



# 平谷区 2021 届初三年级二模考试

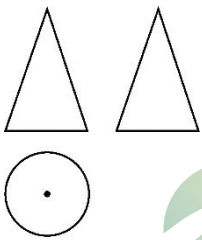
## 数学试卷

### 一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

1. 2022 年冬奥会张家口主场馆的设计方案日前正式对外公布，场馆主题为“活力冰雪，激情四射”，占地面积 50 公顷，规划总建筑面积为 270000 平方米.将 270000 用科学记数法表示为

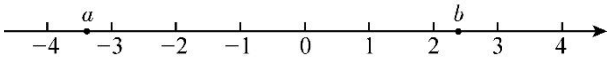
- (A)  $27 \times 10^5$       (B)  $2.7 \times 10^5$       (C)  $27 \times 10^4$       (D)  $0.27 \times 10^6$

2.右图是某几何体的三视图，该几何体是



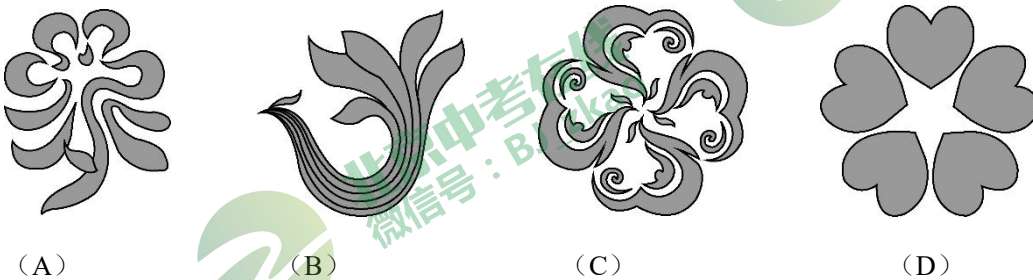
- (A) 圆锥      (B) 圆柱      (C) 三棱柱      (D) 三棱锥

3. 有理数  $a$ ， $b$  在数轴上的对应点的位置如图所示，则结论正确的是



- (A)  $a < -4$       (B)  $ab > 0$       (C)  $a + b > 0$       (D)  $|a| > |b|$

4. 中国花卉博览会(简称“花博会”)是中国规模最大、档次最高、影响最广的国家级花事盛会，被称为中国花卉界的“奥林匹克”.下列花博会会徽图案中，是轴对称图形的是



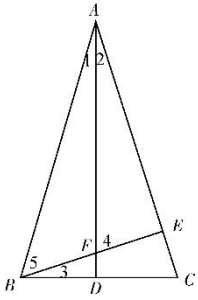
5.如果一个多边形的内角和为  $720^\circ$ ，那么这个多边形是

- (A) 五边形      (B) 六边形      (C) 七边形      (D) 八边形

6.若  $a^m = 2$ ， $a^n = 3$ ，则  $a^{m+n}$  的值为

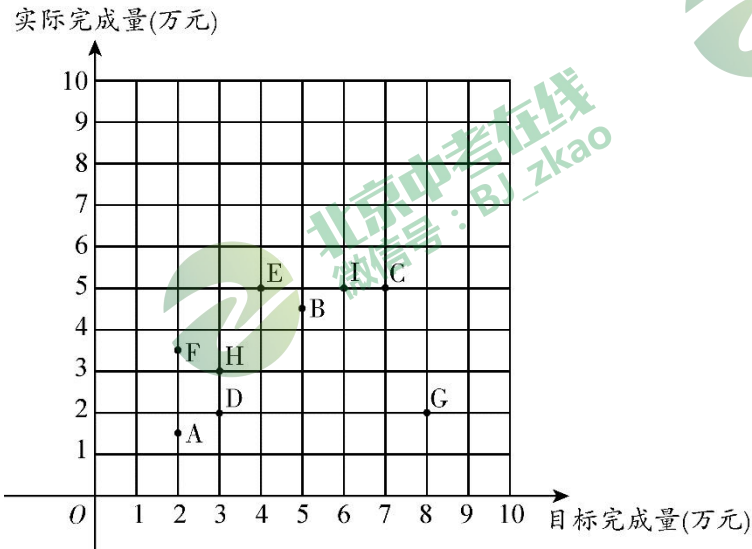
- (A) 6      (B) 5      (C) 3      (D) 2

7.如图， $\triangle ABC$  中， $AB = AC$ ， $AD \perp BC$  于  $D$ ， $BE \perp AC$  于  $E$ ，则以下两个角的关系中不成立的是



- (A)  $\angle 1 = \angle 2$     (B)  $\angle 3 = \angle 2$     (C)  $\angle 4 = \angle 5$     (D)  $\angle 4 = \angle C$

8. 目标达成度也叫完成率，一般是指个体的实际完成量与目标完成量的比值，树立明确具体的目标，能够帮助人们更好的自我认知，迅速成长。某销售部门有 9 位员工(编号分别为 A-I)，下图是根据他们月初制定的目标销售任务和月末实际完成情况绘制的统计图，下列结论正确的是：



