

数 学 试 卷

2023.6

本试卷共 8 页，三道大题，28 个小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。考生务必将答案填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，请交回答题卡。

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

下列各题均有 4 个选项，其中只有一个是符合题意的。

1. 中国传统文化博大精深，下面四个图形中既是轴对称图形又是中心对称图形的是

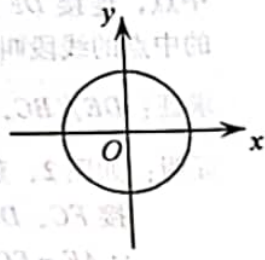
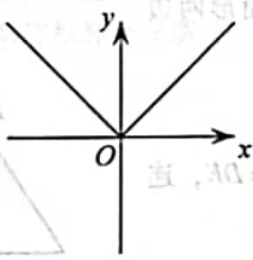
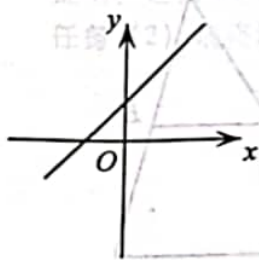


- A. 京剧脸谱 B. 剪纸对鱼 C. 中国结 D. 风筝燕归来

2. 在平面直角坐标系中，若点 P 的坐标为 $(3, -2)$ ，则点 P 所在的象限是

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. 下列图象中， y 不是 x 的函数的是



A.

B.

C.

D.

4. 如下表记录了甲、乙、丙、丁四名跳高运动员最近几次选拔赛成绩的平均数与方差：

	甲	乙	丙	丁
平均数 (cm)	185	180	185	180
方差	3.6	3.6	7.4	8.1

根据表中数据，要从中选择一名成绩好且发挥稳定的运动员参加比赛，你认为最合适的运动员是

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

5. 一个多边形的内角和等于它外角和的 2 倍，这个多边形是

- A. 三角形 B. 四边形 C. 五边形 D. 六边形

6. 下列方程中有两个不相等的实数根的方程是

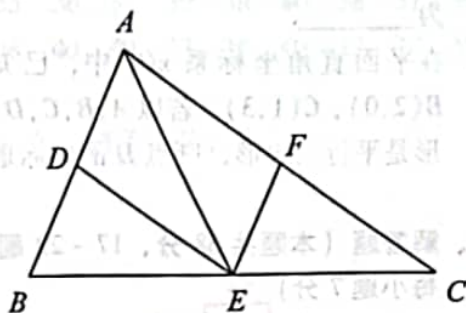
- A. $x^2 - 4x + 4 = 0$ B. $x^2 - 5x - 1 = 0$ C. $x^2 - 2x + 3 = 0$ D. $2x^2 - x + 2 = 0$

7. 初二某班第一次体育机考模拟测试平均分为 95 分, 经过专业的体育指导和训练后, 在之后的第二次和第三次体育模拟测试中, 班级平均分稳步提升, 第三次体育模拟测试平均分达到 99 分, 设该班每次测试班级平均分较上次的增长率相同, 均为 x , 则可列方程为

- A. $95(1+x) = 99$ B. $95(1-x) = 99$
 C. $95(1+x)^2 = 99$ D. $95(1-x)^2 = 99$

8. 如图, $\triangle ABC$ 三边的中点分别是 D, E, F , 则下列说法正确的是

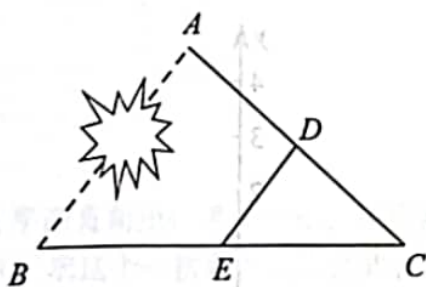
- ① 四边形 $ADEF$ 一定是平行四边形;
 ② 若 $\angle A = 90^\circ$, 则四边形 $ADEF$ 是矩形;
 ③ 若 $AE \perp BC$, 则四边形 $ADEF$ 是菱形;
 ④ 若 AE 平分 $\angle BAC$, 则四边形 $ADEF$ 是正方形.



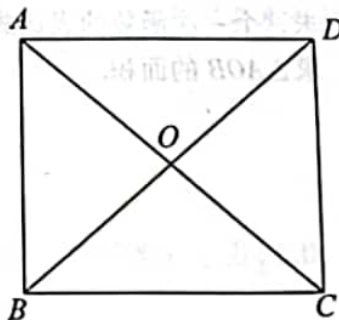
- A. ①②④ B. ①②③
 C. ②③④ D. ①③④

二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

9. 方程 $x^2 - 4x = 0$ 的解为_____.
10. 某一次函数的图象经过点 $(0, -3)$, 且函数 y 随 x 的增大而增大, 请你写出一个符合条件的函数表达式_____.
11. 已知 $P_1(-1, y_1)$ 、 $P_2(2, y_2)$ 是一次函数 $y = 2x + 1$ 的图象上的两点, 则 y_1 _____ y_2 . (填 “>”、“<” 或 “=”)
12. 菱形两条对角线长分别为 6 和 8, 则这个菱形的面积是_____.
13. 如图, A, B 两地被建筑物遮挡, 为测量 A, B 两地间的距离, 在地面上选一点 C , 连结 CA, CB , 分别取 CA, CB 的中点 D, E , 若 DE 的长为 36m, 则 A, B 两地间的距离为_____ m.



