

2022 北京海淀实验中学初二（下）期中

数 学

第一部分 选择题

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个

1. 下列计算正确的是（ ）

A. $2\sqrt{2} + 4\sqrt{3} = 6\sqrt{5}$

B. $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$

C. $3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 1$

D. $\sqrt{24} \div \sqrt{6} = 4$

2. 若 $\sqrt{(3-b)^2} = 3-b$ ，则 b 的取值范围是（ ）

A. $b > 3$

B. $b < 3$

C. $b \geq 3$

D. $b \leq 3$

3. 如果 $|x + \sqrt{2}| + \left(y - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 0$ ，则 $(xy)^{2006}$ 等于（ ）

A. 2006

B. -2006

C. 1

D. -1

4. 若 $x = -3$ ，则 $|1 - \sqrt{(1+x)^2}|$ 等于（ ）

A. -1

B. 1

C. 3

D. -3

5. 以下各能数为三角形的三边，则不是直角三角形的是（ ）

A. $\sqrt{5}$ ， $2\sqrt{11}$ 、10

B. 15、17、8

C. 13、12、5

D. 3、4、5

6. 平行四边形 $ABCD$ 中， $\angle A : \angle B : \angle C : \angle D$ 的值可以是（ ）

A. 1: 2: 3: 4

B. 5: 6: 5: 6

C. 2: 4: 4: 5

D. 4: 4: 3: 3

7. 两只小鼯鼠在地下打洞，一只朝正北方向挖，每分钟挖 8cm，另一只朝正东方向挖，每分钟挖 6cm，10 分钟之后两只小鼯鼠相距（ ）

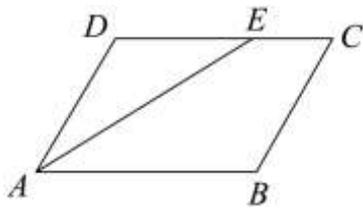
A. 50cm

B. 120cm

C. 140cm

D. 100cm

8. 如图，平行四边形 $ABCD$ 中， $\angle A$ 的平分线 AE 交 CD 于 E ， $AB = 7$ ， $AD = 4$ ，则 EC 的长（ ）



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

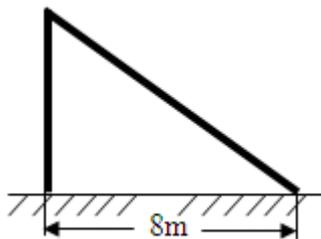
第二部分非选择题

二、填空题（本题共 24 分，每小题 3 分）

9. 当 x _____ 时， $\sqrt{-3+x}$ 有意义.

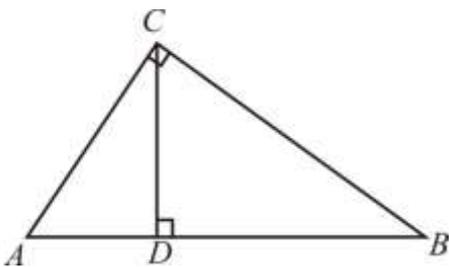
10. 比较大小： $\sqrt{15}$ _____ $2\sqrt{2}$.

11. 如图，台风过后，某希望小学 旗杆在离地某处断裂，且旗杆顶部落在离旗杆底部 8m 处，已知旗杆原长 16m，你能求出旗杆在离底部 _____ m 位置断裂.



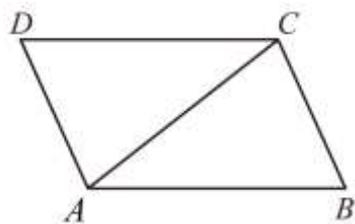
12. 在直角三角形中，两边长分别 6、8，则第三条边长 _____.

13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 3$ ， $BC = 4$ ，则 AB 边上的高 CD 的长 _____.



14. 写出“两直线平行内错角相等”的逆命题： _____，此逆命题是 _____（填“真”或“假”）命题.

15. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $AB = AC$ ， $\angle CAB = 40^\circ$ ，则 $\angle D$ 的度数是 _____ 度.



16. 已知 A, C 两点坐标分别为 $(-3, 0)$ 和 $(2, 2)$ ，平行四边形 $ABCD$ 的一个内角为 45° ，点 B 在 x 轴上，则点 D 的坐标为_____.

三、解图题（本题共 60 分）

17. 计算 $\sqrt{12} + |-\sqrt{3}| - (-29)^0 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$

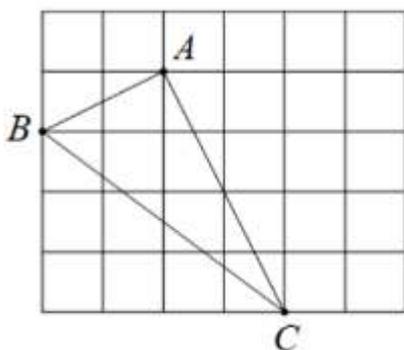
18. 计算：

(1) $\sqrt{32} - \left(3\sqrt{\frac{1}{3}} - 3\sqrt{2}\right)$

(2) $\sqrt{27} \div (2\sqrt{3}) + (\sqrt{5} - 1)^2$

19. 已知 $x = \sqrt{3} + 1$ ， $y = \sqrt{3} - 1$ ，求 $xy(x + y)$ 的值

20. 如图，正方形网格中，小方格边长为 1，点 A, B, C 都在格点上，请你根据所学的知识解决下列问题.

