

顺义区 2023 年初中学业水平考试第一次统一练习

数学试卷

学校名称 _____ 班级 _____ 姓名 _____ 准考证号 _____

考生
须知

1. 本试卷共 8 页，共两部分，28 道题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在答题卡上准确填写学校、班级、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，将答题卡交回。

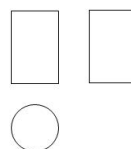
第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 右图是某几何体的三视图，该几何体是

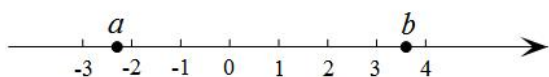
- (A) 三棱柱 (B) 长方体 (C) 圆柱 (D) 圆锥



2. 据国家统计局官网发布的“中华人民共和国 2022 年国民经济和社会发展统计公报”显示，我国企业研发投入继续保持两位数增长，2022 年全年研究与试验发展 (R&D) 经费支出 30 870 亿元，比上年增长 10.4%，将 30 870 用科学记数法表示应为

- (A) 3.087×10^3 (B) 3.087×10^4 (C) 0.3087×10^5 (D) 30.87×10^3

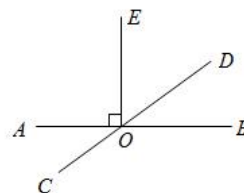
3. 实数 a , b 在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是



- (A) $a > -2$ (B) $a - b > 0$ (C) $-a > b$ (D) $a > -b$

4. 如图，直线 AB , CD 相交于点 O , $OE \perp AB$, 若 $\angle AOC = 36^\circ$, 则 $\angle DOE$ 的度数为

- (A) 36° (B) 54°
(C) 64° (D) 144°



5. 不透明的袋子中有三枚除颜色外都相同的棋子，其中有两枚是白色的，一枚是黑色的，从中随机同时摸出两枚棋子，则摸出的两枚棋子颜色相同的概率是

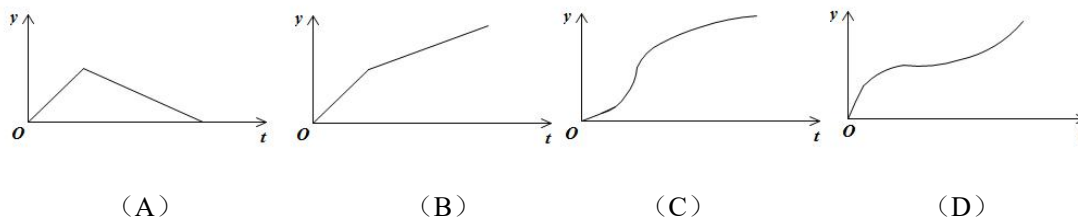
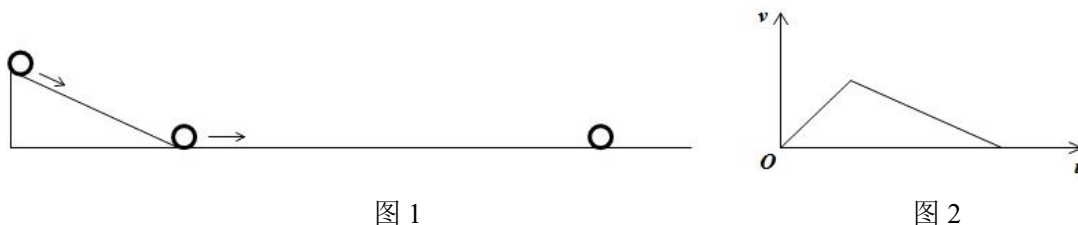
- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{4}{9}$

6. 如图，要把角钢（1）变成夹角是 90° 的钢架（2），则在角钢（1）上截去的缺口的度数为
- (A) 60° (B) 90°
 (C) 120° (D) 150°



7. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 4x + m = 0$ 有两个不相等的实数根，则实数 m 的取值范围是
- (A) $m < 4$ (B) $m > 4$ (C) $m < -4$ (D) $m > -4$