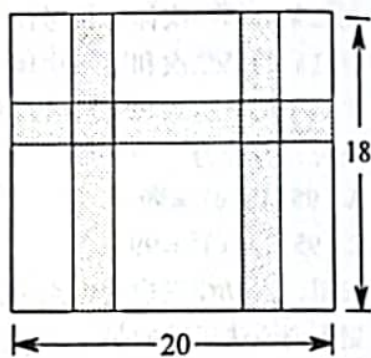
13 题图



14 题图

14. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, 对角线 AC, BD 交于点 O , 如果 $\angle AOB = 80^\circ$, 那么 $\angle ADB$ 的度数为_____.

15. 某学校有一个矩形小花园，花园长 20 米，宽 18 米，现要在花园中修建人行甬道，如图所示，阴影部分为甬道，其余部分种植花卉，同样宽度的甬道有 3 条，其中两条与矩形的宽平行，另外一条与矩形的宽垂直，计划花卉种植面积共为 306 平方米，设甬道的宽为 x 米，根据题意可列方程为_____。



20

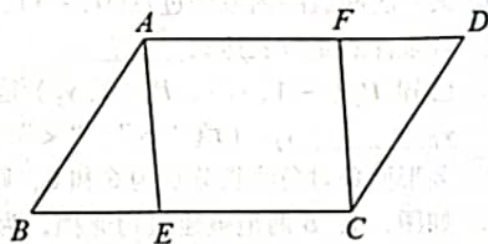
16. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知 $A(-3, 0)$, $B(2, 0)$, $C(1, 3)$ ，若以 A, B, C, D 为顶点的四边形是平行四边形，则点 D 的坐标是_____。

2

三、解答题 (本题共 68 分，17 - 22 题每小题 5 分，23 - 26 题每小题 6 分，27、28 题每小题 7 分)

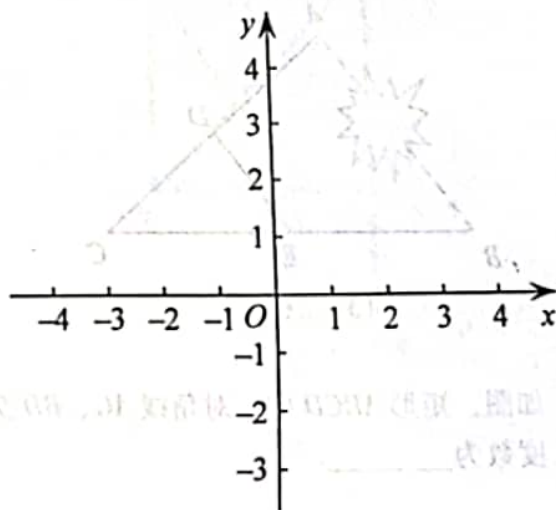
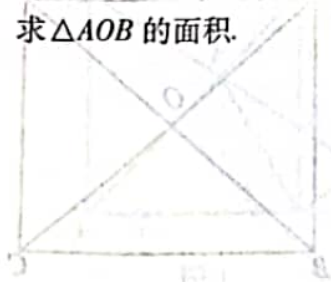
17. 解方程： $x^2 - 4x - 5 = 0$ 。

18. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， E, F 分别是 BC, AD 上的点，且 $AE \parallel CF$ 。求证： $BE = DF$ 。



19. 已知一个一次函数的图象平行于直线 $y = \frac{1}{2}x$ ，且经过点 $A(2, 3)$ ，与 x 轴交于点 B 。

- (1) 求这个一次函数的表达式，并在平面直角坐标系中画出它的图象；
(2) 求 $\triangle AOB$ 的面积。



20. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + mx + m - 1 = 0$.

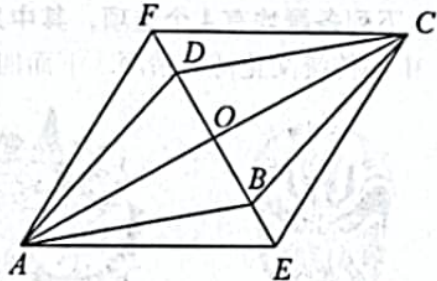
(1) 求证: 方程总有两个实数根;

(2) 如果方程有一个根为正数, 求 m 的取值范围.

21. 如图, $\square ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O , 将对角线 BD 向两个方向延长, 分别至点 E 和点 F , 且 $BE = DF$.

