AM截取$AP=AG$，连接GP，PD.

∵ $AP=AG$，$\angle GAP=120°$，

∴$\angle AGP=\angle APG=30°$.

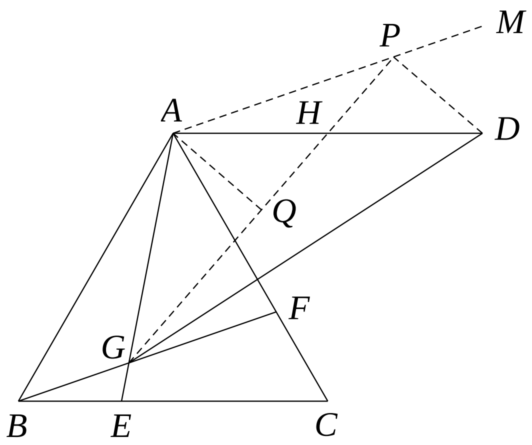
∵ $\triangle ABC$是等边三角形，

∴$AB=BC$，$\angle ABC=60°$.

又∵$AD=BC$，

$\therefore\ AB = AD$.

$\because\ AD \parallel BC$，



$\therefore \angle ABC + \angle BAD = 180°$.

$\therefore \angle BAD = 120°$.

$\because \angle GAP = 120°$，

$\therefore\ \angle BAG = \angle DAP$.

$\therefore\ \triangle BAG \cong \triangle DAP$（SAS）.

$\therefore\ BG = DP$， $\angle APD = \angle AGB = 120°$.

$\because\ \angle APG = 30°$，

$\therefore\ \angle DPG = 90°$.

$\therefore GP^2 + DP^2 = DG^2$.

过点 A 作 $AQ \perp GP$ 于点 Q，

在 Rt $\triangle AGQ$ 中，

$\because \angle AGQ = 30°$， $\cos\angle AGQ = \dfrac{GQ}{AG}$，

$\therefore GQ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}AG$.

$\therefore GP = 2GQ = \sqrt{3}AG$.

又$\because BG = DP$，

$\therefore 3AG^2 + BG^2 = DG^2$. ……………..………..……….7 分

28.（1）① P_2， P_3； ……………..………..……….2 分

②解：$\because$ 当 $x = 2$ 时， $y = 0$，

$\therefore$ 一次函数 $y = kx - 2k$ 的图象过点 $(2，0)$.

如图1，当一次函数 $y = kx - 2k$ 的图象与半径为 1 的⊙O 相切时，

$\angle OBP = 30°$，得： $k = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

如图2，当一次函数 $y=kx-2k$ 的图象与 y 轴的交点也是$\odot O$ 与 y 轴的交点时，$\angle OBA=45°$，得：$k=-1$.

$\therefore -1\leqslant k<-\frac{\sqrt{3}}{3}$；　　　　　　　　　　　　……………..…………..……….5 分

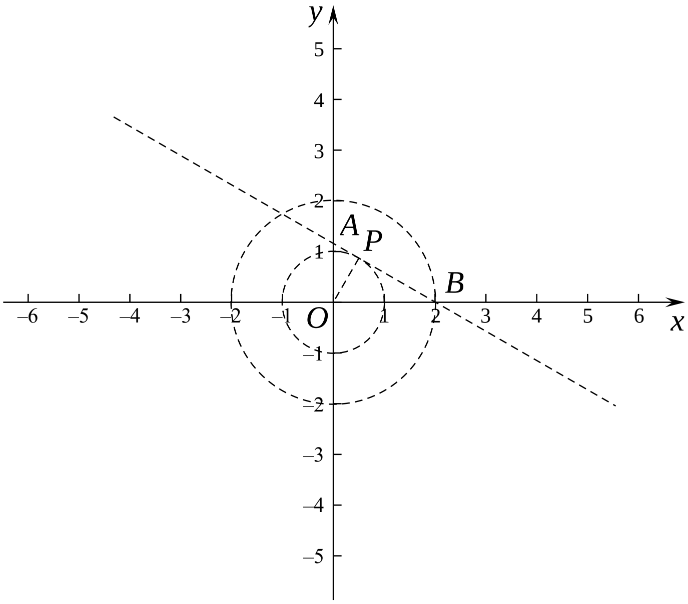


图 1

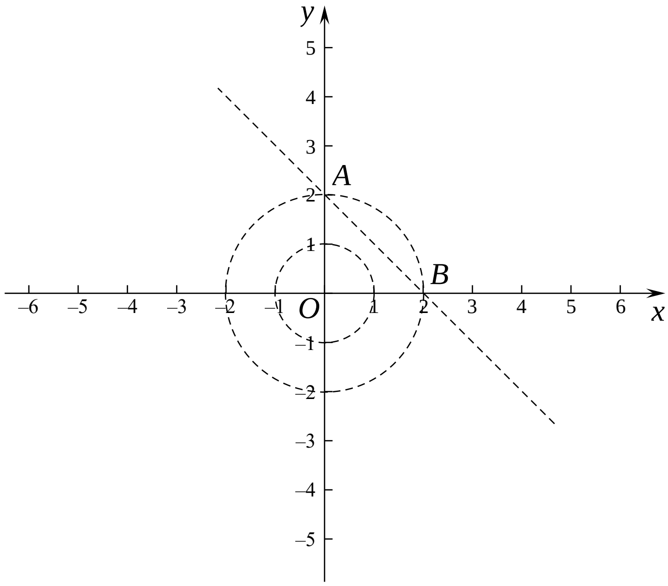


图 2

（2）$-\sqrt{15}<m<1-\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3}<m<1+\sqrt{15}$.　　　　　……………..…………..……….7 分