8. 如图 1，小球从左侧的斜坡滚下，沿着水平面继续滚动一段距离后停止。在这个过程中，小球的运动速度 v （单位：m/s）与运动时间 t （单位：s）的函数图象如图 2 所示，则该小球的运动路程 y （单位：m）与运动时间 t （单位：s）之间的函数图象大致是

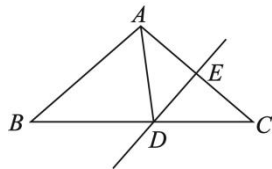


第二部分 非选择题

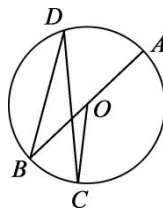
二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 若 $\sqrt{x-6}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是_____.
10. 分解因式： $a^2b - 4ab + 4b =$ _____.
11. 方程 $\frac{2x-1}{x-5} = \frac{1}{2}$ 的解为_____.
12. 在平面直角坐标系 xOy 中，若点 $A(2, y_1), B(4, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{m-1}{x} (m > 1)$ 的图象上，则 y_1 _____ y_2 （填“>”“=”或“<”）.

13. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, DE 是 AC 的垂直平分线, 分别交 BC , AC 于点 D , E . 若 $AC=2$, $BC=3$, 则 $\triangle ABD$ 的周长是_____.



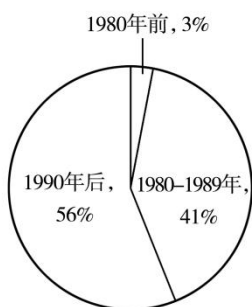
第 13 题图



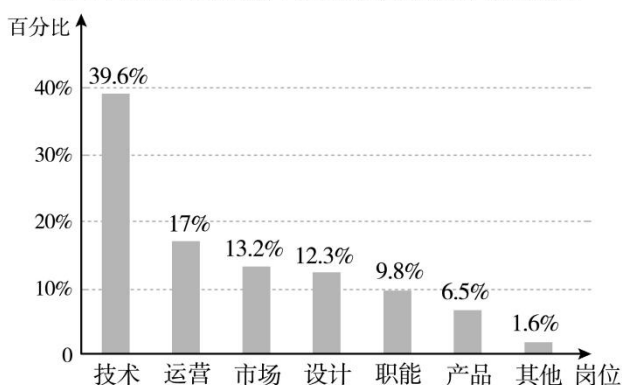
第 14 题图

14. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C, D 是 $\odot O$ 上两点, 若 $\angle AOC=140^\circ$, 则 $\angle D$ 的度数为_____.
15. 某调查机构对全国互联网行业进行调查统计, 得到整个互联网行业从业者出生年份分布扇形图和 1990 年后出生的互联网行业从业者岗位分布条形图.

互联网行业从业者
出生年份分布扇形图



1990年后出生的互联网行业从业者岗位分布条形图



根据该统计结果, 估计 1990 年后出生的互联网行业从业者中, 从事技术岗位的人数占行业总人数的百分比是_____。(精确到 1%)

16. 某京郊民宿有二人间、三人间、四人间三种客房供游客住宿, 某旅游团有 25 位女士游客准备同时住这三种客房共 8 间, 如果每间客房都要住满, 请写出一种住宿方案_____; 如果二人间、三人间、四人间三种客房的收费标准分别为 300 元/间、360 元/间、400 元/间, 则最优惠的住宿方案是_____.

三、解答题（本题共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22 题 5 分，第 23-24 题，每题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）
解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17. 计算： $|-3| - 6 \tan 30^\circ + \sqrt{12} - (\sqrt{3} - 2)^0$.

18. 解不等式： $x - \frac{x+1}{2} < 1 - \frac{x-3}{4}$, 并把它的解集在数轴上表示出来.

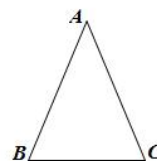
19. 已知 $x^2 - 2x - 1 = 0$, 求代数式 $(x+2)(x-2) + x(x-4)$ 的值.

20. 在证明“等腰三角形的两个底角相等”这个性质定理时，添加的辅助线 AD 有以下两种不同的叙述方法，请选择其中一种完成证明.

等腰三角形的性质定理：等腰三角形的两个底角相等.