(1) 求证: 四边形 $AECF$ 是平行四边形;

(2) 若 $\angle AEF = \angle CEF$, 求证: 四边形 $AECF$ 是菱形.



22. 阅读以下材料, 并按要求完成相应的任务:

三角形中位线定理的证明

如图 1, $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别是 AB, AC 的中点, 连接 DE , 像 DE 这样, 连接三角形两边的中点的线段叫做三角形的中位线.

求证: $DE \parallel BC$, 且 $DE = \frac{1}{2}BC$.

证明: 如图 2, 延长 DE 到点 F , 使 $EF = DE$, 连接 FC, DC, AF .

$\because AE = EC, DE = EF,$

\therefore 四边形 $ADCF$ 是平行四边形 (依据 1),

$\therefore CF \parallel DA.$

$\because DA = DB,$

$\therefore CF \parallel BD,$

\therefore 四边形 $DBCF$ 是平行四边形 (依据 2),

$\therefore DF \parallel BC.$

$\because DE = \frac{1}{2}DF,$

$\therefore DE \parallel BC, \text{ 且 } DE = \frac{1}{2}BC.$

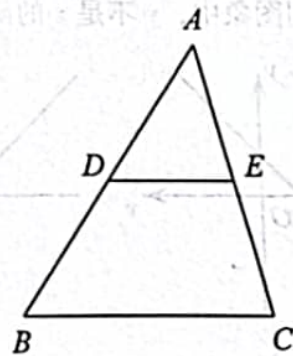


图 1

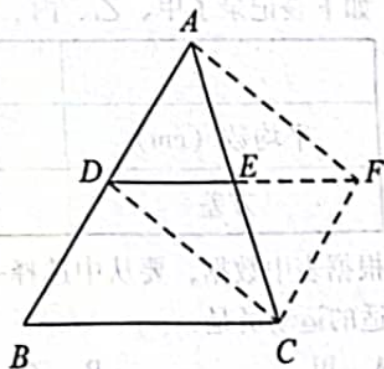


图 2

任务 (1)

上述材料证明过程中的“依据 1”是_____;

“依据 2”是_____;

归纳总结 上述证明过程中运用了“倍长线段法”，也有人称材料中的方法为“倍长法”（延长了三角形中位线的一倍），该方法是解决初中数学几何问题的一种常用方法。

类比探究 某数学学习小组在研究中发现还可以用“倍长线段法”证明定理：直角三角形斜边的中线等于斜边的一半。

已知：如图3，在 $Rt\triangle ACB$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， E 为 AB 边的中点，

求证： $CE = \frac{1}{2}AB$ 。

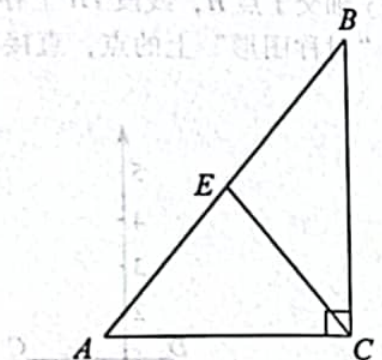


图3

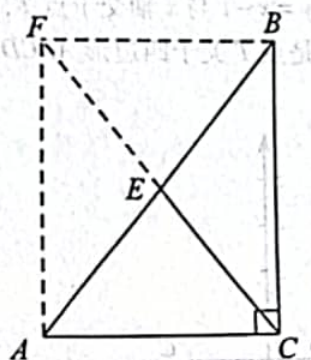
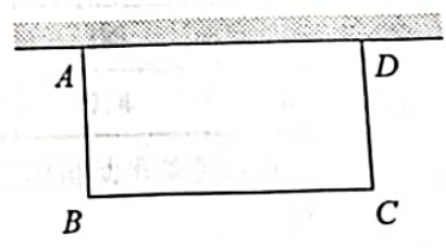


图4

证明：延长 CE 到点 F ，使 $EF = CE$ ，连接 BF ， AF ，如图4。

任务（2）请将证明过程补充完整。

23. 如图，用80m长的篱笆在墙边（墙长40米）围一个矩形草坪，当矩形面积是 $750m^2$ 时，它的长和宽应为多少？



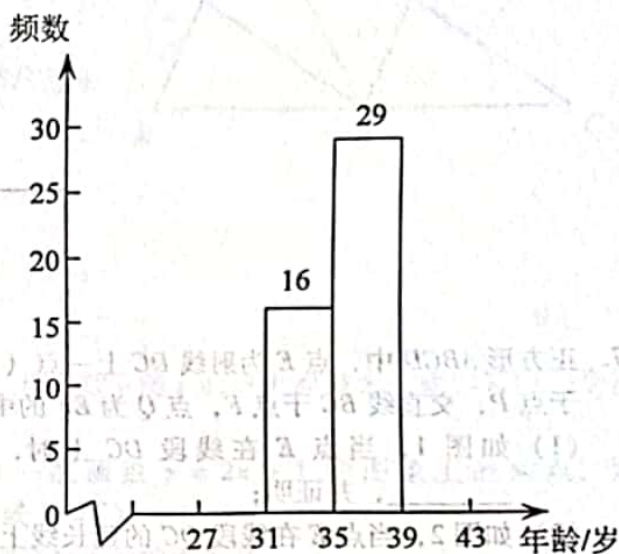
24. 菲尔兹奖是国际上享有崇高声誉的一个数学奖项，每4年评选一次，颁给有卓越贡献并且年龄一般不超过40岁的2~4名年轻数学家，被视为数学界的诺贝尔奖。自1936年以来，每次都在国际数学家大会上颁发菲尔兹奖。华裔数学家丘成桐、陶哲轩分别在1982年、2006年获得菲尔兹奖。

