2021 北京密云初三（上）期末

数　　学

2021.1

考生须知	1.本试卷共 7 页，共 3 道大题，25 道小题，满分 100 分，考试时间 120 分钟. 2.在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和准考证号. 3.试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效，作图必须使用 2B 铅笔. 4.考试结束，请将本试卷和答题纸一并交回.

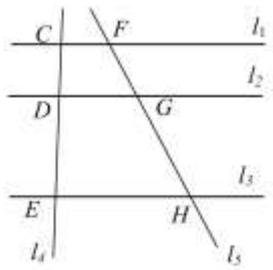
一、选择题（本题共 24 分，每小题 3 分）

下面各题均有四个选项，其中只有一个选项是符合题意的.

1.抛物线 $y=(x+2)^2-1$ 的顶点坐标是

（A）（2，－1）　（B）（－2，－1）（C）（2，1）　（D）（－2，1）

2.如图，直线 $l_1//l_2//l_3$，直线 l_4 被 l_1，l_2，l_3 所截得的两条线段分别为 CD、DE，直线 l_5 被 l_1，l_2，l_3 所截得的两条线段分别为 FG、GH.若 $CD=1$，$DE=2$，$FG=1.2$，则 GH 的长为



（A）0.6　　（B）1.2　　（C）2.4　　（D）3.6

3.已知点 P（1，y_1），Q（2，y_2）是反比例函数 $y=\dfrac{3}{x}$ 图象上的两点，则

（A）$y_1<y_2<0$　（B）$y_2<y_1<0$　（C）$0<y_1<y_2$　（D）$0<y_2<y_1$

4.将 $Rt\triangle ABC$ 的各边长都缩小为原来的 $\dfrac{1}{2}$，则锐角 A 的正弦值

（A）不变　　（B）缩小为原来的

（C）扩大为原来的 2 倍　　（D）缩小为原来的

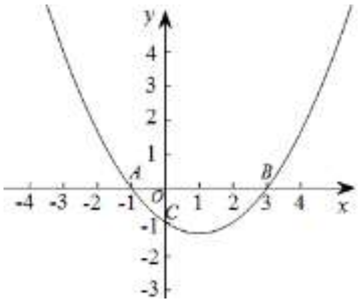
5.如图，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象经过点 A（－1，0），B（3，0）和 C（0，－1），则下列结论错误的是

（A）二次函数图象的对称轴是 $x=1$

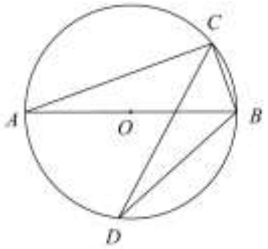
（B）方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两根是 x

（C）当 $x<1$ 时，函数值 y 随自变量 x 的增大而减小

（D）函数 $y=ax^2+bx+c$ 的最小值是－2



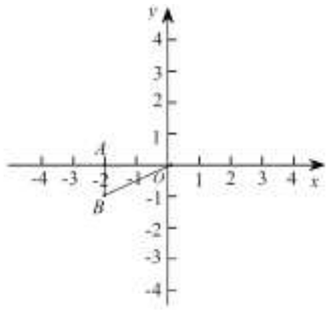
6.如图，AB 是⊙O 的直径，C、D 是⊙O 上的两点，$\angle CDB=20°$，则$\angle ABC$ 的度数为