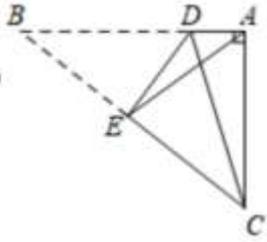


(1) 精准判断 $\triangle ABC$ 是什么特殊三角形，是_____；

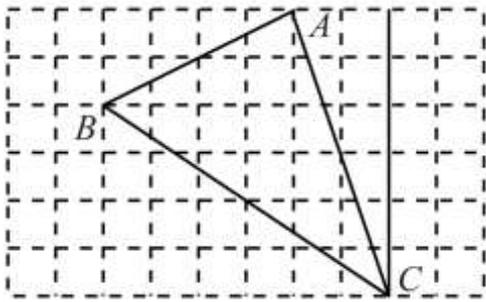
(2) 直接写出 $\triangle ABC$ 的面积_____；

(3) 在正方形网格中标出一个格点 H ，其使得 $\triangle HBC$ 与 $\triangle ABC$ 的面积相等

21. 如图，由 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AC = 9$ ， $BC = 15$ 。按如图所示方式折叠，使点 B, C 重合，折痕为 DE ，求出 AE 和 AD 长。



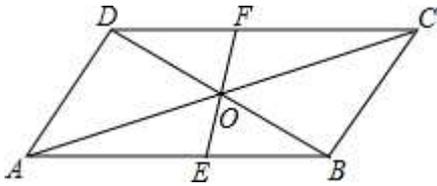
22. 老张家有一块三角形的地，如图所示三角形 ABC ，老张想把三角形的地均分成四块形状，大小全都一样的地块出租（即四块地互相之间是全等三角形）。



(1) 作出图形，

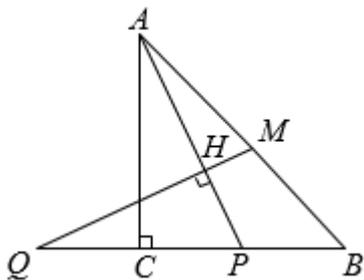
(2) 请说明做图方法，以及做法的依据。

23. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， O 是对角线 AC 、 BD 的交点，过 O 点作直线 F 分制交 AB 、 CD 于 E 、 F 。求证：
 $DF = BE$



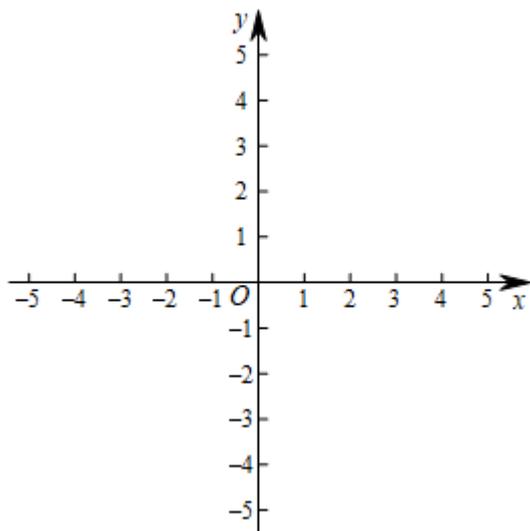
24. 平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于 O ， E 、 F 是 AC 上的两点，并且 $AE = CF$ 。求证：四边形 $BFDE$ 是平行四边形。

25. 如图，在等腰直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， P 是线段 BC 上一点，连接 AP ，延长 BC 至点 Q ，使得 $CQ = CP$ ，过点 Q 作 $QH \perp AP$ 于点 H ，交 AB 于点 M 。



- (1) 若 $\angle CAP = 30^\circ$, $CP = 2$, 直接写出线段 AB 的长.
- (2) 若 $\angle PAC = a$, 求 $\angle AMQ$ 的大小 (用含 a 的式子表示).
- (3) 用等式表示线段 MB 与 PQ 之间的数量关系, 并证明.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 平行四边形 $OABC$ 的顶点 A 在 x 轴正半轴上 $OA = 3$, $\angle AOC = 30^\circ$. 点 C 在第一象限, 点 C 的纵坐标是 1, 动点 D 从点 O 出发, 以每秒 3 个单位的速度沿平行四边形 $OABC$ 的边逆时针运动, 动点 P 同时从点 O 出发, 以每秒 1 个单位的速度沿平行四边形 $OABC$ 的边顺时针运动.



- (1) 画出平行四边形 $OABC$,
- (2) 当运动时间为 3 秒时, 点 P 的坐标是_____.
- (3) 当运动时间为 2022 秒时, 求线段 DP 的长_____.
- (4) 设运动时间为 t 秒, 当 $0 < t < 5$ 时, 直接写出当 $t =$ _____ 时, D, P 两点和 O, A, B, C 中 某两点构成平行四边形.

参考答案

第一部分 选择题

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个

1. 下列计算正确的是（ ）

A. $2\sqrt{2} + 4\sqrt{3} = 6\sqrt{5}$

B. $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$

C. $3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 1$

D. $\sqrt{24} \div \sqrt{6} = 4$

【答案】B

【解析】

【分析】根据二次根式的加减，乘除运算法则计算判断即可.

【详解】 $\because 2\sqrt{2}$ 和 $4\sqrt{3}$ 不是同类二次根式，无法计算，

$\therefore A$ 错误，不符合题意；

$\because \sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$ ，

$\therefore B$ 正确，符合题意；

$\because 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$ ，

$\therefore C$ 错误，不符合题意；

$\because \sqrt{24} \div \sqrt{6} = \sqrt{4} = 2$ ，

$\therefore D$ 错误，不符合题意；

故选 B.

【点睛】本题考查了二次根式的混合运算，熟练掌握运算法则是解题的关键.

2. 若 $\sqrt{(3-b)^2} = 3-b$ ，则 b 的取值范围是（ ）

A. $b > 3$

B. $b < 3$

C. $b \geq 3$

D. $b \leq 3$

【答案】D

【解析】

【分析】根据二次根式的性质 $\sqrt{a^2} = |a|$ 可直接求解.

【详解】解: $\because \sqrt{(3-b)^2} = 3-b, \therefore |3-b| = 3-b,$

$\therefore 3-b \geq 0$, 解得 $b \leq 3$.

故选 D.

【点睛】本题主要考查二次根式的性质, 熟记概念是解题的关键.

3. 如果 $|x + \sqrt{2}| + \left(y - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 0$, 则 $(xy)^{2006}$ 等于 ()

A. 2006

B. -2006

C. 1

D. -1

【答案】C

【解析】

【分析】根据非负数的性质列式求出 x 、 y 的值, 然后代入代数式进行计算即可得解.

【详解】解: 由题意得, $x + \sqrt{2} = 0, y - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,$

解得, $x = -\sqrt{2}, y = \frac{\sqrt{2}}{2},$

$\therefore (xy)^{2006} = (-\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2})^{2006} = (-1)^{2006} = 1,$

故选 C.

【点睛】此题考查了非负数的性质及代数式求值, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

4. 若 $x = -3$, 则 $|1 - \sqrt{(1+x)^2}|$ 等于 ()

A. -1

B. 1

C. 3

D. -3

【答案】B

【解析】

【分析】将 $x = -3$ 代入二次根式进行计算即可得出答案.