- ①E 超额完成了目标任务；    ②目标与实际完成相差最多的是 G；  
 ③H 的目标达成度为 100%；    ④月度达成率超过 75%且实际销售额大于 4 万元的有三个人
- (A) ①②③④    (B) ①③    (C) ① ②③    (D) ②③④

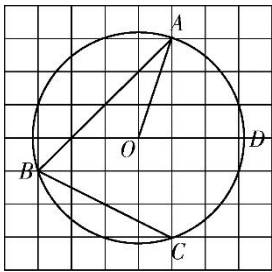
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 若代数式  $\frac{1}{x-3}$  有意义，则  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

10. 分解因式：  $2a^2 - 2b^2 =$ \_\_\_\_\_。

11. 若  $(x-2)^2 + |y-\sqrt{3}| = 0$ ，则  $y^x =$ \_\_\_\_\_。

12. 如图所示的网格是正方形网格， $O, A, B, C$  是网格线交点， $\odot O$  恰好经过点  $A, B, C$ ， $OD$  为与网格线重合的一条半径，则  $\angle ABC$  与  $\angle AOD$  大小关系为： $\angle ABC$  \_\_\_\_\_  $\angle AOD$  (填“>”，“=”或“<”)。



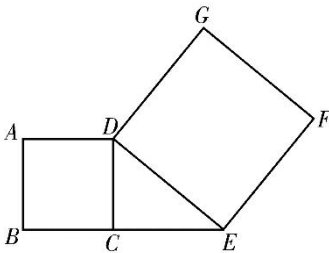
13. 计算:  $(1 - \frac{1}{a+1}) \div \frac{a}{a^2 + 2a + 1} =$  \_\_\_\_\_.

14. 某农场引进一批新菜种, 在播种前做了五次发芽实验, 每次任取一定数量的种子进行实验. 实验结果如下表所示:

实验的菜种数	200	500	1000	2000	10000
发芽的菜种数	193	487	983	1942	9734
发芽率	0.965	0.974	0.983	0.971	0.973

在与实验条件相同的情况下, 估计种一粒这样的菜种发芽的概率为 \_\_\_\_\_.( 精确到 0.01 )

15. 如图, 线段 CE 的长为 3cm, 延长 EC 到 B, 以 CB 为一边作正方形 ABCD, 连接 DE, 以 DE 为一边作正方形 DEFG, 设正方形 ABCD 的面积为  $s_1$ , 正方形 DEFG 的面积为  $s_2$ , 则  $s_2 - s_1$  的值为 \_\_\_\_\_.



16. 母亲节来临之际, 小凡同学打算用自己平时节省出来的 50 元钱给母亲买束鲜花, 已知花店里鲜花价格如下表:

百合	薰衣草	玫瑰	蔷薇	向日葵	康乃馨
12 元/支	2 元/支	5 元/支	4 元/支	15 元/支	3 元/支
母亲节期间包装免费					

小凡想用妈妈喜欢的百合、玫瑰、康乃馨这三种花组成一个花束, 若三种花都要购买且 50 元全部花净, 请给出一种你喜欢的组成方式, 百合、玫瑰、康乃馨的支数分别为 \_\_\_\_\_.

三、解答题(本题共 68 分, 第 17-22 题, 每小题 5 分, 第 23-26 题, 每小题 6 分, 第 27-28 题, 每小题 7 分)解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算:  $|- \sqrt{2}| - 2 \cos 45^\circ + (\pi - 1)^0 + (\frac{1}{2})^{-1}$

18. 解不等式组: 
$$\begin{cases} 2(x+1) \geq x+1, \\ \frac{3x+4}{5} > x. \end{cases}$$

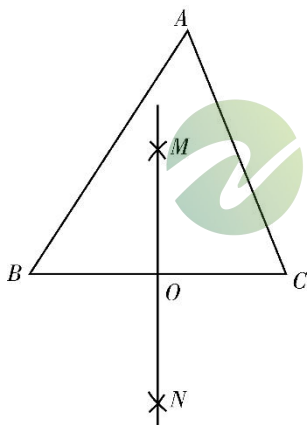


19. 已知  $x^2 + x - 1 = 0$ , 求代数式  $(x+1)(x-1) + x(x+2)$  的值.

20. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + 2x + k - 2 = 0$  有两个不相等的实数根.

- (1) 求  $k$  的取值范围;
- (2) 若  $k$  为满足条件的最大的整数, 求此时方程的解.

21. 已知: 如图, 锐角  $\triangle ABC$ .