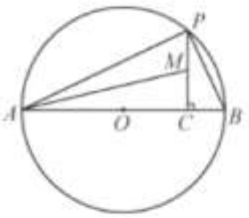
（A）20　　　　（B）40　　　　（C）70　　　　（D）90

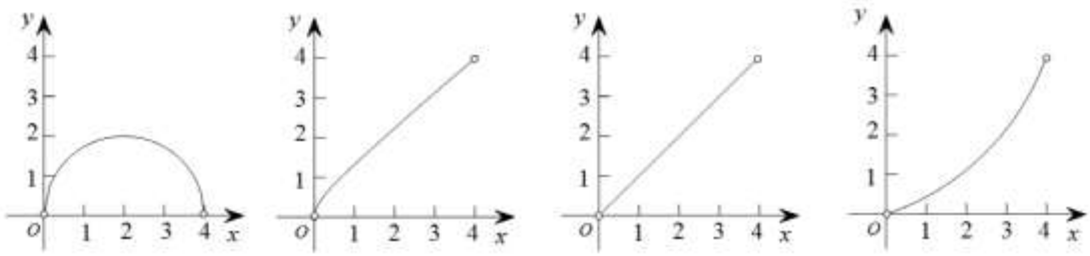
7.如图，在平面直角坐标系 xOy 中有两点 A（－2，0）和 B（－2，－1），以原点 O 为位似中心作△COD，△COD 与△AOB 的相似比为 2，其中点 C 与点 A 对应，点 D 与点 B 对应，且 CD 在 y 轴左侧，则点 D 的坐标为

（A）（4，2）　　（B）（－4，－2）（C）（1，$\frac{1}{2}$）　　（D）（－1，$-\frac{1}{2}$）



8.如图，AB 是⊙O 的直径，$AB=4$，P 是圆周上一动点（点 P 与点 A、点 B 不重合），$PC\perp AB$，垂足为 C，点 M 是 PC 的中点.设 AC 长为 x，AM 长为 y，则表示 y 与 x 之间函数关系的图象大致为



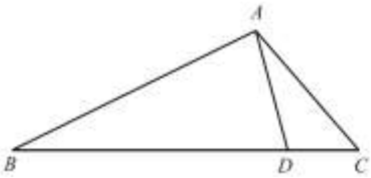


（A）　　　　（B）　　　　　（C）　　　　　　　　（D）

二、填空题（本题共 24 分，每小题 3 分）

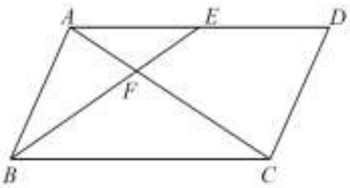
9.已知扇形的圆心角为 60°，半径为 2，则该扇形的弧长为____________.

10.已知△ABC 中，D 是 BC 上一点，添加一个条件使得△ABC∽△DAC，则添加的条件可以是____________.



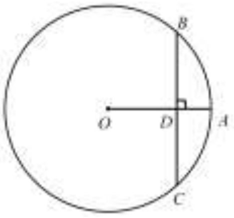
11.已知点 P（x_1，y_1）、Q（x_2，y_2）是反比例函数 $y=\dfrac{2}{x}$ 图象上的两点，其中 $x_1+x_2=0$，则 $y_1+y_2=$ ____________.

12.如图，▱$ABCD$ 中，E 是 AD 中点，BE 与 AC 交于点 F，则△AEF 与△CBF 的面积比为____________.

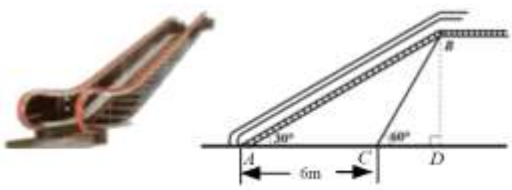


13.二次函数 $y=x^2-2x-3$ 的最小值是____________.

14.如图，A、B、C 是⊙O 上三点，$BC\perp OA$，垂足为 D.已知 $OA=3$，$AD=1$，则 BC 长为__________.

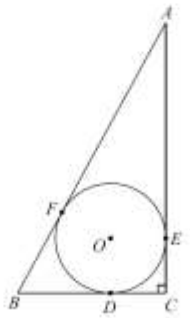


15.如图是某商场自动扶梯的示意图．自动扶梯 AB 的倾斜角为 30°，在自动扶梯下方地面 C 处测得扶梯顶端 B 的仰角为 60°，A、C 之间的距离为 6m，则自动扶梯的垂直高度 $BD=$__________m．（结果保留根号）.