【详解】解: 当 $x = -3$ 时,

$$\text{原式} = \left| 1 - \sqrt{(1-3)^2} \right| = |1-2| = 1$$

故选 B

【点睛】本题主要考查的就是二次根式的计算法则，属于基础题型。明确二次根式的计算法则是解题的关键。

5. 以下各能数为三角形的三边，则不是直角三角形的是（ ）

- A. $\sqrt{5}$ 、 $2\sqrt{11}$ 、10 B. 15、17、8 C. 13、12、5 D. 3、4、5

【答案】A

【解析】

【分析】利用勾股定理的逆定理逐一计算即可。

【详解】A、 $(\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{11})^2 = 49 \neq 10^2$ ，故选项 A 不是直角三角形；

B、 $8^2 + 15^2 = 289 = 17^2$ ，故选项 B 是直角三角形；

C、 $5^2 + 12^2 = 169 = 13^2$ ，故选项 C 是直角三角形；

D、 $3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$ ，故选项 D 是直角三角形，

故选：A

【点睛】本题考查了勾股定理的逆定理，正确地计算是解题的关键。

6. 平行四边形 $ABCD$ 中， $\angle A : \angle B : \angle C : \angle D$ 的值可以是（ ）

- A. 1: 2: 3: 4 B. 5: 6: 5: 6 C. 2: 4: 4: 5 D. 4: 4: 3: 3

【答案】B

【解析】

【分析】根据平行四边形的对角相等，容易得出结论。

【详解】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore \angle A = \angle C, \angle B = \angle D,$$

∴ B 正确，

故选：B.

【点睛】本题考查了平行四边形的对角相等的性质；熟练掌握平行四边形的性质是解决问题的关键.

7. 两只小鼯鼠在地下打洞，一只朝正北方向挖，每分钟挖 8cm，另一只朝正东方向挖，每分钟挖 6cm，10 分钟之后两只小鼯鼠相距（ ）

- A. 50cm B. 120cm C. 140cm D. 100cm

【答案】D

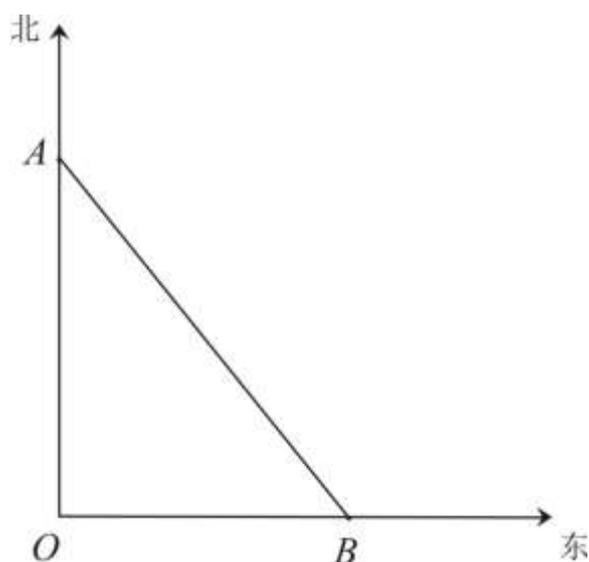
【解析】

【分析】画出图形，利用勾股定理即可求解.

【详解】解：如图， $OA = 8 \times 10 = 80 \text{ cm}$ ， $OB = 6 \times 10 = 60 \text{ cm}$ ，

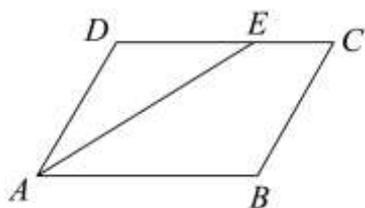
$$\therefore \text{在 } Rt\triangle AOB \text{ 中， } AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{80^2 + 60^2} = 100 \text{ cm，}$$

故选：D



【点睛】本题考查了勾股定理的应用，理解题意，画出图形是解题的关键.

8. 如图，平行四边形 $ABCD$ 中， $\angle A$ 的平分线 AE 交 CD 于 E ， $AB = 7$ ， $AD = 4$ ，则 EC 的长（ ）



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【答案】B

【解析】

【分析】根据平行四边形的性质可得 $AB=CD=7$ ， $AD=BC=4$ ，然后根据平行线的性质可得 $\angle EAB=\angle AED$ ，然后根据角平分线的定义可得 $\angle EAB=\angle EAD$ ，从而得出 $\angle EAD=\angle AED$ ，根据等角对等边可得 $DA=DE=4$ ，即可求出 EC 的长.

【详解】解： \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $AB=7$ ， $AD=4$ ，

$$\therefore AB=CD=7, AD=BC=4, AB \parallel CD$$

$$\therefore \angle EAB = \angle AED$$

$\because AE$ 平分 $\angle DAB$

$$\therefore \angle EAB = \angle EAD$$

$$\therefore \angle EAD = \angle AED$$

$$\therefore DA = DE = 4$$

$$\therefore EC = CD - DE = 3$$

故选 B.

【点睛】此题考查的是平行四边形的性质、平行线的性质、角平分线的定义和等腰三角形的判定，掌握平行四边形的性质、平行线的性质、角平分线的定义和等角对等边是解决此题的关键.

第二部分非选择题

二、填空题（本题共 24 分，每小题 3 分）

9. 当 x _____ 时， $\sqrt{-3+x}$ 有意义.

【答案】 $x \geq 3$

【解析】

【分析】直接根据二次根式有意义的条件列出不等式求解.

【详解】解： $\because \sqrt{-3+x}$ 有意义，

$$\therefore -3 + x \geq 0,$$

解得 $x \geq 3$,

故答案为： $x \geq 3$

【点睛】本题考查了二次根式有意义的条件，熟记二次根式有意义的条件是被开方数是非负数是解题的关键.

10. 比较大小： $\sqrt{15}$ _____ $2\sqrt{2}$.

【答案】>

【解析】

【分析】比较两个带有根号的无理数的大小，只要比较被开方数的大小即可.