求作: 在  $AB$  上取点  $D$ ,  $AC$  上取点  $E$ , 使得  $\triangle AED \sim \triangle ABC$ ,

作法: ①分别以点  $B$  和点  $C$  为圆心, 大于  $\frac{1}{2}BC$  长为半径画弧, 两弧相交于点  $M$ 、 $N$ , 作直线  $MN$ , 交  $BC$  于点

$O$ ;

②以点  $O$  为圆心,  $OB$  长为半径画圆, 在  $BC$  上方交  $AB$  于点  $D$ , 交  $AC$  于点  $E$ ;

③连接  $DE$

$\triangle AED$  即为所求作

(1) 使用直尺和圆规, 依作法补全图形 (保留作图痕迹);

(2) 完成下面的证明

证明:

$\because$  点  $B$ 、 $C$ 、 $E$ 、 $D$  均在  $\odot O$  上.

$\therefore \angle B + \angle DEC = 180^\circ$  ( ) (填推理依据).

$\therefore \angle AED + \angle DEC = 180^\circ$

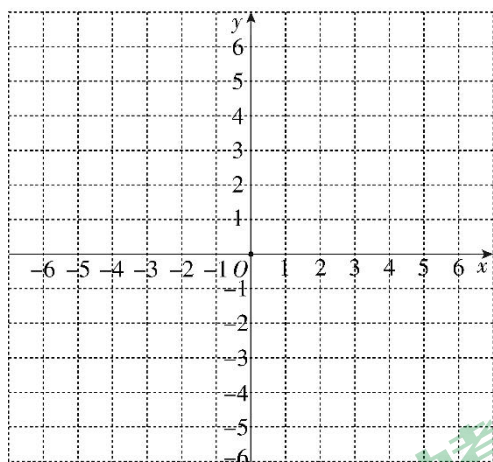
$\therefore \angle AED = \underline{\hspace{2cm}}$ .

$\therefore \angle A = \angle A$

$\therefore \triangle AED \sim \triangle ABC$



22. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，直线  $y = kx + b (k \neq 0)$



经过点  $A(0, -1)$  和点  $B(3, 2)$ .

(1) 求直线  $y = kx + b (k \neq 0)$  的表达式;

(2) 已知双曲线  $y = \frac{m}{x} (m \neq 0)$

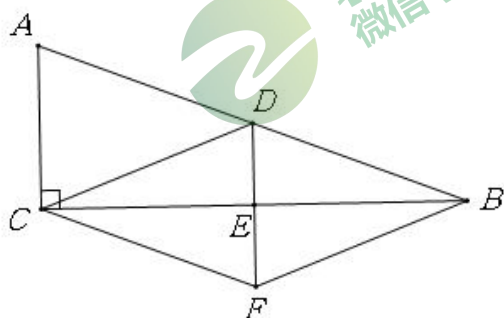
① 当双曲线  $y = \frac{m}{x} (m \neq 0)$  经过点  $B$  时，求  $m$  的值;

② 若当  $x > 3$  时，总有双曲线  $kx + b > \frac{m}{x}$  直接写出  $m$  的取值范围.

23. 如图，在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $D, E$  分别是边  $AB, BC$  的中点，连接  $DE$  并延长到点  $F$ ，使  $EF = DE$ ，连接  $CF, BF$ .

(1) 求证：四边形  $CFBD$  是菱形;

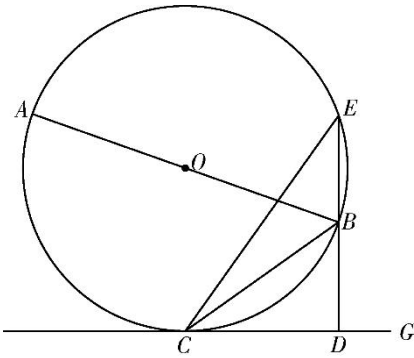
(2) 连接  $AE$ ，若  $CF = \sqrt{10}$ ， $DF = 2$ ，求  $AE$  的长.



24. 如图， $AB$  是  $\odot O$  直径，点  $C$  是  $\odot O$  上一点，过点  $C$  作  $\odot O$  的切线  $CG$ ，过点  $B$  作  $CG$  的垂线，垂足为点  $D$ ，交  $\odot O$  于点  $E$ ，连接  $CB$ .

(1) 求证:  $CB$  平分  $\angle ABD$ ;

(2) 若  $\sin \angle E = \frac{3}{5}$ ,  $BC=5$ , 求  $CE$  长.

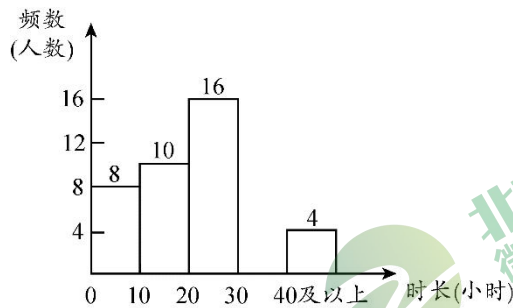


北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

25.“传递爱心, 传播文明”某校学生积极参加首都志愿者服务, 为了了解某校九年级学生参加志愿者服务的情况, 明明和飞飞一起随机调查了该校九年级 50 名学生的志愿者服务时长数据, 并用两种不同方法分别对数据进行了整理、描述, 下面给出了部分信息:

a. 明明对 50 名学生的志愿者服务时长数据进行分组整理, 绘制了如下频数分布直方图 (数据分成 5 组:  $0 \leq x < 10$ ,  $10 \leq x < 20$ ,  $20 \leq x < 30$ ,  $30 \leq x < 40$ ,  $40 \leq x$ ):