16.《九章算术》是我国古代数学名著，也是古代东方数学的代表作之一.书中记载了一个问题："今有勾五步，股十二步，问勾中容圆径几何？"

译文："如图，今有直角三角形，勾（短直角边）长为 5 步，股（长直角边）长为 12 步，问该直角三角形能容纳的圆（内切圆）的直径是多少步？"



根据题意，该直角三角形内切圆的直径为__________步.

三、解答题（本题共 52 分，其中 17－21 每题 5 分，22 题 6 分，23－25 题每题 7 分）

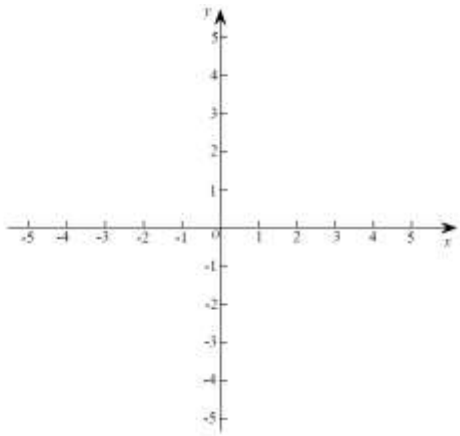
17.计算：$\sqrt{8}-2\sin 45°+2\cos 60°+\left|1-\sqrt{2}\right|$

18.已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过两点 A（4，0），B（2，－4）.

（1）求该抛物线的表达式；

（2）在平面直角坐标系 xOy 内画出抛物线的示意图；

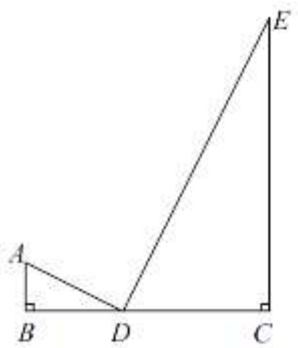
（3）若直线 $y=mx+n$ 经过 A，B 两点，结合图象直接写出不等式 $x^2+bx+c<mx+n$ 的解集.



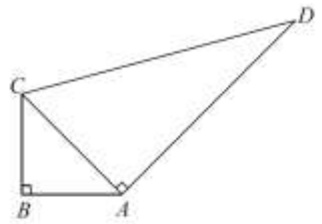
19.如图，$AB\perp BC$，$EC\perp BC$，点 D 在 BC 上，$AB=1$，$BD=2$，$CD=3$，$CE=6$.

（1）求证：$\triangle ABD\backsim\triangle DCE$；

（2）求$\angle ADE$ 的度数.



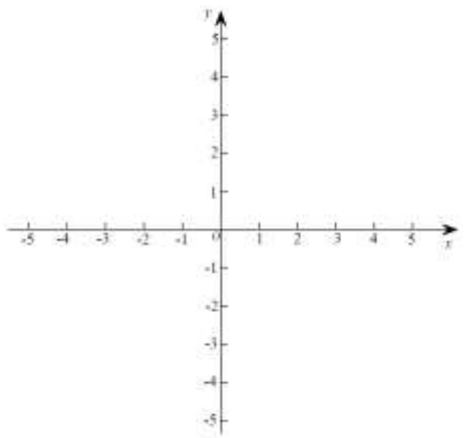
20.如图，四边形 $ABCD$ 中，$\angle CBA=CAD=90°$，$\angle BCA=45°$，$\angle ACD=60°$，$BC=\sqrt{2}$，求 AD 的长.



21.已知双曲线 $y=\dfrac{k}{x}$ 与直线 l_1 交于 A（1，2）和 B（-2，m）.