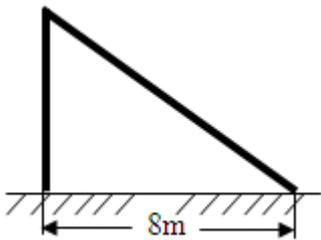
【详解】 $\because 15 > 8$,

$$\therefore \sqrt{15} > \sqrt{8},$$

$$\text{即 } \sqrt{15} > 2\sqrt{2}$$

【点睛】本题考查了无理数的大小比较，掌握无理数大小的比较的方法是解题的关键.

11. 如图，台风过后，某希望小学的旗杆在离地某处断裂，且旗杆顶部落在离旗杆底部 8m 处，已知旗杆原长 16m，你能求出旗杆在离底部_____m 位置断裂.



【答案】6

【解析】

【分析】设 $AC = x$ ，则 $AB = 16 - x$ ，在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中，利用勾股定理列方程，即可求解.

【详解】解：如图，

由题意知， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = 8$ ，

设 $AC = x$ ，则 $AB = 16 - x$ ，

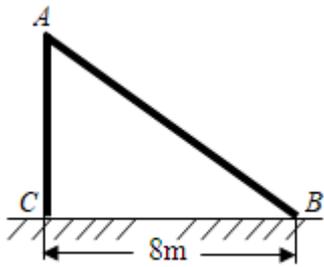
在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中， $AB^2 = AC^2 + BC^2$ ，

$$\text{即 } (16 - x)^2 = x^2 + 8^2,$$

解得 $x = 6$ ，

因此旗杆在离底部 6m 位置断裂.

故答案为：6.



【点睛】 本题考查勾股定理的实际应用，读懂题意，根据勾股定理列出方程是解题的关键.

12. 在直角三角形中，两边长分别为 6、8，则第三条边长_____.

【答案】 10 或 $2\sqrt{7}$

【解析】

【分析】 应分两种情况：①两直角边长分别为 6、8 时，利用勾股定理求解；②当斜边的长是 8 时，利用勾股定理求第三边的长.

【详解】 解：应分两种情况：

两直角边长分别为 6、8 时，则第三边的长 $=\sqrt{6^2+8^2}=10$ ；

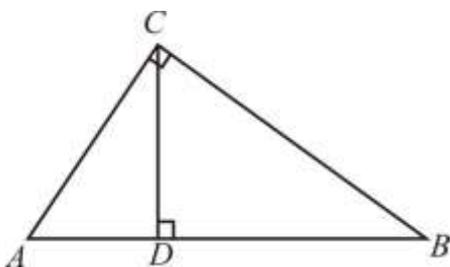
斜边的长是 8 时，第三边的长 $=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$

综上第三边的长为 10 或 $2\sqrt{7}$ ，

故答案为：10 或 $2\sqrt{7}$

【点睛】 本题考查了勾股定理的应用，分类讨论的思想是解题的关键.

13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 3$ ， $BC = 4$ ，则 AB 边上的高 CD 的长_____.



【答案】 2.4

【解析】

【分析】根据勾股定理求出 AB ，再根据 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CD = \frac{1}{2} AC \cdot BC$ 即可求出 CD 的值。

【详解】解：∵ 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=3$ ， $BC=4$ ，

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5,$$

∵ CD 是 AB 边上的高，

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CD = \frac{1}{2} AC \cdot BC, \text{ 即 } 5CD = 3 \times 4,$$

$$\therefore CD = 2.4.$$

故答案为 2.4.

【点睛】本题考查了勾股定理，三角形的面积，熟知勾股定理和直角三角形的面积公式是解答此题的关键。

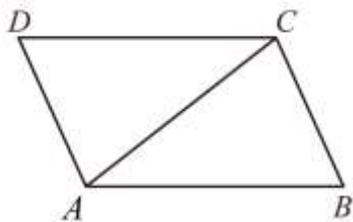
14. 写出“两直线平行内错角相等”的逆命题：_____，此逆命题是_____（填“真”或“假”）命题。

【答案】 ①. 内错角相等两直线平行 ②. 真

【解析】

【详解】解：“两直线平行内错角相等”的逆命题：内错角相等两直线平行，此逆命题是真命题。

15. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $AB=AC$ ， $\angle CAB=40^\circ$ ，则 $\angle D$ 的度数是_____度。



【答案】 70

【解析】

【分析】由 $AB=AC$ ， $\angle CAB=40^\circ$ ，可求出 $\angle B$ ，再根据平行四边形对角相等可得。

【详解】解：∵ $AB=AC$ ， $\angle CAB=40^\circ$ ，

$$\therefore \angle B = \angle ACB = \frac{180^\circ - \angle CAB}{2} = 70^\circ,$$

∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

$$\therefore \angle D = \angle B = 70^\circ,$$

故答案为：70.

【点睛】此题主要考查了平行四边形性质和等腰三角形的性质. 利用平行四边形性质得出角的数量关系是关键.

16. 已知 A, C 两点坐标分别为 $(-3, 0)$ 和 $(2, 2)$, 平行四边形 $ABCD$ 的一个内角为 45° , 点 B 在 x 轴上, 则点 D 的坐标为_____.

【答案】 $(-3, 2)$ 或 $(-5, 2)$

【解析】

【分析】本题分两种情况讨论, 过点 C 作 $CE \perp x$ 轴于点 E , 在直角 $\triangle BCE$ 中, $\angle CBE = 45^\circ$, 根据三角函数得到 $BE = 2$, $AE = 5$, 求得 CD 的长即可.

【详解】解: 过点 C 作 $CE \perp x$ 轴于点 E ,

$\because A, C$ 两点坐标分别为 $(-3, 0)$ 和 $(2, 2)$,

$\therefore CE = 2, AE = 2 - (-3) = 5,$

分两种情况进行讨论:

①如图 1, 当 $\angle DAB = 45^\circ$ 时:

$\therefore \angle CBE = 45^\circ,$

$\therefore CE = 2,$

$\therefore BE = CE \tan 45^\circ = 2,$

$\therefore CD = AB = AE - BE = 5 - 2 = 3,$

\therefore 点 D 的坐标为 $(2-3, 2)$, 即 $(-1, 2)$;

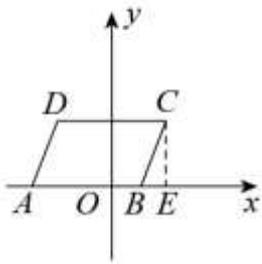


图1

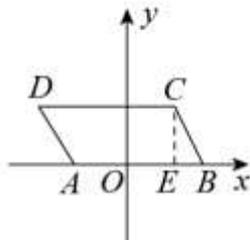


图2

②如图 2, 当 $\angle CBA = 45^\circ$ 时:

$\therefore CE = 2,$

$\therefore BE = CE \tan 45^\circ = 2,$

$\therefore CD = AB = AE + BE = 5 + 2 = 7,$

\therefore 点 D 坐标为 $(2-7, 2)$, 即 $(-5, 2)$;

∴由①②可知点 D 的坐标为：(-3, 2)或(-5, 2).