志愿者服务时长的频数分布直方图

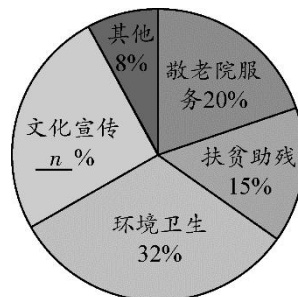


b. 其中志愿者服务时长在  $20 \leq x < 30$  这一组的数据是:

20 20 21 22 23 23 23 23 25 26 26 26 27 28 28 29

c. 飞飞通过调查发现, 这 50 名学生的志愿者服务类型主要集中在: 敬老院服务、扶贫助残、环境卫生、文化宣传等几个方面, 他从 50 名学生的志愿者服务时长不同类型角度对数据进行整理, 绘制了如下扇形统计图:

志愿者服务时长分类扇形统计图





请根据所给信息，解答下列问题：



- (1) 请补全频数分布直方图；
- (2) 这 50 名学生服务时长的中位数是\_\_\_\_\_；
- (3) 扇形统计图中  $n$  的值为\_\_\_\_\_；
- (4) 据了解随机抽取的 50 名学生的志愿者时长中恰好有 300 个小时是参加文化宣传的，则他们参加志愿者服务时长的平均值为\_\_\_\_\_；
- (5) 若该校九年级共有学生 500 人，请估计该校九年级学生中参加志愿者服务时长不低于 30 个小时的约有\_\_\_\_人.



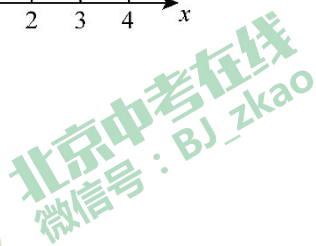
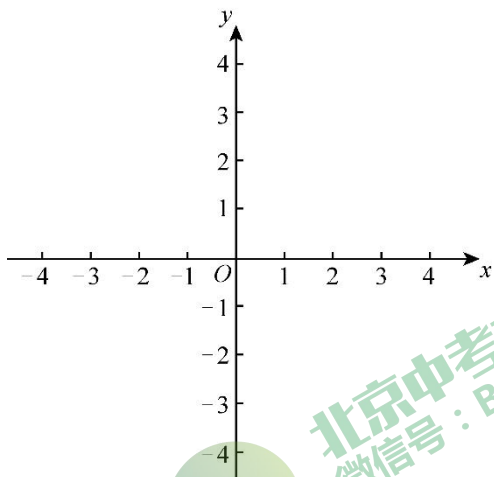
26. 已知抛物线  $y = ax^2 - 2ax + a - 4 (a > 0)$

(1) 直接写出该抛物线的对称轴及顶点坐标

(2) 已知该抛物线经过  $A(0, y_1), B(2, y_2)$  两点,

① 直接写出  $y_1$  与  $y_2$  的大小关系

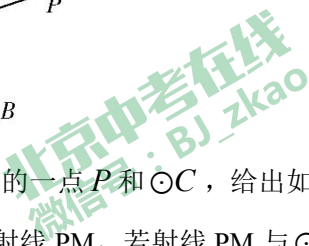
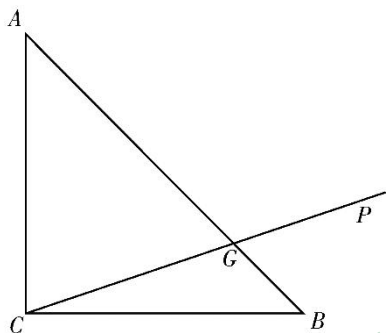
② 过  $B$  点垂直于  $x$  轴的直线交  $x$  轴于点  $C$ , 若四边形  $AOCB$  的面积小于或等于 6, 直接写出  $a$  的取值范围.



27. 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = BC$ ,  $G$  是  $AB$  边上一点, 过点  $G$  作射线  $CP$ , 过点  $A$  作  $AM \perp CP$  于点  $M$ , 过点  $B$  作  $BN \perp CP$  于点  $N$ .

(1) 求证:  $CM = BN$ ;

(2) 取  $AB$  中点  $O$ , 连接  $OM, ON$ , 依题意补全图 2, 猜想线段  $BN, AM, OM$  的数量关系, 并证明;



28. 对于平面直角坐标系  $xOy$  中的一点  $P$  和  $\odot C$ , 给出如下的定义: 若  $\odot C$  上存在一个点  $A$ , 连接  $PA$ , 将射线  $PA$  绕点  $P$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到射线  $PM$ , 若射线  $PM$  与  $\odot C$  相交于点  $B$ , 则称  $P$  为  $\odot C$  的直角点.