（1）求 k、m 值；

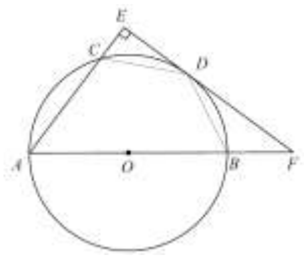
（2）将直线 l_1 平移得到 l_2：$y=ax+b$，且 l_1，l_2 与双曲线围成的封闭区域内（不含边界）恰有 3 个整点（把横纵坐标均为整数的点称为整点）结合图象，直接写出 b 的取值范围.



22.如图，AB 是⊙O 的直径，C、D 是圆上两点，$CD=BD$，过点 D 作 AC 的垂线分别交 AC，AB 延长线于点 E，F.

（1）求证：EF 是⊙O 的切线；

（2）若 $AE=3$，$sin\angle EAF=\dfrac{k}{x}$，求⊙$O$ 的半径.

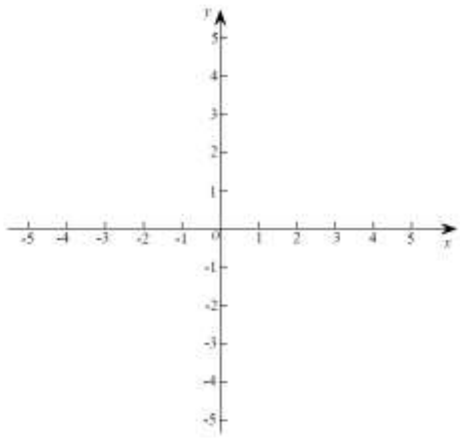


23.已知抛物线 $y=ax^2+bx+3a$ 与 y 轴交于点 P，将点 P 向右平移 4 个单位得到点 Q，点 Q 也在抛物线上.

（1）抛物线的对称轴是直线 $x=$____________；

（2）用含 a 的代数式表示 b；

（3）已知点 M（1，1），N（4，$4a-1$），抛物线与线段 MN 恰有一个公共点，求 a 的取值范围.

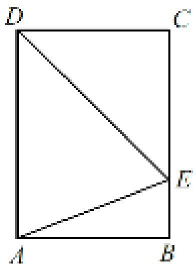


24.如图，矩形 $ABCD$ 中，$AD>AB$，DE 平分 $\angle ADC$ 交 BC 于点 E，将线段 AE 绕点 A 逆时针旋转 90°得到线段 AF，连接 EF，AD 与 FE 交于点 O.

（1）①补全图形；

②设 $\angle EAB$ 的度数为 α，直接写出 $\angle AOE$ 的度数（用含 α 的代数式表示）.

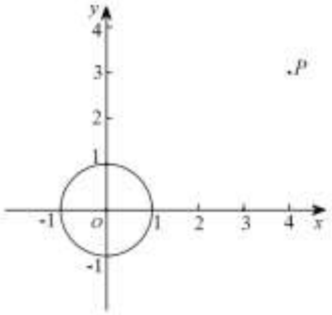
（2）连接 DF，用等式表示线段 DF，DE，AE 之间的数量关系，并证明.



25.对于平面直角坐标系 xOy 中的图形 M，N，给出如下定义：P 是图形 M 上的任意一点，Q 是图形 N 上任意一点，如果 P，Q 两点间距离有最小值，则称这个最小值为图形 M，N 的“最小距离”，记作 d（M，N）.

已知⊙O 的半径为 1.

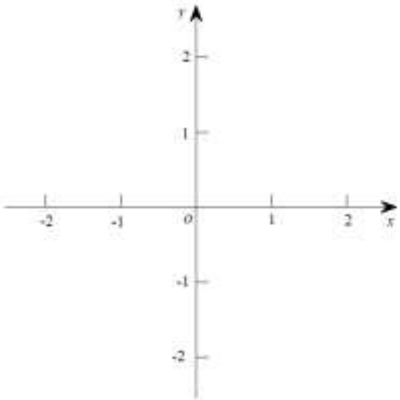
（1）如图，P（4，3），则 d（点 O，⊙O）＝______，d（点 P，⊙O）＝_________.