故答案为：(-3, 2)或(-5, 2)

【点睛】本题结合平面直角坐标系考查了平行四边形的性质，分两种情况进行讨论是正确解决本题的关键.

三、解图题（本题共 60 分）

17. 计算 $\sqrt{12} + |-\sqrt{3}| - (-29)^0 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$

【答案】 $3\sqrt{3} + 2$

【解析】

【分析】直接利用实数运算的法则和性质计算即可.

【详解】 $\sqrt{12} + |-\sqrt{3}| - (-29)^0 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$

$$= 2\sqrt{3} + \sqrt{3} - 1 + 3$$

$$= 3\sqrt{3} + 2.$$

【点睛】本题考查了实数的运算，熟练掌握运算法则和性质是解题的关键.

18. 计算：

(1) $\sqrt{32} - \left(3\sqrt{\frac{1}{3}} - 3\sqrt{2}\right)$

(2) $\sqrt{27} \div (2\sqrt{3}) + (\sqrt{5} - 1)^2$

【答案】 (1) $7\sqrt{2} - \sqrt{3}$

(2) $\frac{15}{2} - 2\sqrt{5}$

【解析】

【分析】(1)先把每个二次根式化成最简二次根式，然后合并同类二次根式即可；

(2)按照二次根式混合运算的顺序，先乘方，再算乘除，最后算加减即可.

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned} & \sqrt{32} - \left(3\sqrt{\frac{1}{3}} - 3\sqrt{2} \right) \\ &= 4\sqrt{2} - (\sqrt{3} - 3\sqrt{2}) \\ &= 4\sqrt{2} - \sqrt{3} + 3\sqrt{2} \\ &= 7\sqrt{2} - \sqrt{3} \end{aligned}$$

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned} & \sqrt{27} \div (2\sqrt{3}) + (\sqrt{5} - 1)^2 \\ &= 3\sqrt{3} \div (2\sqrt{3}) + (\sqrt{5})^2 - 2\sqrt{5} + 1 \\ &= \frac{3}{2} + 5 - 2\sqrt{5} + 1 \\ &= \frac{15}{2} - 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

【点睛】本题考查了二次根式的混合运算，熟练掌握二次根式的混合运算的法则是解题的关键。

19. 已知 $x = \sqrt{3} + 1$ ， $y = \sqrt{3} - 1$ ，求 $xy(x + y)$ 的值

【答案】 $4\sqrt{3}$

【解析】

【分析】先根据已知求得 $x + y$ 与 xy 的值，然后代入所求的代数式即可。

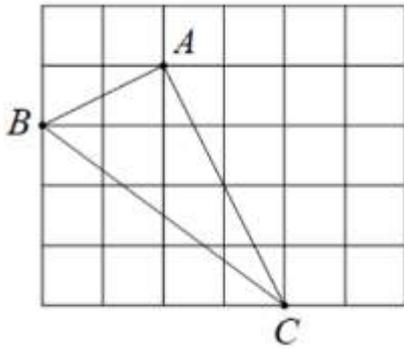
【详解】解：∵ $x = \sqrt{3} + 1$ ， $y = \sqrt{3} - 1$ ，

$$\therefore x + y = \sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} - 1 = 2\sqrt{3}, \quad xy = (\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1) = (\sqrt{3})^2 - 1^2 = 2,$$

$$\therefore xy(x + y) = 2\sqrt{3} \times 2 = 4\sqrt{3}.$$

【点睛】本题考查了代数式的求值及二次根式的计算，熟练掌握二次根式的混合运算是解题的关键。

20. 如图，正方形网格中，小方格边长为 1，点 A，B，C 都在格点上，请你根据所学的知识解决下列问题。



- (1) 精准判断 $\triangle ABC$ 是什么特殊三角形，是_____；
- (2) 直接写出 $\triangle ABC$ 的面积_____；
- (3) 在正方形网格中标出一个格点 H ，其使得 $\triangle HBC$ 与 $\triangle ABC$ 的面积相等

【答案】 (1) 直角三角形

(2) 5

(3) 见解析

【解析】

【分析】 (1) 利用勾股定理分别计算 AB^2 ， AC^2 ， BC^2 即可判定 $\triangle ABC$ 是什么特殊三角形；

(2) 直接利用三角形的面积公式求解；

(3) 过点 A 作 BC 边的平行线，在平行线上取点 H ，连接 BH ， CH ，则 $\triangle HBC$ 与 $\triangle ABC$ 的面积相等，

【小问1详解】

解：由勾股定理得，

$$AB^2 = 1^2 + 2^2 = 5, \quad AC^2 = 4^2 + 2^2 = 20, \quad BC^2 = 3^2 + 4^2 = 25,$$

$$\therefore AB^2 + AC^2 = 5 + 20 = 25,$$

$$\therefore AB^2 + AC^2 = BC^2,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形.

故答案为：直角三角形

【小问2详解】

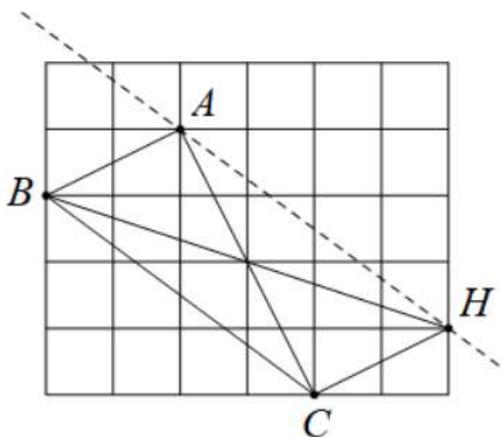
$$\therefore \triangle ABC \text{是直角三角形, } AB = \sqrt{5}, \quad AC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AC \times AB = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5,$$

故答案 : 5

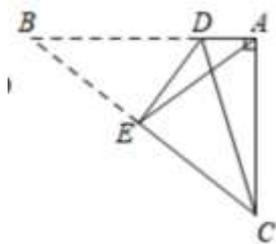
【小问3详解】

过点A作BC边的平行线,在平行线上取点H,连接BH,CH,则 $\triangle HBC$ 与 $\triangle ABC$ 的面积相等,如图所示,



【点睛】本题是一道网格中的三角形的有关知识,考查了勾股定理的应用,三角形的面积求解以及作图,根据网格利用勾股定理判断出三角形的形状是解题的关键.