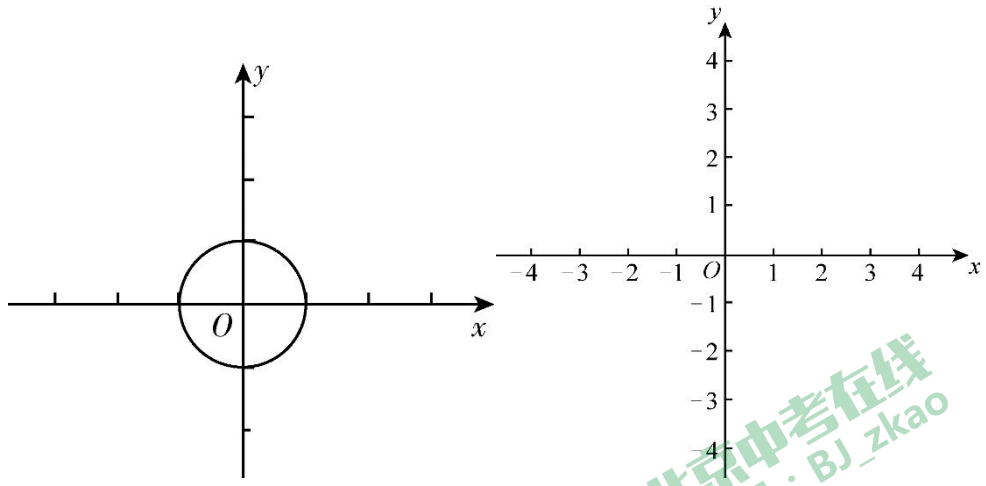
(1) 当  $\odot O$  的半径为 1 时,

① 在点  $D(0,0)$ 、 $E(-1,1)$ 、 $F(2,2)$  中,  $\odot O$  的直角点是 \_\_\_\_\_.

② 已知直线  $l: y = x + b$ , 若直线  $l$  上存在  $\odot O$  的直角点, 求  $b$  的取值范围.

(2) 若  $Q(q,0)$ ,  $\odot Q$  的半径为 1, 直线  $y = -\sqrt{3}x + \frac{\sqrt{3}}{2}q$  上存在  $\odot Q$  的直角点, 直接写出  $q$  的取值范围.





北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao



北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

# 参考答案



一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	D	D	B	A	C	A

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	$x \neq 3$	$2(a+b)(a-b)$	3	=	$a+1$	0.97	9	1,4,6 2,4,2 2,1,7 3,1,3 等 (答出任意一组即可)

三、解答题(本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分)解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17.解:  $|\sqrt{2}| - 2 \cos 45^\circ + (\pi - 1)^0 + (\frac{1}{2})^{-1}$

$$= \sqrt{2} - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 + 2 \dots\dots\dots 4$$

$$= 3 \dots\dots\dots 5$$

18.解不等式组: 
$$\begin{cases} 2(x+1) \geq x+1, \\ \frac{3x+4}{5} > x. \end{cases}$$

解①得  $x \geq -1 \dots\dots\dots 2$

解②得  $x < 2 \dots\dots\dots 4$

$\therefore -1 \leq x < 2 \dots\dots\dots 5$

19.  $(x+1)(x-1) + x(x+2)$

$$= x^2 - 1 + x^2 + 2x \dots\dots\dots 2$$

$$= 2x^2 + 2x - 1 \dots\dots\dots 3$$



$$\because x^2 + x - 1 = 0$$

$$\therefore x^2 + x = 1$$

4

$$\therefore \text{原式} = 2 - 1 = 1 \dots\dots\dots 5$$

20. (1)  $\Delta = -4k + 12 \dots\dots\dots 1$

$\because$  方程有两个不相等的实数根

$$\therefore \Delta > 0$$

$$\therefore -4k + 12 > 0$$

解得  $k < 3 \dots\dots\dots 2$

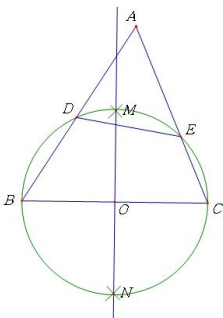
(2) 取  $k=2$ , 得

$$x^2 + 2x = 0$$

解得:  $x_1 = 0, x_2 = -2 \dots\dots\dots 3$

5

21. (1)



$\dots\dots\dots 2$

(圆内接四边形对角互补)  $\dots\dots\dots 4$

$\angle B \dots\dots\dots 5$

22. 解: (1)  $\because y = kx + b (k \neq 0)$  过点 A (0, -1) 和 B (3, 2)

$$\therefore \begin{cases} b = -1 \\ 3k + b = 2 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} k = 1 \\ b = -1 \end{cases} \dots\dots\dots 2$$

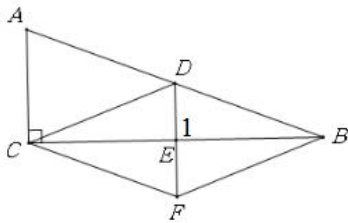
$$\therefore y = x - 1$$

(2) ①  $\because y = \frac{m}{x}$  过点 B (3, 2)