下面的数据是从1936年至2022年共64位菲尔兹奖得主获奖时的年龄(岁)：

29 39 35 33 39 27 33 35 31 31 37 32 38 36 31 39 32 38 37
 34 29 34 38 32 35 36 33 32 29 35 36 37 39 38 40 38 37 39
 38 34 33 40 36 36 37 40 31 38 38 40 40 37 35 40 39 37 30
 40 34 36 36 39 35 37

数据经分组整理，列出了如下的频数分布表，并绘制了频数分布直方图：

年龄 x 岁	频数
$27 \leq x < 31$	a
$31 \leq x < 35$	16
$35 \leq x < 39$	29
$39 \leq x < 43$	b
合计	64



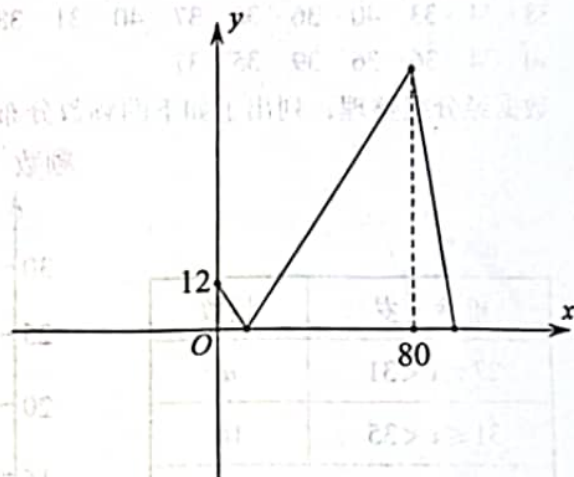
- 截至2022年，最年轻的菲尔兹奖得主的年龄是_____岁；
- $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- 补全频数分布直方图；
- 结合统计图表，请你描述这64位菲尔兹奖得主获奖时的年龄分布特征。

25. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象经过点 $(1, 0)$ ， $(2, 2)$ ，

- 求这个一次函数的表达式；
- 当 $x > -1$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y = mx + 2$ 的值大于一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的值，直接写出 m 的取值范围。

26. 甲乙两人在一条长 400 米的直线跑道上同起点、同终点、同方向匀速跑步，先到终点的人原地休息，已知甲先出发 3 秒，在跑步过程中，甲、乙两人间的距离 y (米) 与乙出发的时间 x (秒) 之间的函数关系如图所示.

- ①甲的速度为_____米/秒，乙的速度为_____米/秒；
- ②离开起点后，甲、乙两人第一次相遇时，距离起点_____米；
- ③乙到达终点时，甲距离终点还有_____米；
- ④甲、乙两人之间的距离超过 32 米的时间范围是：_____秒 $< x <$ _____秒.



27. 正方形 $ABCD$ 中，点 E 为射线 DC 上一点 (点 E 不与 D, C 重合)，射线 AE 交 BD 于点 P ，交直线 BC 于点 F ，点 Q 为 EF 的中点，连接 PC, CQ .

(1) 如图 1，当点 E 在线段 DC 上时，直接写出 $\angle PCQ$ 的度数， $\angle PCQ =$ _____，并证明；

(2) 如图 2，当点 E 在线段 DC 的延长线上时，过点 D 作 BD 的垂线，交直线 CQ 于点 M .

①依题意补全图形；

②用等式表示线段 DP, DC, DM 的数量关系，并证明.

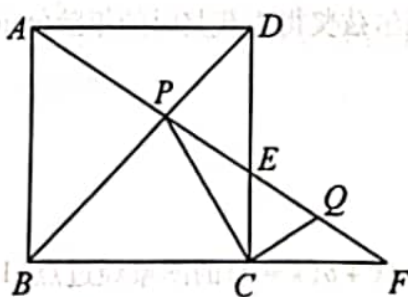


图 1

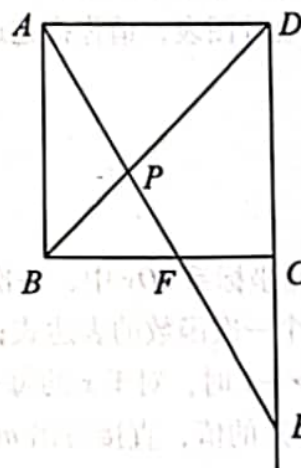


图 2

28. 对于点 P 和图形 W , 若点 P 关于图形 W 上任意的一点的对称点为点 Q , 所有点 Q 组成的图形为 M , 则称图形 M 为点 P 关于图形 W 的“对称图形”.