21. 如图,由 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AC = 9$, $BC = 15$. 按如图所示方式折叠,使点B、C重合,折痕为DE,求出AE和AD的长.



【答案】 $\frac{15}{2}$; $\frac{21}{8}$

【解析】

【分析】在 $Rt\triangle ABC$ 中由于 $\angle BAC = 90^\circ$, $AC = 9$, $BC = 15$, 所以根据勾股定理可求出AB的长,由折叠可知,ED垂直平分BC,E为BC中点, $BD = CD$,根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半可求出AE的长,设 $BD = CD = x$,则 $AD = 12 - x$. 在 $Rt\triangle ADC$ 中,由 $AD^2 + AC^2 = CD^2$ 即可求出x的值,故可得出结论.

【详解】解:在 $Rt\triangle ABC$ 中由于 $\angle BAC = 90^\circ$, $AC = 9$, $BC = 15$,

由勾股定理得: $AB^2 = BC^2 - AC^2 = 15^2 - 9^2 = 144$,

$$\therefore BC=12,$$

∵由折叠可知, ED 垂直平分 BC ,

∴ E 为 BC 中点, $BD=CD$,

$$\therefore AE = \frac{1}{2} BC = \frac{15}{2} \quad (\text{直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半}).$$

设 $BD=CD=x$, 则 $AD=12-x$.

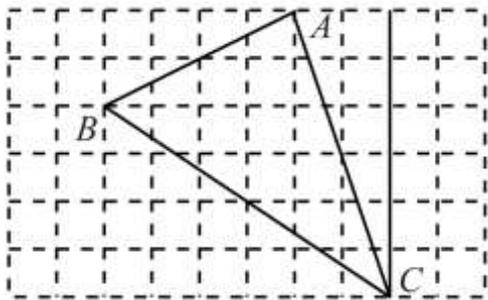
在 $Rt\triangle ADC$ 中, $AD^2 + AC^2 = CD^2$,

$$\text{即 } 9^2 + (12-x)^2 = x^2, \text{ 解得 } x = \frac{75}{8},$$

$$\therefore AD = 12 - x = 12 - \frac{75}{8} = \frac{21}{8}.$$

【点睛】 本题考查的是图形折叠的性质, 熟知图形折叠不变性的性质及勾股定理是解答此题的关键.

22. 老张家有一块三角形的地, 如图所示三角形 ABC , 老张想把三角形的地均分成四块形状, 大小全都一样的地块出租 (即四块地互相之间是全等三角形).



(1) 作出图形,

(2) 请法明做图方法, 以及做法的依据.

【答案】 (1) 见详解; (2) 见详解.

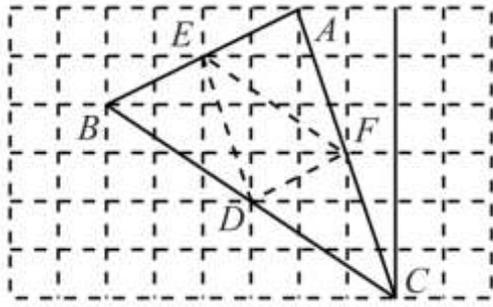
【解析】

【分析】 找出三角形三边的中点, D, E, F , 再连接 DE, EF, DF 即可;

先判定四边形 $BDFE$, 四边形 $EDCF$, 四边形 $EDFA$ 都是平行四边形, 再由平行四边形的性质即可得到答案.

【小问 1 详解】

解: 如图,



【小问 2 详解】

解：方法：找出三角形三边的中点， D,E,F ，再连接 DE,EF,DF 即可；

依据： $\because DE,EF,DF$ 为三角形 ABC 的三条中位线，

$$\therefore DF \parallel AB, DF = \frac{1}{2} AB,$$

$$\therefore DF \parallel BE, DF = BE,$$

\therefore 四边形 $BDFE$ 是平行四边形，

同理可得，四边形 $EDCF$ ，四边形 $EDFA$ 都是平行四边形，

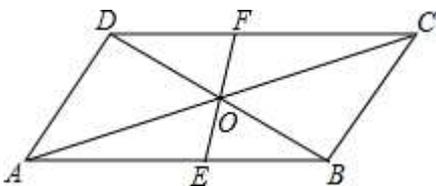
又 $\because DE,EF,DF$ 为平行四边形的对角线，

$$\therefore \triangle BDE \cong \triangle DEF, \triangle AEF \cong \triangle DEF, \triangle DFC \cong \triangle DEF,$$

\therefore 三角形的地块形状，大小全都一样。

【点睛】 此题考查了三角形中位线的性质和平行四边形性质和判定，熟记三角形中位线的性质和平行四边形性质和判定是解题关键。

23. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， O 是对角线 AC 、 BD 的交点，过 O 点作直线 EF 分别交 AB 、 CD 于 E 、 F 。求证：
 $DF = BE$



【答案】 见详解

【解析】

【分析】 利用平行四边形的性质得出 $BO = DO$ ， $DC \parallel BA$ ，进而得出 $\angle FDO = \angle EBO$ ， $\angle OFD = \angle OEB$ 再求出 $\triangle DOF \cong \triangle BOE$ 即可得出答案。

【详解】证明：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore BO = DO, DC \parallel BA$$

$$\therefore \angle FDO = \angle EBO, \angle OFD = \angle OEB$$

在 $\triangle ODF$ 和 $\triangle OBE$ 中

$$\begin{cases} \angle FDO = \angle EBO \\ OD = OB \\ \angle OFD = \angle OEB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ODF \cong \triangle OBE$$

$$\therefore DF = BE .$$

【点睛】此题主要考查了全等三角形的判定与性质以及平行四边形的性质，熟练掌握全等三角形的判定方法是解题关键.