解得,  $m=6 \dots\dots\dots 3$

②  $m < 0$  或  $0 < m \leq 6$  (或  $m \leq 6$  且  $m \neq 0$ ) ..... 5

23. (1) 证明:



$\therefore DE=EF, BE=EC$

$\therefore$  四边形  $CFBD$  是平行四边形 ..... 1

$\therefore D$  是  $AB$  边中点,  $E$  是  $BC$  中点

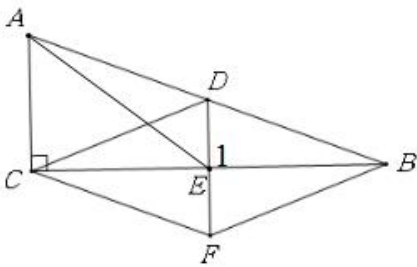
$\therefore DE \parallel AC$

$\therefore \angle 1 = \angle ACB = 90^\circ$  ..... 2

$\therefore$  四边形  $CFBD$  是菱形 ..... 3

(2)  $\therefore$  四边形  $CFBD$  是菱形

$\therefore \angle CEF = 90^\circ$  ..... 4



$\therefore DF=2, CF = \sqrt{10}$

$\therefore EF=1$

$\therefore$  由勾股,  $CE=3$  ..... 5

$\therefore D, E$  分别是边  $AB, BC$  的中点,  $DE=1$

$\therefore AC=2$

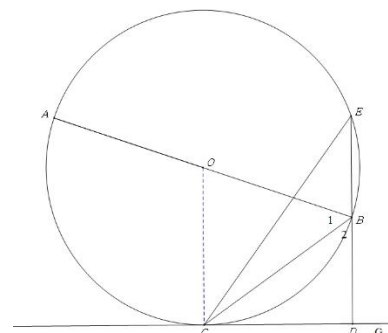
$\therefore \angle ACB=90^\circ$

由勾股,  $AE = \sqrt{13}$  ..... 6

24. (1) 解: 连结  $OC$ .

$\therefore CG$  为  $\odot O$  的切线

$\therefore \angle OCD=90^\circ$  ..... 1

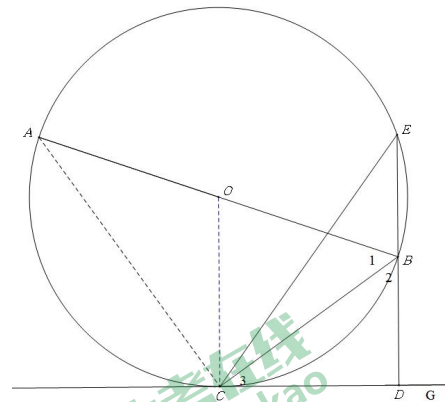




$\because ED \perp CG$   
 $\therefore \angle EDC = 90^\circ$ .  
 $\therefore OC \parallel ED$ .  
 $\therefore \angle OCB = \angle 2$ . ..... 2  
 $\because OC = OB$   
 $\therefore \angle 1 = \angle OCB$   
 $\therefore \angle 1 = \angle 2$   
 $\therefore CB$  平分  $\angle OBD$  ..... 3

(2) 连接 AC

$\because AB$  为  $\odot O$  的直径  
 $\therefore \angle 1 + \angle A = 90^\circ$  ..... 4  
 $\because ED \perp CG$   
 $\therefore \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$   
 $\because \angle 1 = \angle 2$   
 $\therefore \angle A = \angle 3$   
 $\because \angle E = \angle A$   
 $\therefore \angle 3 = \angle E \therefore \sin \angle 3 = \sin \angle E = \frac{3}{5}$



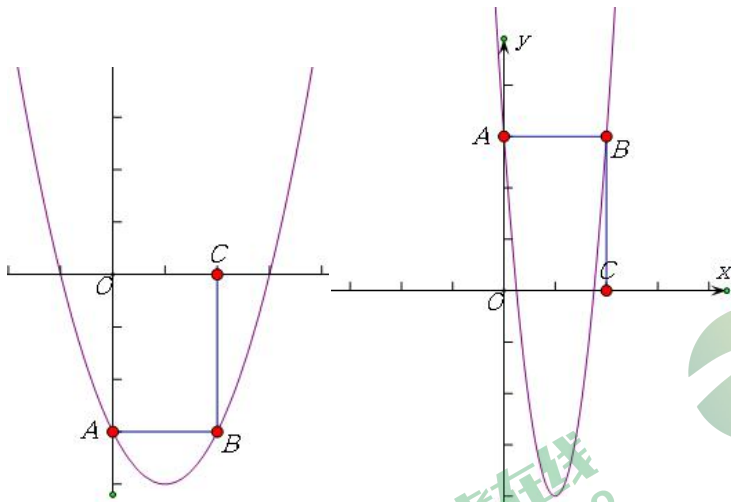
$\because BC = 5$   
 $\therefore BD = 3$   
 $\therefore CD = 4$  ..... 5  
 $\therefore \sin \angle E = \frac{4}{EC} = \frac{3}{5}$   
 $\therefore EC = \frac{20}{3}$  ..... 6