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(-1, -2)$, $B(2, -2)$, $C(2, 1)$, $D(-1, 1)$.

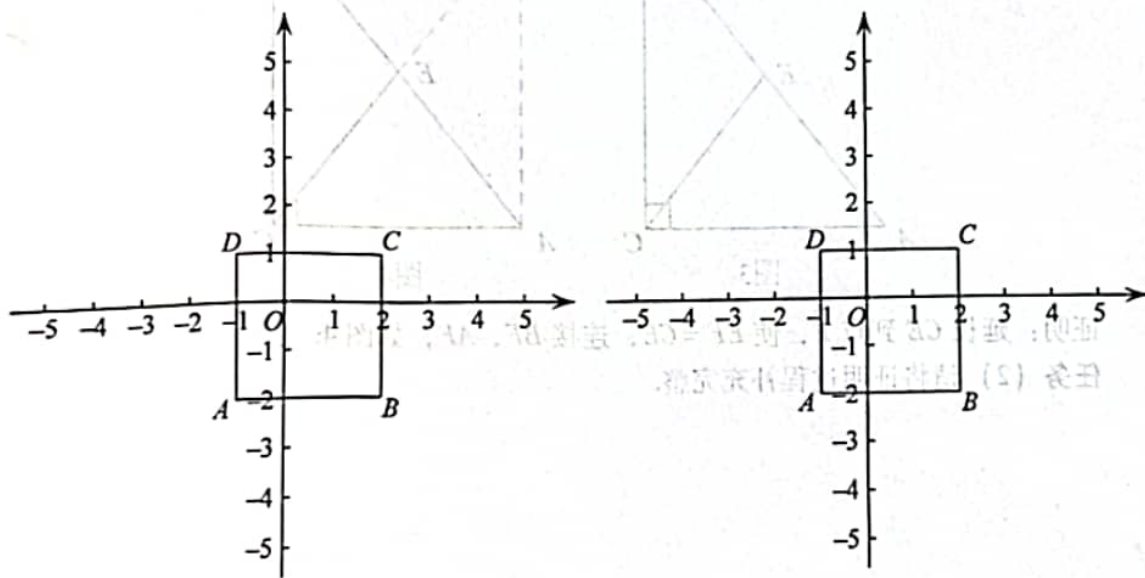
(1) ①在点 $E(-2, -4)$, $F(0, -4)$, $G(3, -3)$ 中, 是点 O 关于线段 AB 的“对称图形”上的点有_____;

②画出点 O 关于四边形 $ABCD$ 的“对称图形”;

(2) 点 $T(t, 0)$ 是 x 轴上的一动点.

①若点 T 关于四边形 $ABCD$ 的“对称图形”与 O 关于四边形 $ABCD$ 的“对称图形”有公共点, 求 t 的取值范围;

②直线 $y = x - t$ 与 x 轴交于点 T , 与 y 轴交于点 H , 线段 TH 上存在点 K , 使得点 K 是点 T 关于四边形 $ABCD$ 的“对称图形”上的点, 直接写出 t 的取值范围.



备用图



昌平区 2022—2023 学年第二学期初二年级期末质量抽测

数学参考答案及评分标准 2023. 06

一、选择题 (本题共 8 道小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	D	D	A	D	B	C	B

二、填空题 (本题共 8 道小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	$x_1 = 0, x_2 = 4$	$y = x - 3$ 答案不唯一	<	24	72	40°	$(20 - 2x)(18 - x) = 306$	$D_1(-4, 3)$ $D_2(6, 3)$ $D_3(-2, -3)$

三、解答题 (本题共 68 分, 第 17-22 题, 每小题 5 分, 第 23-26 题, 每小题 6 分, 第 27、28 题, 每小题 7 分)

17. 解: $x^2 - 4x - 5 = 0$

$(x - 5)(x + 1) = 0$ 3 分

$x_1 = 5, x_2 = -1.$ 5 分

18. 证明: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD \parallel BC, AD = BC.$ 2 分