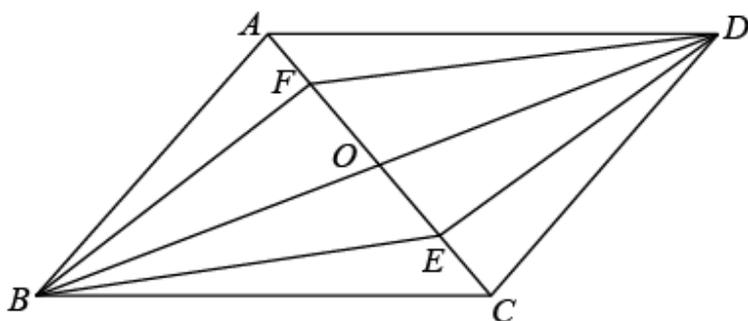
24. 平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于 O ， E 、 F 是 AC 上的两点，并且 $AE = CF$. 求证：四边形 $BFDE$ 是平行四边形.

【答案】答案见解析

【解析】

【分析】根据平行四边形 $ABCD$ 的性质，可得 $AO = CO$ ， $BO = DO$ ，由 $AE = CF$ ，可得 $AF = EC$ ，则 $FO = EO$ ，即可得答案.

【详解】解：如下图所示：



∵ 平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O ， E 、 F 是 AC 上的两点，

$$\therefore AO = CO, BO = DO,$$

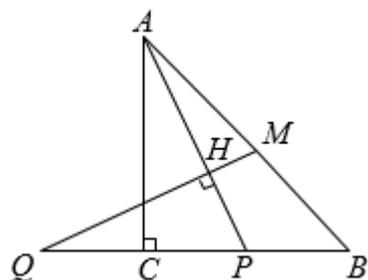
$$\therefore AE = CF,$$

$\therefore AF=EC$, 则 $FO=EO$,

\therefore 四边形 $BFDE$ 是平行四边形.

【点睛】 本题考查的是平行四边形的性质与判定, 解题的关键是掌握对角线互相平分的四边形是平行四边形.

25. 如图, 在等腰直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, P 是线段 BC 上一点, 连接 AP , 延长 BC 至点 Q , 使得 $CQ = CP$, 过点 Q 作 $QH \perp AP$ 于点 H , 交 AB 于点 M .



(1) 若 $\angle CAP = 30^\circ$, $CP = 2$, 直接写出线段 AB 的长.

(2) 若 $\angle PAC = a$, 求 $\angle AMQ$ 的大小 (用含 a 的式子表示).

(3) 用等式表示线段 MB 与 PQ 之间的数量关系, 并证明.

【答案】 (1) $2\sqrt{6}$

(2) $45^\circ + a$

(3) $PQ = \sqrt{2}MB$, 见解析

【解析】

【分析】 (1) 利用直角三角形中, 30° 角所对直角边等于斜边的一半, 勾股定理, 等腰直角三角形的性质求解即可.

(2) 利用三角形内角和定理, 对顶角的性质, 三角形外角性质求解即可.

(3) 连接 AQ , 过点 M 作 $ME \perp BC$, 垂足为 E , 证明 $\triangle ACP \cong \triangle QEM$, 利用等腰直角三角形的性质得证结论.

【小问 1 详解】

$\because \angle ACP = 90^\circ$, $\angle PAC = 30^\circ$, $PC = 2$,

$\therefore AP = 2PC = 4$, $AC = \sqrt{AP^2 - CP^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$,

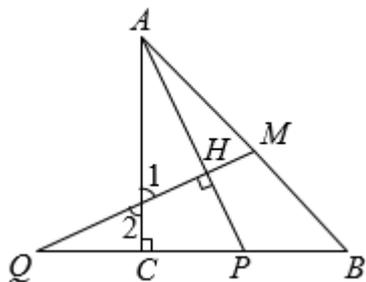
\because 等腰直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore AB = \sqrt{2}AC = 2\sqrt{6}$.

【小问 2 详解】

$$\because \angle ACQ = \angle AHQ = 90^\circ, \quad \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle PAC = \angle PQH = \alpha,$$



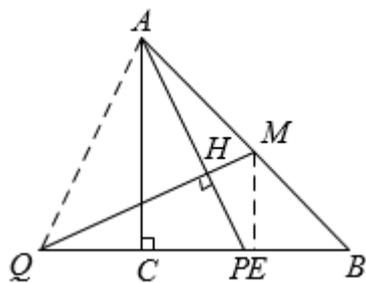
$$\because \text{等腰直角} \triangle ABC \text{ 中, } \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle B = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle AMQ = \angle B + \angle PQH = \alpha + 45^\circ.$$

【小问 3 详解】

连接 AQ,



$$\because AC \perp QP, \quad QC = CP,$$

$$\therefore AQ = AP, \quad \angle QAC = \angle PAC = \angle PQH = \alpha,$$

$$\therefore \angle QAM = \angle BAC + \angle QAC = \alpha + 45^\circ,$$

$$\because \angle AMQ = \alpha + 45^\circ,$$

$$\therefore \angle AMQ = \angle QAM,$$

$$\therefore AQ = QM = AP,$$

过点 M 作 $ME \perp BC$, 垂足为 E ,

$$\therefore \triangle ACP \cong \triangle QEM, MB = \sqrt{2}ME,$$

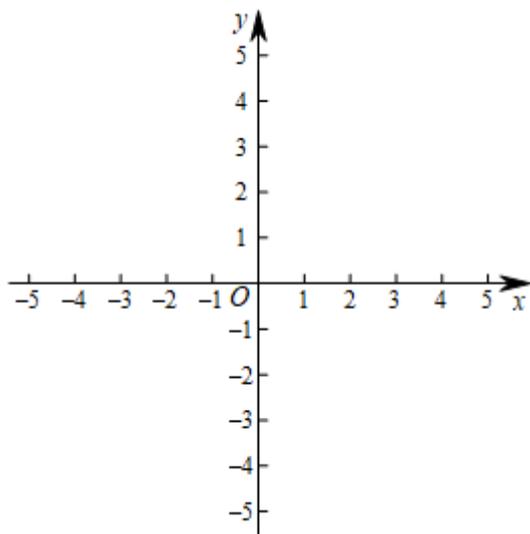
$$\therefore ME = CP,$$

$$\therefore PQ = 2CP = 2ME,$$

$$\therefore PQ = \sqrt{2}MB.$$

【点睛】本题考查了直角三角形的性质，等腰三角形的三线合一，三角形全等判定和性质，等腰直角三角形的性质，熟练掌握等腰三角形的性质，灵活证明三角形全等是解题的关键.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，平行四边形 $OABC$ 的顶点 A 在 x 轴正半轴上 $OA = 3$ ， $\angle AOC = 30^\circ$. 点 C 在第一象限，点 C 的纵坐标是 1，动点 D 从点 O 出发，以每秒 3 个单位的速度沿平行四边形 $OABC$ 的边逆时针运动，动点 P 同时从点 O 出发，以每秒 1 个单位的速度沿平行四边形 $OABC$ 的边顺时针运动.