25. 解: (1) 12 (图略); ..... 1
- (2) 23 ..... 2
- (3) 25 (写 25% 不扣分) ..... 3
- (4) 24 ..... 4
- (5) 160 ..... 6
26. (1) 解: 对称轴  $x=1$  ..... 1

顶点坐标(1,-4)..... 2

(2) ①  $y_1 = y_2$  ..... 3

②



由题意可知，四边形 ABCO 为矩形  
 $\because AB=2, \therefore$ 当矩形 ABCO 的面积为 6 时， $AO=3$

当 A (0, -3) 时， $a-4=-3$

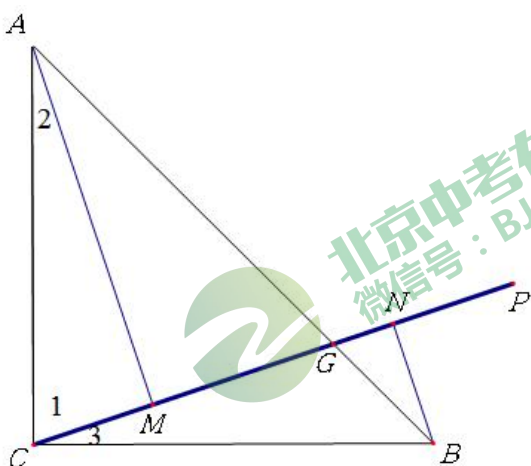
$a=1$  ..... 4

当 A (0,3) 时， $a-4=3$

$a=7$  ..... 5

$\therefore 1 \leq a \leq 7$  ..... 6

(1) 补全图形..... 1



证明:  $\because AM \perp CP, BN \perp CP$

$\therefore \angle AMC = \angle BNC = 90^\circ$

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$



北京中考在线  
 微信号: BJ\_zkao

北京中考在线  
 微信号: BJ\_zkao

北京中考在线  
 微信号: BJ\_zkao

北京中考在线  
 微信号: BJ\_zkao



$\because \angle ACB=90^\circ$

$\therefore \angle 1+\angle 3=90^\circ$

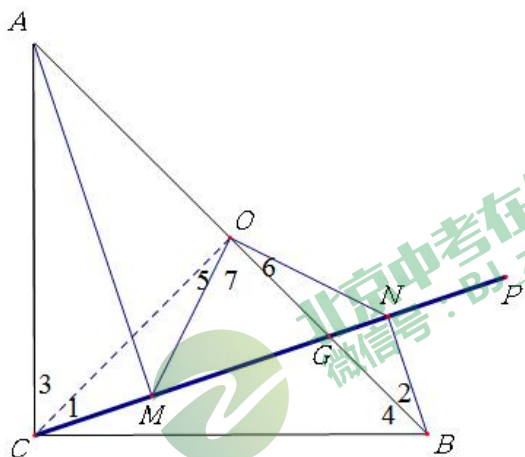
$\therefore \angle 2=\angle 3$ .....2

$\because AC=BC$

$\therefore \triangle ACM \cong \triangle CBN$  (AAS)

$\therefore CM=BN$ .....3

(2)依题意补全图形



结论:  $AM=BN+\sqrt{2}OM$  .....4

证明: 连接 OC.....5

$\because \angle ACB=90^\circ AC=BC$

O 是 AB 中点

$\therefore OC=OB, \angle 3=\angle 4=45^\circ$

$\because \triangle ACM \cong \triangle CBN$

$\therefore AM=CN, \angle 1+\angle 3=\angle 4+\angle 2$

$\therefore \angle 1=\angle 2$

$\therefore CM=BN$

$\therefore \triangle OCM \cong \triangle OBN$  (SAS) .....6

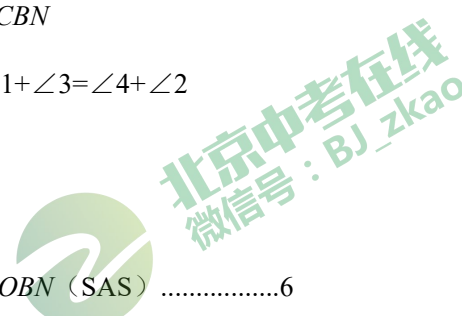
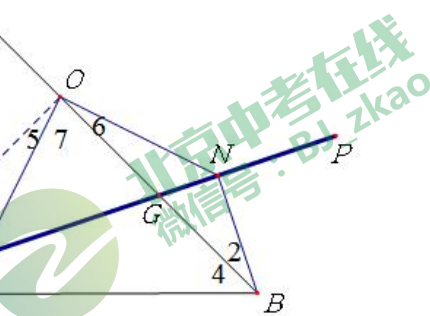
$\therefore OM=ON, \angle 5=\angle 6$