$\because AE \parallel CF,$

\therefore 四边形 $AECF$ 是平行四边形.3 分

$\therefore EC = AF.$ 4 分

$\therefore BC - EC = AD - AF,$

即: $BE = DF.$ 5 分

19. (1)解: \because 一个一次函数的图象平行于直线 $y = \frac{1}{2}x,$

\therefore 设这个一次函数的表达式为: $y = \frac{1}{2}x + b.$ 1 分

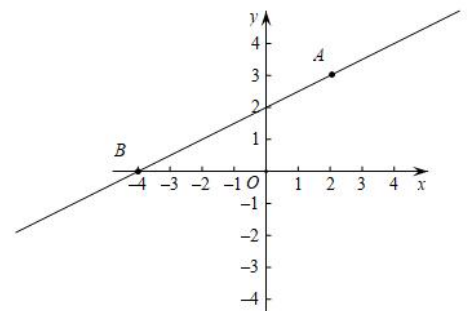
\because 且经过点 $A(2, 3),$

$\therefore \frac{1}{2} \times 2 + b = 3,$

$\therefore b = 2.$ 2 分

\therefore 这个一次函数的表达式为: $y = \frac{1}{2}x + 2.$

画出一个一次函数图像3 分



(2) $B(-4,0)$ 4分

$$\begin{aligned} S_{\Delta AOB} &= \frac{1}{2} \cdot OB \cdot y_A \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times 3 \\ &= 6 \end{aligned}$$

.....5分

20.(1)证明: $a=1, b=m, c=m-1$,1分

$$\Delta = b^2 - 4ac = m^2 - 4 \times 1 \times (m-1)$$

$$= m^2 - 4m + 4$$

$$= (m-2)^2 \quad \text{.....2分}$$

$$\because (m-2)^2 \geq 0,$$

$$\therefore \Delta \geq 0. \quad \text{.....3分}$$

\therefore 方程总有两个实数根.

(2) 解: $x = \frac{-m \pm (m-2)}{2}$

$$x_1 = -1, x_2 = 1 - m. \quad \text{.....4分}$$

\therefore 方程有一个根为正数,

$$\therefore 1 - m > 0,$$

$$\therefore m < 1. \quad \text{.....5分}$$

21. (1)解: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore OA=OC, OB=OD. \quad \text{.....1分}$$

$$\therefore BE=DF,$$

$$\therefore OB+BE=OD+DF,$$

$$\text{即: } OE=OF. \quad \text{.....2分}$$

\therefore 四边形 $AECF$ 是平行四边形.

(2) 证明: \because 四边形 $AECF$ 是平行四边形,

$$\therefore FC \parallel AE. \quad \text{.....3分}$$

$$\therefore \angle CFE = \angle AEF.$$

$$\therefore \angle AEF = \angle CEF,$$

$$\therefore \angle CFE = \angle CEF, \quad \text{.....4分}$$

$$\therefore CF = CE.$$

$$\therefore \text{平行四边形 } AECF \text{ 是菱形.} \quad \text{.....5分}$$

22.解：任务（1）

上述材料证明过程中的“依据 1”是对角线互相平分的四边形是平行四边形；……………1 分

“依据 2”是一组对边平行且相等的四边形是平行四边形；……………2 分

任务（2）证明：∵E 为 AB 边的中点，

∴AE=BE.

∴EF=CE,

∴四边形 ACBF 是平行四边形. ……………3 分

∵∠ACB=90°,

∴四边形 ACBF 是矩形. ……………4 分

∴CE = 1/2 AB. ……………5 分

23.解：设矩形的宽 AB 为 x 米，那么长 BC 为(80-2x)米. ……………1 分

据题意，可得方程整理，得：

x(80-2x)=750. ……………3 分

整理，得：x²-40x+375=0.

x₁ = 25, x₂ = 15.

x₁ = 25时,80-2x = 30;x₁ = 15时,80-2x = 50……………5 分

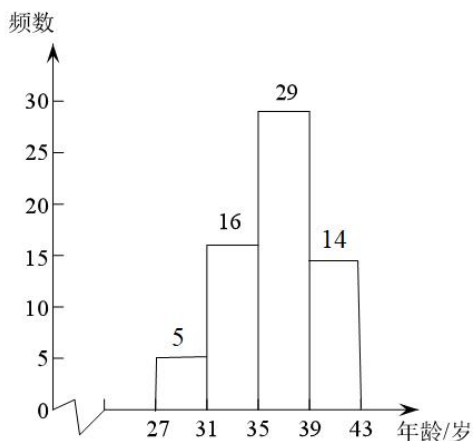
∵墙长 40 米，∴x₂ = 15 不符合题意舍去

∴AB=25, BC=30

答：矩形草坪的宽 AB 为 25 米，长 BC 为 30 米 . ……………6 分

24. (1) 27; ……………1 分

(2) a=5, b=14; ……………3 分



(3) ……………5 分

(4) 35 至 39 岁的人获得菲尔兹奖的人数最多. (答案不唯一) ……………6 分

25. (1) 解: \because 一次函数的图象经过点 $(1, 0)$ 和点 $B(2, 2)$,

$$\therefore \begin{cases} 0 = k + b, \\ 2 = 2k + b. \end{cases} \dots\dots\dots 1 \text{分}$$