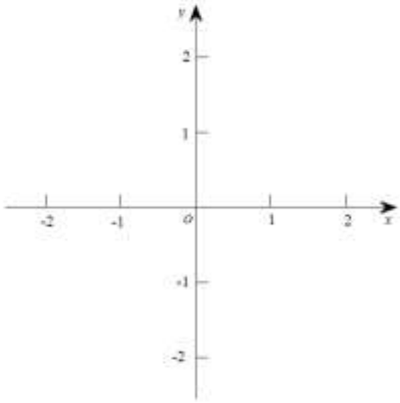


（2）已知 A、B 是⊙O 上两点，且 AB 的度数为 60°.

①若 $AB//x$ 轴且在 x 轴上方，直线 l：$y=\sqrt{3}x-2$，求 d（l，AB）的值；

②若点 R 坐标为（2，1），直接写出 d（点 R，AB）的取值范围.





2021 北京密云初三（上）期末数学

参考答案

一、选择题（共 24 分，每题 3 分）

序号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	D	A	D	C	B	B

二、填空题（共 24 分，每题 3 分）

9. $\frac{2}{3}\pi$　10. $\angle B=\angle DAC$（本题答案不唯一）　11. 0　12. $\frac{1}{4}$

13. -4　14. $2\sqrt{5}$　15. $3\sqrt{3}$　16. 4

三、解答题（本题共 52 分，其中 17—21 每题 5 分，22 题 6 分，23—25 题每题 7 分）

17.计算：原式$=2\sqrt{2}-2\times\frac{\sqrt{2}}{2}+2\times\frac{1}{2}+\sqrt{2}-1$

解：原式$=2\sqrt{2}-2\times\frac{\sqrt{2}}{2}+2\times\frac{1}{2}+\sqrt{2}-1$ ………………………………4 分

$=2\sqrt{2}-\sqrt{2}+1+\sqrt{2}-1$

$=2\sqrt{2}$ ………………………………4 分

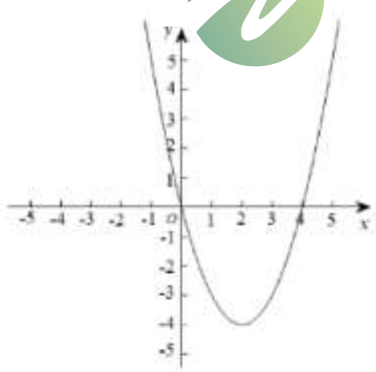
18.解：（1）∵抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过两点（4，0），（2，−4），

∴ $\begin{cases}16+4b+c=0\\4+2b+c=-4\end{cases}$ ……………………………… 2 分

解得 $\begin{cases}b=-4\\c=0\end{cases}$

∴该抛物线的表达式为 $y=x^2-4x$

（2）



……………………………… 4 分

（3）$2<x<4$.

19.（1）证明：

∵$AB\perp BC$，$EC\perp BC$，点 D 在 BC 上，

∴$\angle ABD=\angle DCE=90$ ………………………………… 1 分

∵$AB=1$，$BD=2$，$CD=3$，$CE=6$，

∴$\dfrac{AB}{BD}=\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{DC}{CE}=\dfrac{1}{2}$

∴$\dfrac{AB}{BD}=\dfrac{DC}{CE}$.

$\triangle ABD\backsim\triangle DCE$ ………………………………… 3 分

（2）

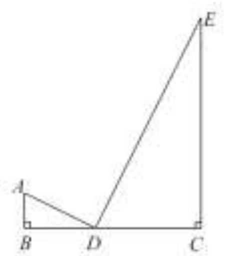
∵$\triangle ABD\backsim\triangle DCE$，

∴$\angle BAD=\angle EDC$ ………………………………… 4 分

∵$\angle BAD+\angle ADB=90°$

∴$\angle ADB+\angle EDC=90°$

∴$\angle ADE=180°-\angle ADB-\angle EDC=90°$ ………………………………… 5 分



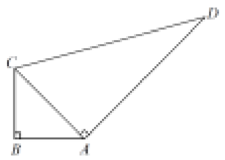
20.解：∵$\angle CBA=90°$，$\angle BCA=45°$，$BC=\sqrt{2}$，