(1) 画出平行四边形 $OABC$,

(2) 当运动时间为 3 秒时，点 P 的坐标是_____.

(3) 当运动时间为 2022 秒时，求线段 DP 的长_____.

(4) 设运动时间为 t 秒，当 $0 < t < 5$ 时，直接写出当 $t =$ _____ 时， D, P 两点和 O, A, B, C 中的某两点构成平行四边形.

【答案】(1) 答案见详解

(2) $P(1 + \sqrt{3}, 1)$

(3) 线段 DP 的长为 2

(4) 当 $t = \frac{3}{2}$ 或 4 时, D, P 两点和 O, A, B, C 中的某两点可构成平行四边形

【解析】

【小问 1 详解】

解: 如图, 由题意得 $A(3,0)$,

过点 C 作 $CE \perp x$ 轴, 垂足为 E ,

$\therefore CE = 1, \angle AOC = 30^\circ,$

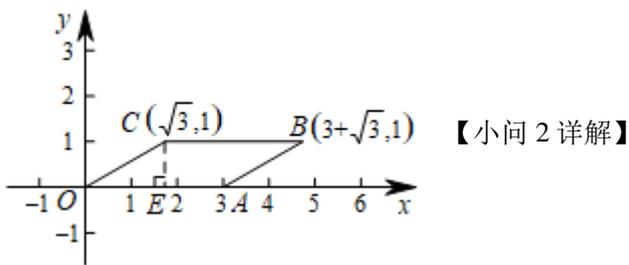
$$\tan \angle AOC = \frac{CE}{OE}$$

$$OE = \frac{CE}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3},$$

$\therefore C(\sqrt{3}, 1)$

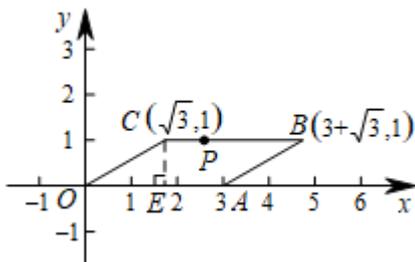
又 $\because CB = OA = 3$

$\therefore B(3 + \sqrt{3}, 1)$



解: 当 $t = 3$ 时, $S_p = 3 \times 1 = 3$

\therefore 点 P 运动到 BC 边上, 如图,



在 $Rt\triangle OCE$ 中,

$$\angle COE = 30^\circ$$

$$\therefore OC = 2CE = 2$$

$$\because S_p = OC + CP$$

$$\therefore CP = S_p - OC = 3 - 2 = 1,$$

$$\therefore P(1 + \sqrt{3}, 1)$$

【小问 3 详解】

解： $\because OC = 2, OA = 3$

$$\therefore C_{\square OABC} = 2(OA + OC) = 10$$

当 $t = 2022$ 时, $S_p = 2022$

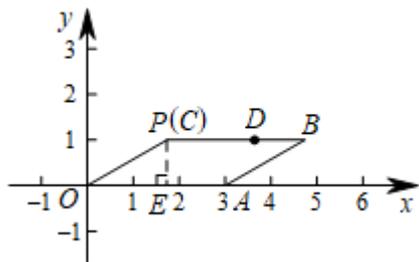
$$\frac{S_p}{C_{\square OABC}} = 202 \cdots 2$$

\therefore 此时点 P 与点 C 重合了,

当 $t = 2022$ 时, $S_D = 2022 \times 3 = 6066$

$$\frac{S_D}{C_{\square OABC}} = 606 \cdots 6$$

\therefore 此时点 D 运动到 CB 边上, 如图



在 $\square OABC$ 中,

$$AB = OC = 2, CB = OA = 3$$

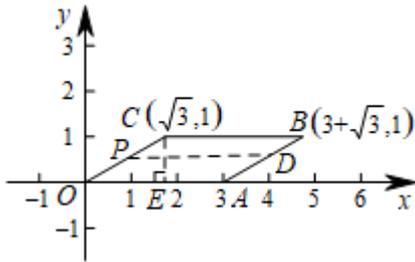
$$\therefore BD = 6 - OA - AB = 1$$

$$\therefore PD = BC - BD = 3 - 1 = 2$$

故此时线段 DP 的长为 2;

【小问 4 详解】

①如图, D, P 两点和 O, A 两点 (或 B, C 两点) 构成平行四边形时,

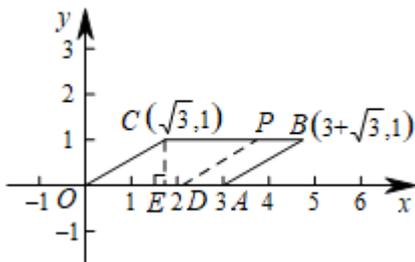


此时, $OP = S_p = t$, $AD = S_D - OA = 3t - 3$

$\because OP = AD$

$$\therefore t = 3t - 3, \text{ 解得 } t = \frac{3}{2}$$

②如图, D, P 两点和 O, C 两点 (或 B, A 两点) 构成平行四边形时,



此时, $CP = S_p - OC = t - 2$, $OD = S_D - C_{\square OABC} = 3t - 10$

$\because CP = OD$

$$\therefore t - 2 = 3t - 10, \text{ 解得 } t = 4$$

故当 $t = \frac{3}{2}$ 或 4 时, D, P 两点和 O, A, B, C 中的某两点构成平行四边形.

【点睛】 本题主要考查了平行四边形性质、三角函数和平面直角坐标系等知识点, 牢固掌握以上知识点并能分情况画图进行讨论是做出本题的关键.