解得: $\begin{cases} k = 2, \\ b = -2. \end{cases}$

\therefore 一次函数的表达式为 $y = 2x - 2$. $\dots\dots\dots 3 \text{分}$

(2) $2 \leq m \leq 6$ $\dots\dots\dots 6 \text{分}$

26. ①甲的速度为 4米/秒, 乙的速度为 5米/秒; $\dots\dots\dots 2 \text{分}$
 ②离开起点后, 甲、乙两人第一次相遇时, 距离起点 60 米; $\dots\dots\dots 3 \text{分}$
 ③乙到达终点时, 甲距离终点还有 68 米; $\dots\dots\dots 4 \text{分}$
 ④甲、乙两人之间的距离超过 32 米的时间范围是 44 秒 $< x < 89$ 秒. $\dots\dots\dots 6 \text{分}$

27. (1) $\angle PCQ = 90^\circ$, $\dots\dots\dots 1 \text{分}$

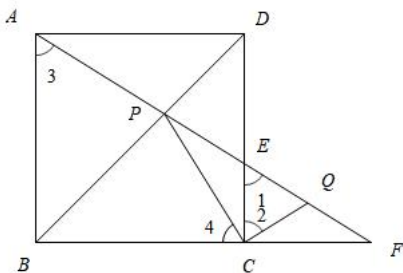


图1

(1) 证明: \because 四边形 $ABCD$ 是正方形
 $\therefore AB = BC$ ① $\angle ABD = \angle DBC = 45^\circ$ ②
 $\angle BCD = \angle DCF = 90^\circ$, $AB \parallel DC$
 $\therefore BP = BP$ ③

\therefore 由①②③ $\triangle ABP \cong \triangle CBP$ (SAS) $\dots\dots\dots 2 \text{分}$

$\therefore \angle 3 = \angle 4$
 $\because \angle DCF = 90^\circ$ 点 Q 是 EF 中点
 $\therefore EQ = CQ = QF$ $\dots\dots\dots 3 \text{分}$

$\therefore \angle 1 = \angle 2$
 $\because AB \parallel DC$
 $\therefore \angle 3 = \angle 1$
 $\therefore \angle 2 = \angle 4 = \angle 3 = \angle 1$
 $\therefore \angle 4 + \angle PCD = 90^\circ$
 $\therefore \angle 2 + \angle PCD = 90^\circ$ $\dots\dots\dots 4 \text{分}$
 $\therefore \angle PCQ = 90^\circ$

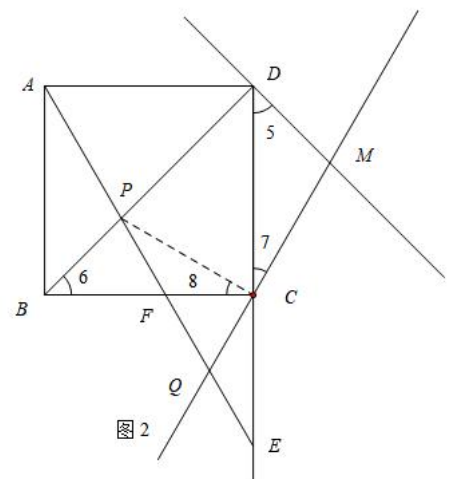


图2

(2)① 依题意补全图形; 5分

②证明: 同理可证 $\angle PCQ=90^\circ$

$$\therefore \angle PCM = \angle PCD + \angle 7 = 90^\circ$$

$$\therefore \angle PCD + \angle 8 = 90^\circ$$

$$\therefore \angle 8 = \angle 7 \text{ ④}$$

\therefore 四边形 $ABCD$ 是正方形

$$\therefore BC=DC \text{ ⑤}, \angle 6 = \angle BDC = 45^\circ$$

$\therefore BD \perp DM,$

$$\therefore \angle 6 = \angle 5 = 45^\circ \text{ ⑥}$$

由④⑤⑥可得: $\triangle BPC \cong \triangle DMC(ASA)$ 6分

$$\therefore DM=BP$$

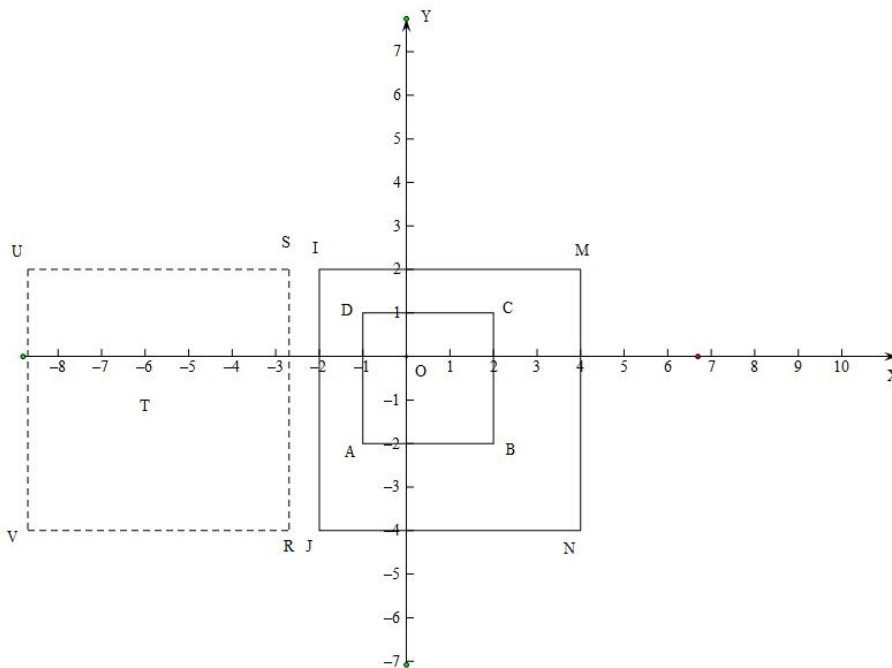
$$\therefore \angle DCB=90^\circ, \angle 6=45^\circ$$