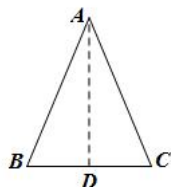
已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$.

求证： $\angle B = \angle C$.



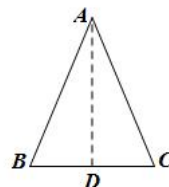
法一

证明：如图，作 $\angle BAC$ 的平分线交 BC 于点 D .



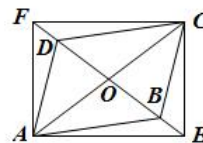
法二

证明：如图，取 BC 的中点 D ，连接 AD .



21. 如图, $\square ABCD$ 的对角线 AC, BD 相交于点 O , 将对角线 BD 向两个方向延长, 分别至点 E 和点 F , 且使 $BE=DF$.

- (1) 求证: 四边形 $AECF$ 是平行四边形;
(2) 若 $OF=OA$, 求证: 四边形 $AECF$ 是矩形.



22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象经过点 $(1, 1)$, $(0, -1)$,

且与 x 轴交于点 A .

- (1) 求该函数的解析式及点 A 的坐标;

- (2) 当 $x > \frac{1}{2}$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y = -x + n$ 的值小于函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的值, 直接写出 n 的取值范围.

23. 北京市共青团团委为弘扬“奉献、友爱、互助、进步”的志愿精神，鼓励学生积极参加志愿活动。为了解九年级未入团学生参加志愿活动的情况，从 A、B 两所学校九年级未入团学生中，各随机抽取 20 名学生，在“志愿北京 APP”上查到了他们参加志愿活动的时长。部分数据如下：

a. 两校志愿活动时长（小时）如下：

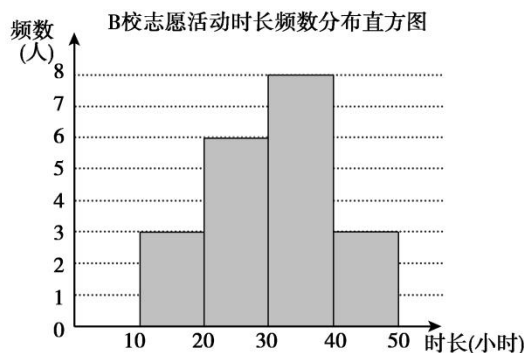
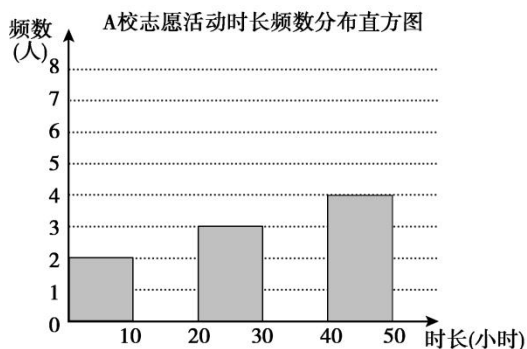
A 校： 17 39 39 2 35 28 26 48 39 19

46 7 17 13 48 27 32 33 32 44

B 校： 30 21 31 42 25 18 26 35 30 28

12 40 30 29 33 46 39 16 33 27

b. 两校志愿活动时长频数分布直方图(数据分成 5 组： $0 \leq x < 10$, $10 \leq x < 20$, $20 \leq x < 30$, $30 \leq x < 40$, $40 \leq x < 50$)：



c. 两校志愿活动时长的平均数、众数、中位数如下：

学校	平均数	众数	中位数
A 校	29.55	m	32
B 校	29.55	30	n

根据以上信息，回答下列问题：

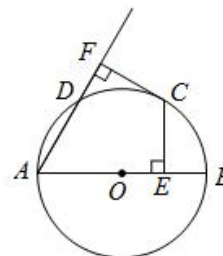
(1) 补全 A 校志愿活动时长频数分布直方图；

(2) 直接写出表中 m , n 的值；

(3) 根据北京市共青团团委要求，“志愿北京 APP”上参加志愿活动时长不够 20 小时不能提出入团申请，若 B 校九年级未入团学生有 180 人，从志愿活动时长的角度看，估计 B 校有资格提出入团申请的人数。

24. 如图，在 $\odot O$ 中， AB 是直径， AD 是弦，点 C 在 $\odot O$ 上， $CE \perp AB$ 于点 E ， $CF \perp AD$ ，交 AD 的延长线于点 F ，且 $CE=CF$.