∴$AC=\dfrac{\sqrt{2}}{\sin 45°}=2$. ………………………………… 2 分

∵$\angle CAD=90°$，$\angle ACD=60°$，

∴$\dfrac{AD}{AC}=\tan 60°=\sqrt{3}$. ………………………………… 4 分

∴$AD=2\sqrt{3}$ ………………………………… 5 分



21.（1）

∵点 A（1，2）在双曲线 $y=\dfrac{k}{x}$ 上，

∴ $\dfrac{k}{1}=2$.

∴ $k=2$.

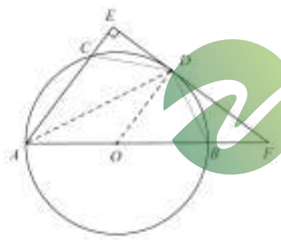
∴双曲线 $y=\dfrac{k}{x}$ 的表达式为 $y=\dfrac{2}{x}$

∵点 B（−2，m）在双曲线 $y=\dfrac{k}{x}$ 上，

∴ $m=\dfrac{2}{-2}=-1$. ………………………………… 2 分

（2）$-1\le b<0$ 或 $2<b\le3$ ………………………………… 5 分

22.证明：（1）连接 OD，AD.



∵$CD=BD$，

∴$\angle CAD=\angle DAB$. ………………………………… 1 分

∵$OA=OD$，

∴$\angle ADO=\angle DAB$.

∴$\angle CAD=\angle ADO$. ………………………………… 2 分

∵$AE\perp ED$，

∴$\angle AED=90°$

∴$\angle EAD+\angle EDA=90°$

∴$\angle ADO+\angle EDA=90$。

∴$EF\perp OD$.

∴EF 是⊙O 的切线. ………………………… 3 分

（2）在 $Rt\triangle AEF$ 中，$\angle AEF=90°$，

∴$\sin\angle EAF=\dfrac{EF}{AF}$.

∵$\sin\angle EAF=\dfrac{4}{5}$，

∴设 $EF=4k$，$AF=5k$（$k>0$），解得 $AE=3k$.

∵$AE=3$，

∴$k=l$.

∴$AF=5$. .... 4 分

∵$EF\perp OD$，$EF\perp AE$，

∴$OD//AE$.

∴$\triangle FOD\backsim\triangle FAE$. .... 5 分

∴ $\dfrac{FO}{FA}=\dfrac{OD}{AE}$

∴ $\dfrac{5-r}{5}=\dfrac{r}{3}$.

解得：$r=\dfrac{15}{8}$. .... 6 分

23.解：（1）2

（2）∵抛物线的对称轴是直线 $x=1$

∴ $-\dfrac{b}{2a}=2$.

∴ $b=-4a$ .... 3 分

（3）解：由（2）可知，抛物线的表达式为 $y=ax^2-4ax+3a$，

令 $y=0$，解得：$x_1=1$，$x_2=3$，

∴抛物线经过（1，0）和（3，0），

设点 R（1，y_1），S（4，y_2）在抛物线上，则 $y_1=0$，$y_2=3a$.故此点 M 在 R 上方.

①当 $a>0$ 时，若使抛物线与线段恰有一个公共点，需满足点 N 与点 S 重合（如图 1）或点 N 在点 S 下方（如图 2），即 $3a\geq 4a-1$，解得：$a\leq 1$，即 $0<a\leq 1$.