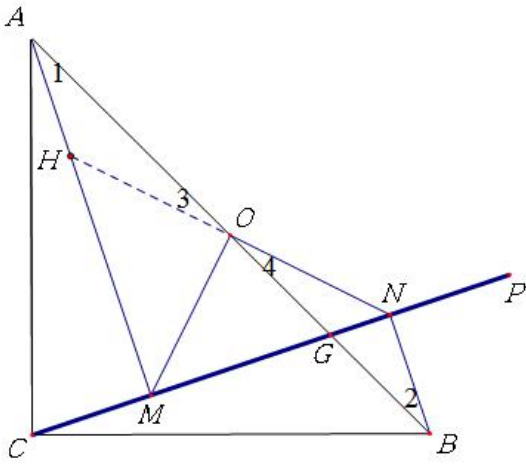
$\because \angle 5+\angle 7=90^\circ$

$\therefore \angle 6+\angle 7=90^\circ$

$\therefore AM=BN+\sqrt{2}OM$  .....7

法二: 延长 NO, 交 AM 于点 H.....5





北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

北京中考在线  
微信号: BJ\_zkao

$\because O$  是  $AB$  中点

$\therefore OA=OB$

$\because AM \perp CP, BN \perp CP$

$\therefore AM \parallel BN$

$\therefore \angle 1 = \angle 2$

$\because \angle 3 = \angle 4$

$\therefore \triangle OAH \cong \triangle OBN$  (ASA) .....6

$\therefore AH=BN, HO=ON$

$\because AM=CN, CM=BN$

$\therefore MH=MN$

$\because \angle AMN=90^\circ HM=MN$

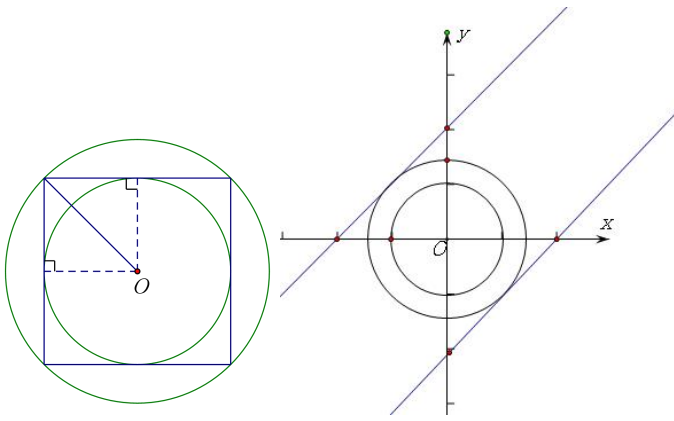
$O$  是  $HN$  中点

$\therefore HM = \sqrt{2}OM$

$\therefore AM = BN + \sqrt{2}OM$  .....7

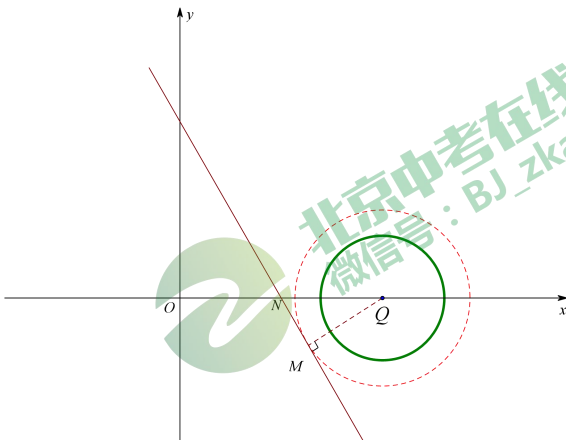
28. 解: (1) ①  $D, E$ ; ..... 2

② 由定义可知,  $\odot O$  的正规点, 分布在以  $O$  为圆心以  $\sqrt{2}$  为半径的圆上或圆内



$-2 \leq b \leq 2$ ; ..... 4

(2)



由  $y = -\sqrt{3}x + \frac{\sqrt{3}}{2}q$  可知，直线与  $x$  轴交点为  $(\frac{q}{2}, 0)$ ，且与  $x$  轴夹角为  $60^\circ$ ，

情况 1:  $q > 0$  时，

如图  $\odot Q$  (半径为  $\sqrt{2}$ ) 与直线  $y = -\sqrt{3}x + \frac{\sqrt{3}}{2}q$  相切时，

$\therefore QM = \sqrt{2}, \angle QNM = 60^\circ,$

$\therefore QN = \frac{QM}{\sin 60^\circ} = \frac{2\sqrt{6}}{3},$

$\therefore ON = \frac{q}{2} = QN = \frac{2\sqrt{6}}{3}, \therefore q = \frac{4\sqrt{6}}{3}.$  .....5

情况 2:  $q < 0$  时，根据对称性， $q = -\frac{4\sqrt{6}}{3}$

..... 6

$\therefore q$  的取值范围为  $-\frac{4\sqrt{6}}{3} \leq q \leq \frac{4\sqrt{6}}{3}$  .....7