- (1) 求证： CF 是 $\odot O$ 的切线；
 (2) 若 $CF=1$ ， $\angle BAF=60^\circ$ ，求 BE 的长.



25. 铅球运动员在比赛时，铅球被掷出后的运动路线可以看作是抛物线的一部分. 在某次比赛的一次投掷过程中，铅球被掷出后，设铅球距运动员出手点的水平距离为 x （单位： m ），竖直高度为 y （单位： m ）. 由电子监测获得的部分数据如下：



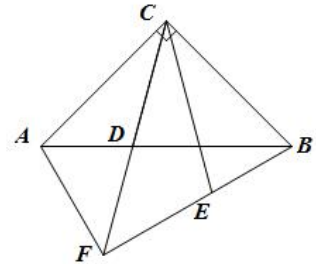
水平距离 x/m	0	3	6	9	12	15	18	...
竖直高度 y/m	2.00	4.25	5.60	6.05	5.60	4.25	2.00	...

- (1) 根据上述数据，直接写出铅球竖直高度的最大值，并求出满足的函数关系 $y = a(x-h)^2 + k$ ($a < 0$)；
 (2) 请你建立平面直角坐标系，描出上表中各对对应值为坐标的点，画出 y 与 x 的函数图象；
 (3) 请你结合所画图象或所求函数关系式，直接写出本次投掷后，铅球距运动员出手点的最远水平距离.

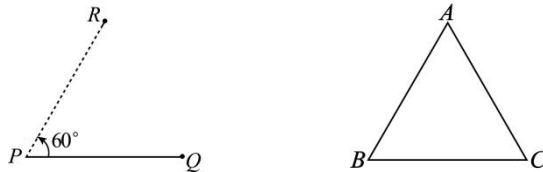
26. 已知：抛物线 $y = ax^2 - 4ax - 3$ ($a > 0$).

- (1) 求此抛物线与 y 轴的交点坐标及抛物线的对称轴；
 (2) 已知点 $A(n, y_1)$ ， $B(n+1, y_2)$ 在该抛物线上，且位于对称轴的同侧. 若 $|y_2 - y_1| \leq 4$ ，求 a 的取值范围.

27. 已知：如图， $\triangle ABC$ 中， $AC=BC$ ， $\angle ACB=90^\circ$ ，点 D 在 AB 边上，点 A 关于直线 CD 的对称点为 E ，射线 BE 交直线 CD 于点 F ，连接 AF 。
- (1) 设 $\angle ACD=\alpha$ ，用含 α 的代数式表示 $\angle CBF$ 的大小，并求 $\angle CFB$ 的度数；
- (2) 用等式表示线段 AF ， CF ， BF 之间的数量关系，并证明。



28. 给出如下定义：对于线段 PQ ，以点 P 为中心，把点 Q 逆时针旋转 60° 得到点 R ，点 R 叫做线段 PQ 关于点 P 的“完美点”。
- 例如等边 $\triangle ABC$ 中，点 C 就是线段 AB 关于点 A 的“完美点”。



在平面直角坐标系 xOy 中.

- (1) 已知点 $A(0, 2)$ ，在 $A_1(\sqrt{3}, 1)$ ， $A_2(-\sqrt{3}, 1)$ ， $A_3(1, \sqrt{3})$ ， $A_4(1, -\sqrt{3})$ 中，_____是线段 OA 关于点 O 的“完美点”；
- (2) 直线 $y = x + 4$ 上存在线段 BB' ，若点 B' 恰好是线段 BO 关于点 B 的“完美点”，求线段 BB' 的长；
- (3) 若 $OC=4$ ， $OE=2$ ，点 D 是线段 OC 关于点 O 的“完美点”，点 F 是线段 EO 关于点 E 的“完美点”。当线段 DF 分别取得最大值和最小值时，直接写出线段 CE 的长.