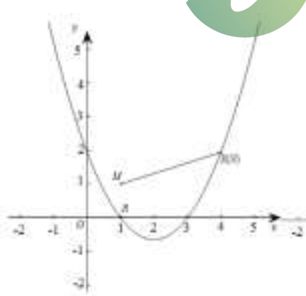


图 1

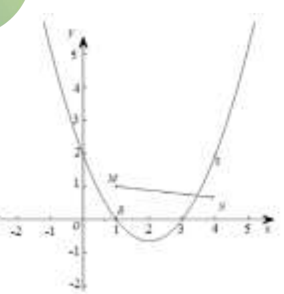


图 2

.... 5 分

②当 $a<0$ 时，$3a>4a-1$，故此点 N 在点 S 下方，此时抛物线与线段恰有一个公共点（如图 3）.

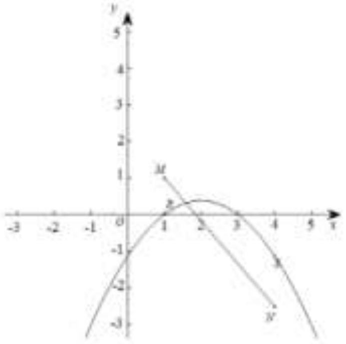
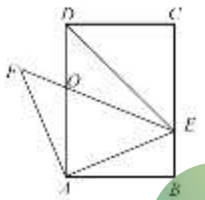


图 3

综上所述：a 的取值范围是：$a<0$ 或 $0<a\le 1$. ……………………………7 分

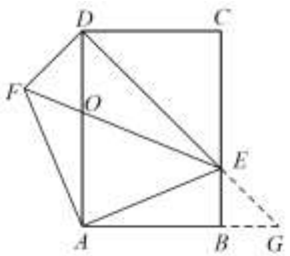
24.（1）①



……………………………1 分

②$45°+a$ ……………………………3 分

（2）$DF^2+DE^2=2AE^2$ ……………………………4 分



证明：延长 DE、AB 交于点 G.

∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$\angle ADC=\angle DAB=90°$

∵DE 平分$\angle ADC$，

∴$\angle ADE=45°$

∴$AD=AG$.

∵$\angle FAE=90°$

∴$\angle FAD+\angle DAE=90°$

∴$\angle DAE+\angle EAG=90°$

∴$\angle FAD=\angle EAG$.

∵$AF=AE$，

∴$\triangle FAD\cong\triangle EAG$. .... 5 分

∴$\angle FDA=\angle EGA=45°$.

∴$\angle FDE=\angle FDA+\angle ADE=90°$.

∴$DF^2+DE^2=FE^2$.

∵$FE^2=AF^2+AE^2=2AE^2$， .... 7 分

∴$DF^2+DE^2=2AE^2$.

25.（1）1，4 .... 2 分

（2）

①不妨设点 B 在点 A 右侧，AB 与 y 轴交于点 P，连接 OA，OB.

∵AB 的度数为 60°

∴$\angle AOB=60°$

∴$\angle POB=30°$

∴$\angle BOC=60°$

设直线 l 与 x 轴交于点 C，与 y 轴交于点 D，则点 C（$\frac{2\sqrt{3}}{3}$，0），D（0，-2）.

$$\therefore \tan\angle OCD=\frac{2}{\frac{2\sqrt{3}}{3}}=\sqrt{3}$$

∴$\angle OCD=60°$.

∴$OB//CD$. .... 4 分

观察图形可知，点 B 到 CD 的距离就是 AB 与直线 l 的“最小距离”.

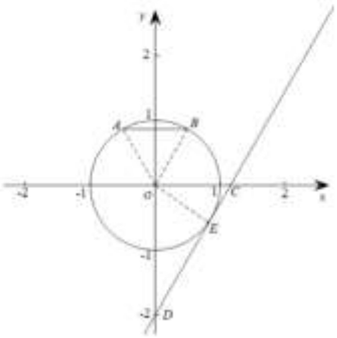
过点 O 作 $OE\perp CD$，垂足为 E.

∵$\angle OCD=60°$，

∴$\angle ODC=30°$.

∴$OE=1$.

∴d（l，AB）$=1$ .... 5 分



② $\sqrt{3}-1\le R\le\sqrt{7}$.