$$\therefore BD = \sqrt{2} DC$$

$$\therefore BP+DP = \sqrt{2} DC$$

$$\therefore DM+DP = \sqrt{2} DC \text{ 7分}$$

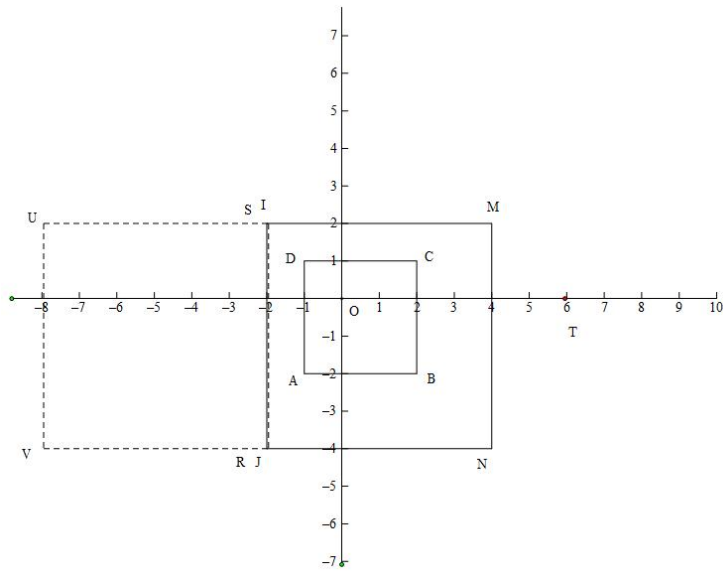
28. (1) 点 E , 点 F 2分



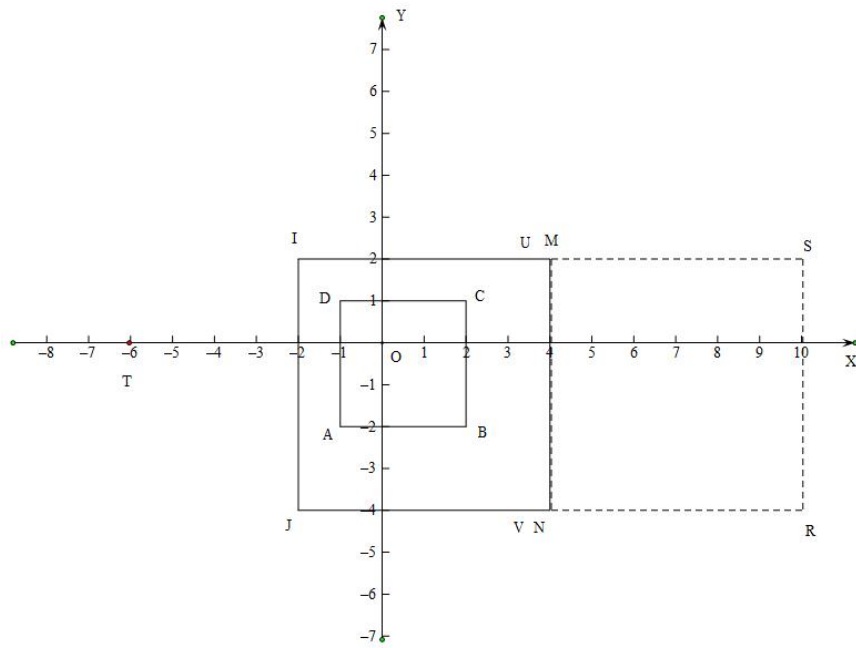
①点 O 关于四边形 $ABCD$ 的“对称图形”为四边形 $NMIJ$, 如图.....3分

动点 T 关于四边形 $ABCD$ 的“对称图形”为四边形 $SRVU$, 如图

当边 SR 与 IJ 重合时, $t=6$



当边 UV 与 MN 重合时, $t = -6$



$\therefore -6 \leq t \leq 6$ 5 分

② $2 \leq t \leq 4$ 或 $-2 \leq t \leq -1$ 7 分